Correction des exercices du chapitre 11 :

Attention les corrections ne sont pas toujours rédigées correctement.
Les solutions rédigées sont faites en classe ou dans le livre avec les exercices résolus p 268-269

Correction QCM :

QCM p. 267

1. A ; **2.** C ; **3.** A ; **4.** A et C ; **5.** B ; **6.** A et B ; **7.** A et B ; **8.** C.

Correction Livret révisions physique du parcours d'exercices :

Exercice 45 :

Données : Distance entre les centres de la Terre et de la Lune : $r = 3{,}84 \times 10^5$ m.
Masse de la Terre : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ;
constante gravitationnelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$.
Masse de la Lune : $M_L = 7{,}36 \times 10^{22}$ kg.

1. Exprimer la force de gravitation exercée par la Terre sur la Lune.
   La force de gravitation exercée par la Terre sur la Lune a pour expression : $\overrightarrow{F_{T/L}} = G \times \frac{M_T \times M_L}{r^2} \overrightarrow{u_n}$
2. Représenter cette force en utilisant l'échelle 1 cm pour $0{,}5 \times 10^{20}$ N.
   Valeur de cette force : $F_{\frac{T}{L}} = G \times \frac{M_T \times M_L}{r^2}$

   $F_{T/L} = 6{,}67 \times 10^{-11} \times \frac{5{,}97 \times 10^{24} \times 7{,}36 \times 10^{22}}{(3{,}84 \times 10^{8})^2} = 2{,}0 \times 10^{20}$ N

   À l'échelle 1 cm ↔ $0{,}5 \times 10^{20}$ N, $2{,}0 \times 10^{20}$ N ↔ 4,0 cm.
   On représente donc un segment fléché de 4,0 cm à partir du centre de la Lune et dirigé vers celui de la Terre.

Exercice 46 :

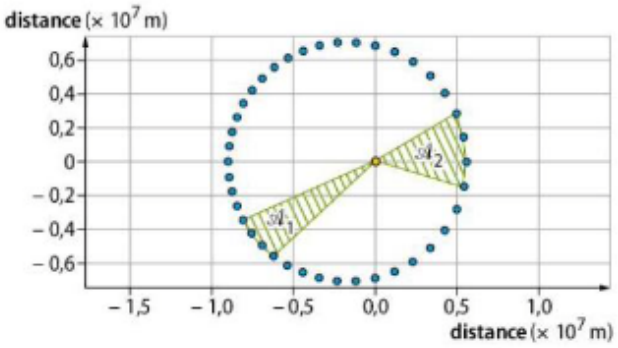
5. Donner la définition d'un référentiel planétocentrique.
   Un référentiel planétocentrique est un référentiel qui a pour origine le centre de la planète. Un repère lui est associé visant des étoiles très lointaines, qui peuvent ainsi être considérées comme fixes.

6. Énoncer les trois lois de Kepler dans un référentiel planétocentrique pour un satellite.
   1ère loi de Kepler : dans le référentiel planétocentrique, l'orbite d'un satellite est une ellipse et le centre de la planète occupe un des deux foyers.
   2e loi de Kepler ou loi des aires : le segment reliant la planète au satellite balaye des aires égales pendant des durées égales.
   3e loi de Kepler ou loi des périodes : la période de révolution *T* au carré est proportionnelle au cube du demi-grand axe *a*.

7. On considère la trajectoire circulaire.
   a. Que peut-on alors déduire de la deuxième loi de Kepler ?
      On peut en déduire que la valeur de la vitesse est constante.
   b. Écrire la relation de la 3ème loi de Kepler dans ce cas ?
      La période de révolution *T* au carré est proportionnelle au cube du rayon du cercle :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M}$$

Exercice 47 : Thémisto est un des satellites de Jupiter. La simulation de la trajectoire de ce satellite donne la représentation suivante. Chaque position de Thémisto, modélisée par un point bleu, est relevée à intervalle de temps constant. Deux aires balayées A_1 et A_2 sont représentées.



1. Dans quel référentiel considéré galiléen a-t-on obtenu cette trajectoire ? Il s'agit d'un référentiel jovien, ou jupiterocentrique, ou encore le centre de Jupiter associé à un repère orienté vers des étoiles lointaines.

2. Jupiter, le point jaune, est-elle au centre de l'orbite de Thémisto ?
On voit sur la représentation que Jupiter n'est pas au centre de l'orbite de Thémisto.

3. En utilisant la première loi de Kepler, justifier l'allure de la trajectoire.
D'après la première loi de Kepler, l'orbite est une ellipse et Jupiter est placée à l'un des foyers de l'ellipse.

4. Quelle relation existe-t-il entre les aires A_1 et A_2 ? Justifier.
On a $A_1 = A_2$, les temps de parcours des arcs de cercle sont identiques. En effet, il y a le même nombre de points. D'après la deuxième loi de Kepler, le segment reliant la planète au satellite balaye des aires égales pendant des durées égales.

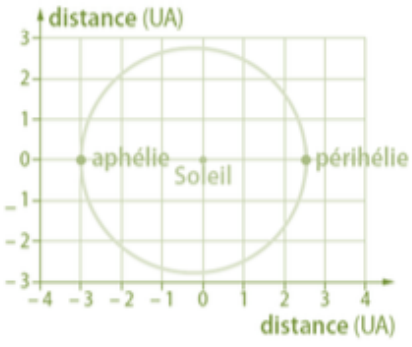
5. Que peut-on dire des distances parcourues par le satellite dans le cas des aires A_1 et A_2 ? Quelle est la conséquence pour la vitesse du satellite ?
D'après la deuxième loi de Kepler, les aires sont égales. Pour que les aires soient égales, comme la distance entre Jupiter et Thémisto est plus importante dans le cas de A_1 que dans le cas de A_2, il faut que la distance parcourue soit plus importante dans le cas de A_2 que dans le cas de A_1. Si la distance parcourue est plus importante pour A_2 que pour A_1, pour un même temps de parcours, alors la vitesse de Thémisto est plus importante pour A_2 que pour A_1.

6. Est-ce en accord avec les différentes positions des points ?
L'écartement entre les points est plus important pour A_2 que pour A_1. La vitesse de Thémisto est donc plus importante lors du parcours de A_2 que pour A_1.

Exercice 48 : Cérès, astre classé dans la catégorie des planètes naines, gravite autour du Soleil dans une ceinture d'astéroïde située entre Mars et Jupiter. Les distances de l'aphélie et du périhélie sont respectivement de 4,47 x 10^8 km et 3,81 x 10^8 km.
Données : demi-grand axe terre-soleil : a_T = 1,50 x 10^8 km ; période de révolution : T = 365,25 jours.

1. Que pouvez déduire des distances du périhélie et de l'aphélie sur la nature de la trajectoire ?
On remarque que la distance Cérès-Soleil n'est pas constante. Cela signifie que la trajectoire n'est pas circulaire, mais qu'il s'agit d'une ellipse, comme le montre la première loi de Kepler.

2. Représenter, sans soucis d'échelle, l'orbite de Cérès. Indiquer les positions de l'aphélie et du périhélie.



3. Calculer la valeur du demi-grand axe a_c.
On a : 2 a_c = 4,47 x 10^8 + 3,81 x 10^8 = 8,28 x 10^8 km

Soit $a_c = \frac{8{,}28 \times 10^8}{2}$ = 4,14 x 10^8 km.

4. En utilisant la 3e loi de Kepler, la période de rotation de la Terre et la valeur du demi-grand axe de la Terre, calculer la période de révolution de Cérès.

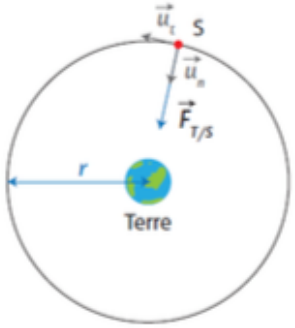
   En utilisant la troisième loi de Kepler, on trouve $\frac{T_C^2}{a_C^3} = \frac{T_T^2}{a_T^3}$

   Donc : $T_C = \sqrt{\frac{a_C^3}{a_T^3}} \times T_T = \sqrt{\frac{(4{,}14\times10^8)^3}{(1{,}50\times10^8)^3}} \times 365{,}35 = 1{,}67 \times 10^3$ jours

Exercice 49 : Le 29 octobre 2018, le satellite CFOSAT, de masse m, a été mis en orbite circulaire autour de la Terre à une altitude de 519 km par le CNES et son homologue chinois le CNSA, pour cartographier les vents et les vagues à la surface des océans.

Données : Rayon terrestre : $R_T = 6{,}4 \times 10^3$ km ; masse de la Terre : $M_T = 6{,}0 \times 10^{24}$ kg ;

Constante gravitationnelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m^3.kg^{-1}.s^{-2}.



1. Schématiser la situation et représenter la force de gravitation exercée par la Terre sur le satellite.

   Soit S le centre de masse du satellite.

2. Montrer que le mouvement du centre de masse du satellite CFOSAT est uniforme dans le référentiel géocentrique.

   On applique la deuxième loi de Newton au centre de masse du satellite dans le référentiel géocentrique considéré galiléen :

   $\overrightarrow{F_{T/S}} = m\,\vec{a}$ en notant m la masse du satellite.

   Or $\overrightarrow{F_{T/L}} = G \times \frac{M_T \times m}{r^2}\,\overrightarrow{u_n}$, avec le rayon de l'orbite $r = R_T + h$ (h est l'altitude du satellite).

   On a $m\,\vec{a} = G \times \frac{M_T \times m}{(R_T+h)^2}\,\overrightarrow{u_n}$

   D'où $\vec{a} = G \times \frac{M_T}{(R_T+h)^2}\,\overrightarrow{u_n}$

   On a donc $\vec{a}\begin{cases} a_n = G \times \frac{M_T}{(R_T+h)^2} \\ a_t = 0\ \text{m.s}^{-2} \end{cases}$

   La coordonnée tangentielle de l'accélération $a_t = \frac{dv}{dt}$ est nulle, donc la valeur de la vitesse de S est constante : le mouvement est uniforme dans ce référentielle

3. Donner les caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{v}$ du centre de masse du satellite dans ce référentiel.

   La coordonnée normale de l'accélération est : $a_n = \frac{v^2}{R_T+h}$

   Par identification, $\frac{v^2}{R_T+h} = G \times \frac{M_T}{(R_T+h)^2}$, ainsi $v = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}}$

   Le vecteur vitesse $\vec{v}$ du centre de masse du satellite est tangent à la trajectoire, orienté dans le sens du mouvement et sa valeur est $v = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}}$

4. Déterminer la période de révolution T du satellite.

   Le mouvement est circulaire uniforme, on a donc : $T = \frac{2\pi(R_T+h)}{v}$ et $v = \sqrt{\frac{G.M_T}{(R_T+h)}}$

   Il vient $T = \frac{2\pi(R_T+h)}{\sqrt{\frac{G.M_T}{(R_T+h)}}}$, d'où $T = 2\pi(R_T+h)\sqrt{\frac{(R_T+h)}{G.M_T}}$

   soit $T = T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{G.M_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{(6{,}4\times10^6+519\times10^3)^3}{6{,}67\times10^{-11}\times6{,}0\times10^{24}}}$

   La période de révolution de S est $5{,}7 \times 10^3$ s.

Exercice 50 : Europe est un satellite de Jupiter, de masse M_J. Son orbite, de rayon r, est supposée circulaire.

Sa vitesse a pour valeur $v = \sqrt{\frac{G.M_J}{r}}$

1. Établir l'expression de sa période de révolution T.
   Le mouvement est circulaire uniforme, on a donc $T = \frac{2\pi \times r}{v}$.

   Or $v = \sqrt{\frac{G \times M_J}{r}}$ donc $T = 2\pi \times r \times \sqrt{\frac{r}{G \times M_J}}$
2. En déduire la valeur du rapport $\frac{T^2}{r^3}$
   En relevant au carré, $T^2 = 4\pi^2 \times r^2 \times \frac{r}{G \times M_J}$

   On obtient : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_J}$
3. Énoncer la troisième loi de Kepler dans le référentiel « jupiterocentrique ».
   Le carré de la période de révolution des satellites de Jupiter est proportionnel au cube du rayon de leur orbite supposée circulaire.

Exercice 51 : Les plus gros satellites de Jupiter, encore appelés satellites galiléens, ont été découverts par Galilée. On donne les périodes de révolution T eet le rayon r de la trajectoire quasi circulaire de deux de ces satellites :

Satellite	T (jours)	r (km)
Io	1,77	$4{,}22 \times 10^5$
Ganymède	7,15	$1{,}07 \times 10^6$

1. Énoncer la troisième loi de Kepler dans le référentiel « jupiterocentrique ».
   Dans le référentiel jupiterocentrique, le carré de la période de révolution T des satellites de Jupiter est proportionnel au cube du rayon r de leur orbite supposée circulaire.

2. Montrer que les données du tableau confirment que ces deux satellites sont en orbite autour de Jupiter.
   On calcule, dans la même unité, le rapport $K = \frac{T^2}{r^3}$ pour chaque satellite :
   $K_{Io} = \left(\frac{T^2}{r^3}\right)_{Io} = \frac{(1{,}77)^2}{(4{,}22\times10^5)^3}$ et $K_{Gan} = \left(\frac{T^2}{r^3}\right)_{Gan} = \frac{(7{,}15)^2}{(1{,}07\times10^6)^3}$

   On obtient $\frac{K_{Io}}{K_{Gan}} = 0{,}999$, ce qui vérifie la loi de Kepler.
   Ces satellites orbitent donc tous les deux autour de Jupiter.

Exercice 52 : Le télescope spatial Hubble a permis de nombreuses découvertes dans le domaine de l'astrophysique.
Il est placé sur une orbite quasiment circulaire à une altitude h = 600 km par rapport à la surface de la Terre.
Données : Rayon terrestre : $R_T = 6\,370$ km ; masse de la Terre : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ; Constante gravitationnelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$.

1. Par application de la deuxième loi de Newton, déterminer les coordonnées du vecteur accélération du centre de masse H de Hubble dans le repère de Frenet lié au référentiel géocentrique.
   D'après la deuxième loi de Newton appliquée au centre de masse H de Hubble dans le référentiel géocentrique considéré galiléen, on a :
   $\overrightarrow{F_{T/H}} = m_H \vec{a}$ et $\overrightarrow{F_{T/H}} = G \times \frac{M_T \times m_H}{r^2} \overrightarrow{u_n}$,

   D'où $\vec{a} = G \times \frac{M_T}{r^2} \overrightarrow{u_n}$, avec $r = R_T + h$.

   On a donc $\vec{a}\begin{cases} a_n = G \times \frac{M_T}{r^2} \\ a_t = 0\ m.s^{-2} \end{cases}$

2. Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse de Hubble dans le repère de Frenet.
Puisque la coordonnée normale de l'accélération est $a_n = \frac{v^2}{r}$, il vient :
$G \times \frac{M_T}{r^2} = \frac{v^2}{r}$ ainsi $v = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}}$
Le vecteur vitesse de Hubble est tangent à sa trajectoire circulaire, $\vec{v} = v\,\vec{u_t}$

On a donc $\vec{v}\begin{cases} v_n = 0\ m.s^{-1} \\ v_t = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}} \end{cases}$

3. Calculer la valeur de la vitesse de Hubble dans le référentiel géocentrique.
Soit $v = \sqrt{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}{(6{,}37 \times 10^{6} + 600 \times 10^{3})}}$
La valeur de la vitesse de Hubble dans ce référentiel est 7,56 x 10^3 m.s^{-1}.

Exercice 53 : On étudie le mouvement de la Terre autour du Soleil dans le cadre de l'approximation des trajectoires circulaires.
Données : Distance entre les centres de la Terre et du Soleil : d_{ST} = 149,6 x 10^9 m.
constante gravitationnelle : G = 6,67 x 10^{-11} m^3.kg^{-1}.s^{-2} ; masse du Soleil : M_S = 1,99 x 10^{30} kg.

1. Dans quel référentiel considéré galiléen doit-on se placer afin d'étudier ce mouvement ?
Il s'agit du référentiel géocentrique.

2. Exprimer vectoriellement la force qui modélise l'action mécanique exercée par le Soleil sur la Terre, puis la représenter sur un schéma, sans souci d'échelle.
$\vec{F} = -\,G \times \frac{M_S \times M_T}{{d_{ST}}^2}\,\vec{u}$

3. Montrer que le mouvement de la Terre est uniforme.
D'après la deuxième loi de Newton, on a : $M_T\,\vec{a} = \vec{F} = G \times \frac{M_S \times M_T}{{d_{ST}}^2}\,\vec{n}$
Or l'accélération dans le repère de Frenet s'écrit : $\vec{a} = \vec{F} = \frac{dv}{dt}\,\vec{t} + \frac{v^2}{{d_{ST}}^2}\,\vec{n}$, donc la relation précédente devient : $M_T\,\frac{dv}{dt}\,\vec{t} + M_T\,\frac{v^2}{{d_{ST}}^2}\,\vec{n} = G \times \frac{M_S \times M_T}{{d_{ST}}^2}\,\vec{n}$

Ainsi, en effectuant la projection sur $\vec{t}$, on obtient : $M_T\,\frac{dv}{dt} = 0$, donc $\frac{dv}{dt} = 0$.
La vitesse est donc constante, le mouvement de la Terre est uniforme.

4. Exprimer littéralement la vitesse de la Terre autour du Soleil, puis calculer sa valeur.
En projetant sur n, on obtient : $M_T\,\frac{v^2}{d_{ST}} = \frac{M_S \times M_T}{d_{ST}^2}$
En simplifiant, on trouve : $v^2 = G\,\frac{M_S}{d_{ST}}$ soit $v = \sqrt{\frac{G.M_S}{d_{ST}}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}99 \times 10^{30}}{149{,}6 \times 10^{9}}}$ = 2,98 x 10^4 m.s^{-1}

5. Exprimer puis calculer la période de révolution T_T de la Terre autour du Soleil, en seconde puis en jour.
On a $v = \frac{2\pi d_{ST}}{T_T}$. En remplaçant la vitesse par la relation précédente, on obtient :
$T_T = 2\pi\sqrt{\frac{{d_{ST}}^3}{G.M_T}}$
soit $T_T = 2\pi\sqrt{\frac{(149{,}6 \times 10^{9})^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}99 \times 10^{30}}}$ = 3,16 x 10^7 s = 365 jours

Exercice 54 : La myriade de satellites GPS (global positioning system) est placée sur une orbite en étant animé d'un mouvement circulaire et uniforme à une altitude de h = 1,38 x 10^4 m.
Données : Rayon terrestre : R_T = 6 370 km ; masse de la Terre : M_T = 6,0 x 10^{24} kg ;
constante gravitationnelle : G = 6,67 x 10^{-11} $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$.

1. Dans quel référentiel considéré galiléen le mouvement d'un satellite GPS est-il décrit ?
   Le référentiel géocentrique.

2. En utilisant la deuxième loi de Newton, montre que la vitesse de ce type de satellite s'écrit :
   $$v = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T + h}}$$
   On considère que la seule force appliquée au satellite est la force d'attraction exercée par la Terre sur celui-ci. Ainsi, d'après la deuxième loi de Newton on a : $m_S \vec{a} = \vec{F} = G \times \frac{m_S \times M_T}{(R_T+h)^2} \vec{n}$

   Or l'accélération dans le repère de Frenet s'écrit $\vec{a} = \frac{v^2}{R_T+h}.\vec{n}$, donc la relation précédente devient :
   $m_S \frac{v^2}{R_T+h} \vec{n} = G \times \frac{m_S \times M_T}{(R_T+h)^2} \vec{n}$

   En projetant sur $\vec{n}$, on obtient : $m_S \frac{v^2}{R_T+h} = G \times \frac{m_S \times M_T}{(R_T+h)^2}$

   En simplifiant les différents termes, on trouve : $v^2 = G \times \frac{M_T}{(R_T+h)}$ soit $v = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}}$

3. En déduire que la période de révolution du satellite est : $T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{G.M_T}}$
   On a $v = \frac{2\pi(R_T+h)}{T}$. En remplaçant la vitesse par la relation précédente, on obtient :
   $T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{G.M_T}}$

4. Calculer la période de révolution.
   $T = 2\pi\sqrt{\frac{(6{,}37\times10^6+1{,}38\times10^7)^3}{6{,}67\times10^{-11}\times6{,}0\times10^{24}}}$ = 2,8 x 10^4 s = 7,9 h

5. Combien de tour de la Terre réalise ces satellites par jour ?
   Les satellites font un peu plus de trois tours de la Terre.

Exercice 55 : Le tableau ci-contre donne la période de révolution de quelques planètes du système solaire, ainsi que le rayon de leur orbite assimilable à un cercle dans le référentiel héliocentrique.

Satellite	Mars	Jupiter	Saturne
T (an)	1,88	11,86	29,44
r (x10^6 km)	228	778	1 427

Données : Constante gravitationnelle : G = 6,67 x 10^{-11} $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$; 1 an = 3,156 x 10^7 s.

1. Établir l'expression de la valeur de la vitesse du centre de masse d'une de ces planètes dans le référentiel héliocentrique.
   Dans le référentiel héliocentrique considéré galiléen, la deuxième loi de Newton appliquée au centre de masse d'une planète donne : $\overrightarrow{F_{S/P}} = m.\vec{a}$ avec m la masse d'une planète, et : $\overrightarrow{F_{S/P}} = G \times \frac{m \times M_S}{r^2} \overrightarrow{u_n}$;
   d'où $\vec{a} = G \times \frac{M_S}{r^2} \overrightarrow{u_n}$

   On a donc $\vec{a}\begin{cases} a_n = G \times \frac{M_S}{r^2} \\ a_t = 0\ m.s^{-2} \end{cases}$

   La coordonnée normale de l'accélération $a_n = \frac{v^2}{r}$.

Par identification, $\frac{v^2}{r} = G \times \frac{M_S}{r^2}$ ainsi $v = \sqrt{\frac{G.M_S}{r}}$

La valeur de la vitesse d'une planète dans le référentiel héliocentrique est $\sqrt{\frac{G.M_S}{r}}$ avec r le rayon de leur trajectoire supposée circulaire.

2. En déduire l'expression de sa période de révolution en fonction de G, r et M_S (masse du soleil).
La période de révolution des planètes est égale à la durée mise par ces planètes pour faire un tour complet du Soleil à la vitesse de valeur v suivant une trajectoire circulaire : $T = \frac{2\pi \times r}{v}$

Or $v = \sqrt{\frac{G.M_S}{r}}$

Il vient $T = \frac{2\pi \times r}{\sqrt{\frac{G.M_S}{r}}}$, d'où $T = 2\pi \times r \sqrt{\frac{r}{G.M_S}}$ Soit $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G.M_S}}$

3. Donner l'expression du rapport dans le référentiel héliocentrique. La troisième loi de Kepler est-elle vérifiée ?
En élevant au carré, $T^2 = 4\pi^2 \times \frac{r^3}{G \times M_S}$; soit $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_S}$

G et M_S sont des constantes, donc $\frac{T^2}{r^3}$ = constante, ce qui vérifie la troisième loi de Kepler dans le référentiel héliocentrique.

4. Déterminer la masse M_S du Soleil.
À partir de $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_S}$, on isole M_S ; soit $M_S = \frac{4\pi^2}{G \times T^2} \times r^3$.
En prenant les valeurs de T et r pour Mars, il vient :
$M_S = \frac{4\pi^2 \times (2{,}28 \times 10^{11})^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times (1{,}88 \times 3{,}156 \times 10^7)^2} = 1{,}99 \times 10^{30}$ kg.

5. Justifier en quoi la troisième loi de Kepler est une « balance cosmique ».
Pour un astre possédant des satellites et connaissant les paramètres orbitaux de ces satellites (période et demi-grand axe de l'ellipse), il est possible de déterminer la masse de l'astre attracteur. La troisième loi de Kepler joue alors le rôle de balance cosmique.

Exercice 56 : Un satellite géosynchrone est un satellite possédant une orbite circulaire et une période de révolution de T = 86 164 s.

La période de révolution d'un satellite s'écrit : $T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G.M_T}}$ où h est la hauteur par rapport au sol, R_T le rayon de la Terre et M_T la masse de la Terre.
Données : Rayon terrestre : $R_T = 6\,370$ km ; masse de la Terre : $M_T = 6{,}0 \times 10^{24}$ kg ;
Constante gravitationnelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$.
Période de rotation de la Terre sur elle-même : 23 h 56 min 4s

1. Comparer la période de révolution d'un satellite géosynchrone et la période de rotation de la Terre sur elle-même.
T = 86 164 s pour un satellite géosynchrone et la période de rotation de la Terre sur elle-même est de 23 h 56 min 4 s = 23 x 3 600 + 56 x 60 + 4 = 86 164 s. Ces deux périodes sont égales.

2. Calculer la distance par rapport au sol de ce satellite.
En utilisant la relation $T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G.M_T}}$, on obtient :

$h = \left(\frac{G.M_T.T^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - R_T = \left(\frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 6{,}0 \times 10^{24} \times 86\,164^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} - 6\,370 \times 10^3 = 3{,}6 \times 10^8$ m.

3. Trois orbites circulaires sont données sur les figures **1**, **2** et **3**. Montrer l'une des orbites est incompatible avec les lois de la mécanique.

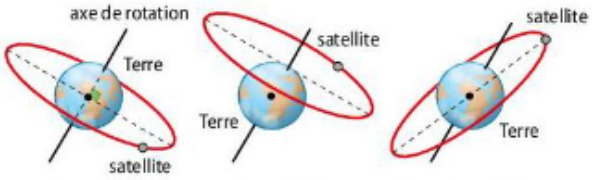


Figure 1 Figure 2 Figure 3

La figure 2 est incompatible avec la 1re loi de Kepler car le centre de la Terre doit être, dans le cas d'une orbite circulaire, au centre de cette orbite, ce qui n'est pas le cas ici. De plus, la force gravitationnelle est dirigée vers le centre de la Terre alors que l'accélération est dirigée d'après l'orbite vers le centre du cercle, ce qui est incompatible avec la deuxième loi de Newton appliquée au satellite.

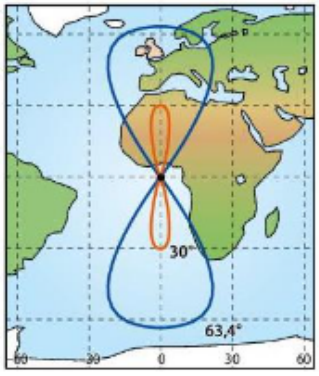
4. D'après les figures ci-dessus, indiquer les situations qui sont susceptibles de représenter une orbite géosynchrone.
   Dans les deux autres cas, les satellites peuvent être géosynchrones car leur trajectoire est circulaire.

5. Un satellite géosynchrone est géostationnaire si celui-ci reste à la verticale d'un point sur terre. Quel est le plan de son orbite ?
   Il s'agit du plan équatorial.

6. Quel est le sens de rotation de ce satellite ?
   Il a le même sens de rotation que la rotation propre de la Terre.

7. Indiquer à quelle figure ci-dessus correspond ce type de satellite.
   C'est la figure 1

Exercice 57 : La représentation ci-contre montre la trajectoire de deux satellites géosynchrones dont le plan orbital est décalé de 30° et de 63,4° par rapport au plan l'équatorial.
Un satellite géosynchrone possède une orbite circulaire et une période de révolution égale à la période de rotation de la Terre sur elle-même.



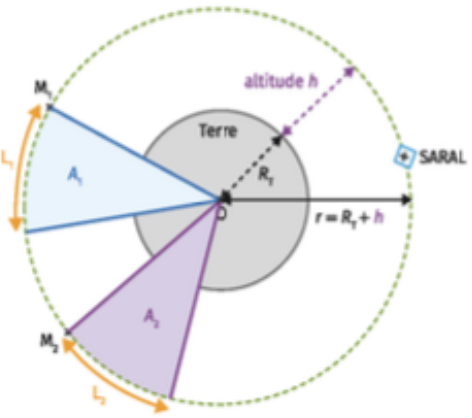
1. Dans quel référentiel considéré galiléen sont représentés les trajectoires de ces deux satellites.
   Ces trajectoires sont représentées dans le référentiel terrestre, puisque la carte n'est pas en mouvement.

2. Quelle forme obtiendrait-on avec un satellite géostationnaire ?
   On obtiendrait un point.

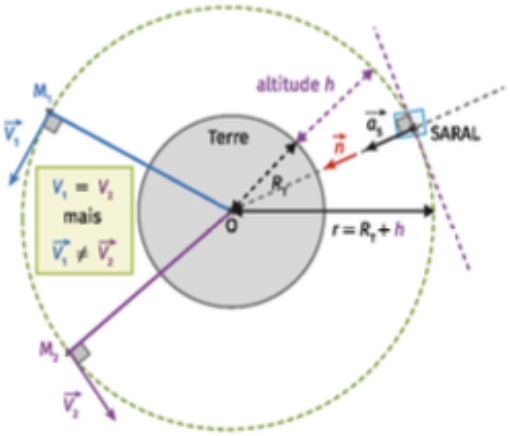
Exercice 58 : Le niveau moyen global des océans est un indicateur majeur du réchauffement climatique. L'altimétrie satellitaire est une méthode de mesure importante, car elle permet d'assurer un suivi mondial précis et continu depuis 1993. Depuis son lancement en 2013, le satellite franco-indien SARAL assure toujours cette mission.
Données : Rayon terrestre : R_T = 6 370 km ; masse de la Terre : $M_T = 6{,}0 \times 10^{24}$ kg ;
Constante gravitationnelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$.
Période de rotation de la Terre sur elle-même : T_T = 23,93 h.
Masse du satellite SARAL : m_S = 400 kg
Vitesse du satellite SARAL : $v_S = 7{,}47$ $km.s^{-1}$.

1. Préciser le nom du référentiel galiléen dans lequel le mouvement du satellite peut être étudié.
   Le mouvement du satellite SARAL est décrit dans le repère géocentrique.

2. En supposant une orbite circulaire, schématiser la trajectoire sans souci d'échelle.
Le satellite SARAL orbite autour de la planète Terre suivant un cercle de rayon r = R_T + h où h représente l'altitude.



3. En déduire la nature du mouvement d'après la deuxième loi de Kepler.
D'après la deuxième loi de Kepler (loi des aires), la surface balayée (aire A_i) par le rayon vecteur (reliant les centres de masse de la Terre et de SARAL) est constante pour une même duréeΔt : $A_1 = A_2$ pour deux positions M_1 et M_2 du satellite (voir schéma précédent).
Sachant que le mouvement est circulaire et que $A_1 = A_2$, les arcs de cercle L_1 et L_2 décrits par le satellite sont égaux : $L_1 = L_2$.
Par conséquent, on déduit que l'intensité du vecteur vitesse est constante $v_1 = v_2$: ce qui signifie que le mouvement est uniforme.



4. Dans le cas de SARAL, préciser la direction prise par son vecteur accélération. Représenter le vecteur $\overrightarrow{a_S}$ sur le schéma.
La deuxième loi de Newton appliqué à SARAL conclut à l'expression suivante du vecteur accélération $\overrightarrow{a_S} = G \times \frac{M_T}{(R_T+h)^2} \vec{n}$
On déduit que le vecteur accélération de SARAL est radial, c'est-à-dire de même direction que le vecteur normal de référence (voir schéma précédent).

5. Montrer que le vecteur vitesse de SARAL a pour valeur : $v_S = \sqrt{\frac{G.M_T}{R_T+h}}$
La projection de la composante normale du vecteur accélération de SARAL dans le repère de Frenet, $a_N = \frac{v^2}{r} = G.\frac{M_S}{r^2}$, permet d'obtenir l'expression de la vitesse orbitale : $v_S = \sqrt{G.\frac{M_S}{R_T+h}}$

6. Calculer l'altitude h du satellite SARAL à l'aide des données.
De l'expression de la vitesse orbitale précédente, on isole l'altitude h de SARAL : $h = \frac{G.M_S}{{v_S}^2} - R_T$
$h = \frac{6{,}6710^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}{(7{,}47 \times 10^3)^2} - 6\,370 \times 10^3 = 7{,}66 \times 10^5$ m = 766 km

7. Préciser en le justifiant si SARAL est géostationnaire.
L'altitude de SARAL étant différente de l'altitude moyenne de 36 000 km d'un satellite géostationnaire, on déduit que SARAL n'est pas un satellite géostationnaire.