

SOMMAIRE

Mouvement et interactions

1. Décrire un mouvement	3
TYPE BAC 1	9
TYPE BAC 2	11
2. Relier les actions appliquées à un système à son mouvement	
Deuxième loi de Newton	14
Mouvement dans un champ uniforme	18
TYPE BAC 3	28
TYPE BAC 4	30
TYPE BAC 5	32
TYPE BAC 6	34
TYPE BAC 7	37
TYPE BAC 8	41
Mouvement dans un champ de gravitation	44
TYPE BAC 9 ;	53
TYPE BAC 10	55
TYPE BAC 11	58

Ondes et signaux

1. Caractériser les phénomènes ondulatoires	
A) Les sons	60
TYPE BAC 12	64
TYPE BAC 13	67
TYPE BAC 14	69
B) Diffraction et interférences	71
TYPE BAC 15	79
TYPE BAC 16	81
TYPE BAC 17	84
2. Former des images	87
TYPE BAC 18	92
TYPE BAC 19	94
3. Étudier la dynamique d'un système électrique	97
TYPE BAC 20	101
TYPE BAC 21	103
TYPE BAC 22	105

L'énergie : conversions et transferts

1. Décrire un système thermodynamique	107
2. Effectuer des bilans d'énergie sur un système	107
TYPE BAC 23	116
TYPE BAC 24	119

Mouvement et Interactions

1. Décrire un mouvement

Exercice 1 : On étudie le mouvement d'un point M dans l'espace.

1. Rappeler la relation entre le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ et le vecteur vitesse $\overrightarrow{v_M}$.

$$\overrightarrow{v_M} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$$

2. Rappeler la relation entre le vecteur vitesse $\overrightarrow{v_M}$ et le vecteur accélération $\overrightarrow{a_M}$.

$$\overrightarrow{a_M} = \frac{d\overrightarrow{v_M}}{dt}$$

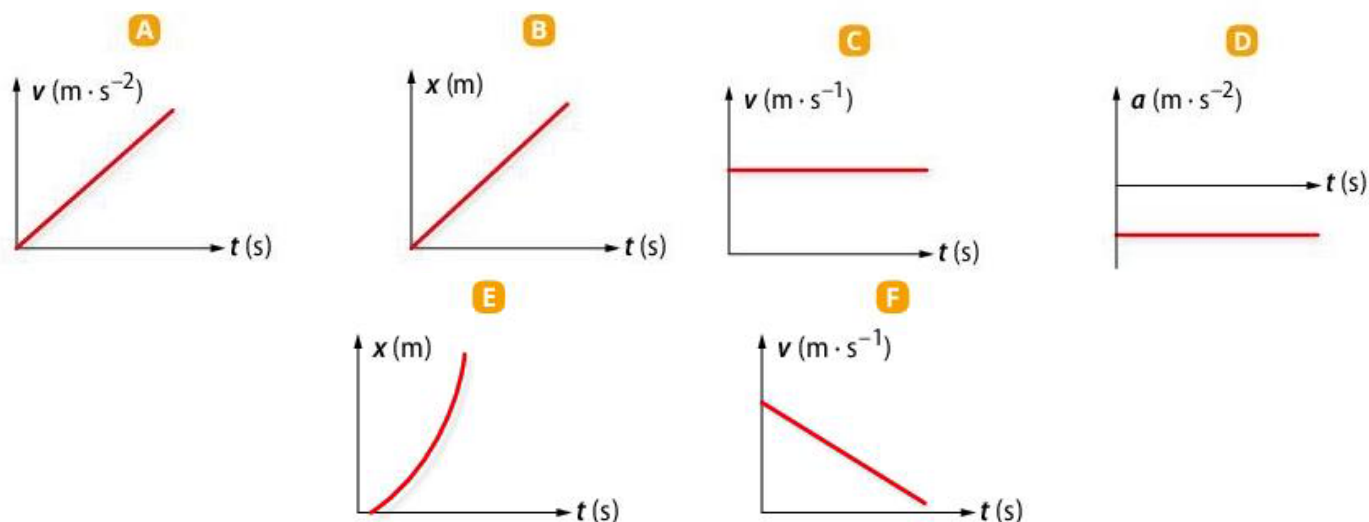
3. Trouver un exemple de mouvement pour lequel on a la relation : $a = \frac{dv}{dt}$. Expliquer.

Cette relation entre les normes est valable dans le cas d'un mouvement rectiligne accéléré. En effet, dans ce cas, les deux vecteurs sont colinéaires.

4. Trouver un exemple de mouvement pour lequel on a la relation : $a \neq \frac{dv}{dt}$. Expliquer.

Le vecteur accélération caractérise les variations du vecteur vitesse, c'est-à-dire sa norme, mais aussi son sens et sa direction. La relation proposée (non vectorielle) se présente dans le cas, par exemple, d'un mouvement circulaire.

Exercice 2 : Trois mouvements rectilignes différents ont été étudiés. Des représentations graphiques temporelles des projections des vecteurs position, vitesse et accélération pour ces mouvements sont proposées ci-dessous.



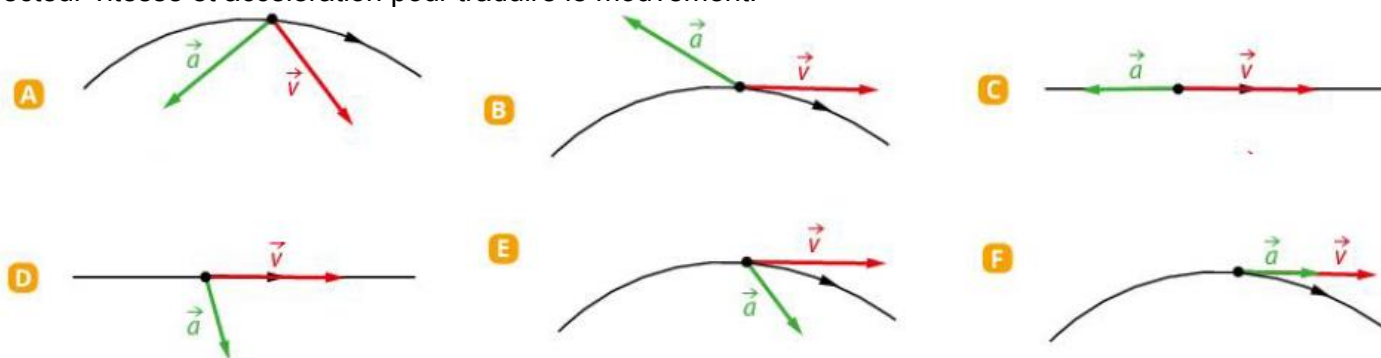
- Regrouper ces représentations graphiques de telle sorte que chaque groupe corresponde à l'un des trois mouvements étudiés.

Mouvement uniforme : **B** et **C** (la projection du vecteur position est une fonction linéaire du temps et celle de la vitesse est constante).

Mouvement accéléré : **E** et **A** (la projection du vecteur position croît de plus en plus vite en fonction du temps et celle de la vitesse croît).

Mouvement ralenti : **F** et **D** (la projection du vecteur vitesse décroît et celle de l'accélération est constante).

Exercice 3 : Ces représentations sont celles de trajectoires pour lesquelles un élève a associé en un point le vecteur vitesse et accélération pour traduire le mouvement.



- Certaines d'entre elles ne peuvent pas être correctes. Identifiez-les en justifiant.

La représentation **A** est incorrecte car la vitesse n'est pas tangente à la trajectoire.

La représentation **B** est incorrecte car l'accélération doit être vers l'intérieur de la courbure.

La représentation **C** est correcte : il s'agit d'un mouvement rectiligne ralenti.

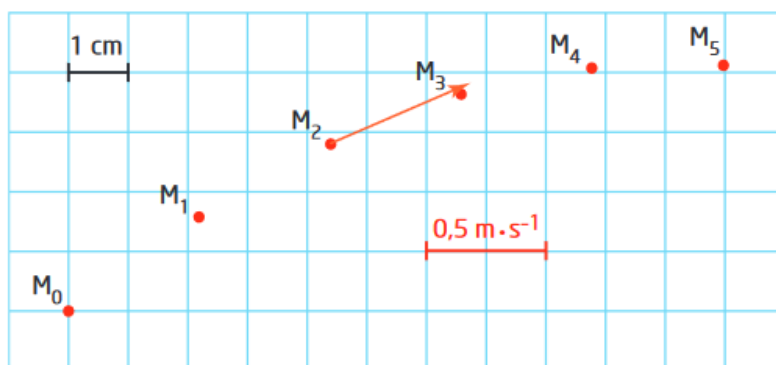
La représentation **D** est incorrecte : si la trajectoire est rectiligne, les vecteurs vitesse et accélération doivent être colinéaires.

La représentation **E** est correcte : il s'agit d'un mouvement curviligne accéléré.

La représentation **F** est incorrecte : si les vecteurs accélération et vitesse sont colinéaires, alors le mouvement doit être rectiligne.

Exercice 4 : Les positions successives d'un point mobile M sont enregistrées à intervalles de temps réguliers $\tau = 40 \text{ ms}$.

Une expression approchée du vecteur vitesse moyenne de M à son passage au point M_2 à la date t_2 est estimée par $\overrightarrow{v(t_2)} = \frac{\overrightarrow{M_1 M_3}}{2\tau}$



- Reproduire les éléments utiles de la figure pour tracer ce vecteur vitesse, en précisant l'échelle utilisée.

La longueur du vecteur $\overrightarrow{M_1 M_3}$ est mesurée à l'aide de l'échelle donnée : $\|\overrightarrow{M_1 M_3}\| = 5,0 \text{ cm}$.

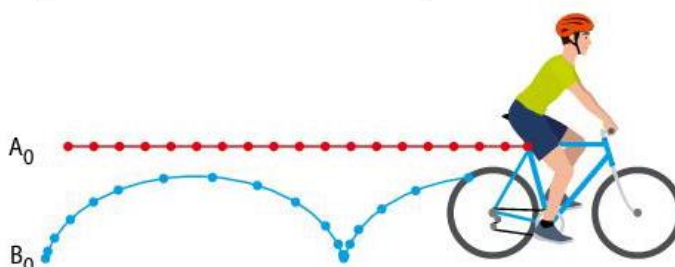
La valeur de la vitesse à la date t_2 en est déduite : $v(t_2) = \|\overrightarrow{v(t_2)}\| = \frac{\|\overrightarrow{M_1 M_3}\|}{2\tau}$

A. N. : $v(t_2) = \|\overrightarrow{v(t_2)}\| = \frac{5,0 \times 10^{-2}}{2 \times 40 \times 10^{-3}} = 6,3 \times 10^{-1} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Une échelle arbitraire est choisie pour représenter le vecteur vitesse $\overrightarrow{v(t_2)}$.

Exercice 5 : Une chronophotographie à l'échelle 1/40 du mouvement de deux points A et B d'un vélo a été reproduite ci-dessous :

Durée entre chaque point : $\Delta t = 20 \text{ ms}$



- Calculer la valeur de la vitesse $\|\overrightarrow{v_A}\|$ aux points A_3 , A_8 et A_{14} . Quelles sont les caractéristiques (norme, sens, direction) du vecteur $\overrightarrow{v_A}$?

Avec l'échelle proposée, on trouve (sur le manuel élève) que la distance parcourue pendant deux intervalles de temps est d'environ 20 cm entre les points A_2 et A_4 , entre les points A_7 et A_9 , mais également entre les points A_{13} et A_{15} (une mesure sur l'intégralité de l'enregistrement donne une longueur de 19 cm). Ainsi, la vitesse est horizontale, dirigée vers la droite de l'enregistrement et constante.

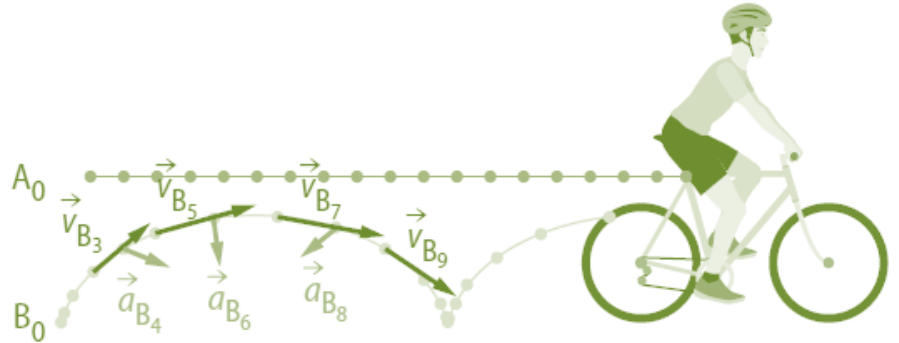
Sa valeur est : $V_A = \frac{19 \times 10^{-2}}{2 \times 20 \times 10^{-3}} = 4,8 \text{ m.s}^{-1}$.

2. En déduire les caractéristiques du vecteur accélération $\vec{a}_A$.

Puisque la vitesse est constante et que la trajectoire est rectiligne, alors l'accélération est nulle

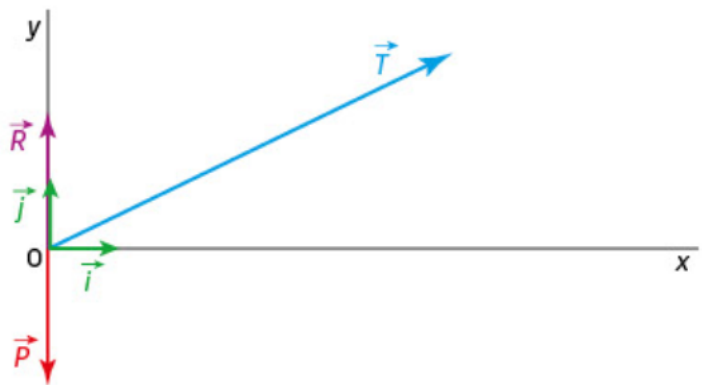
3. À l'aide d'un papier calque, reproduire les points B_2 à B_{10} . Construire les vecteurs vitesse $\vec{v}_{B_3}$, $\vec{v}_{B_5}$, $\vec{v}_{B_7}$ et $\vec{v}_{B_9}$.

4. Sur la même chronophotographie, construire les vecteurs accélération $\vec{a}_{B_4}$, $\vec{a}_{B_6}$ et $\vec{a}_{B_8}$.



Exercice 6 :

- Déterminer les coordonnées de chacun des vecteurs $\vec{R}$, $\vec{P}$ et $\vec{T}$ représentés ci-contre.



Dans le repère cartésien $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les expressions des coordonnées des vecteurs sont les suivantes :

- vecteur $\vec{R}$: $R_x = R$ et $R_y = 0$;
- vecteur $\vec{P}$: $P_x = 0$ et $P_y = -P$;
- vecteur $\vec{T}$: $T_x = T \cos \alpha$ et $T_y = T \sin \alpha$

Exercice 7 : L'enregistrement de la trajectoire d'un point M se déplaçant dans un plan a permis d'obtenir l'expression des coordonnées du point en fonction du temps :

$$x(t) = 5,0 t + 1 \quad \text{et} \quad y(t) = 3,0 t$$

1. Donner l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}(t)$.

$$\overrightarrow{OM}(t) = (5,0 t + 1) \vec{i} + 3,0 t \vec{j}$$

2. Déterminer les coordonnées et la norme de son vecteur vitesse $\vec{v}(t)$.

$$\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \text{ donc } v_x(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d(5,0 t + 1)}{dt} = 5,0 \text{ et } v_y(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{d(3,0 t)}{dt} = 3,0$$

$$\text{A.N. : } v(t) = \|\vec{v}(t)\| = \sqrt{5,0^2 + 3,0^2} = \sqrt{34} = 5,8 \text{ m.s}^{-1}$$

Exercice 8 : Le vecteur position d'un point M en mouvement est défini par :

$$\overrightarrow{OM}(t) = (24 t^2 + 12 t + 3) \vec{i} + (3t + 2) \vec{j}$$

- Déterminer les coordonnées du vecteur accélération $\overrightarrow{a}(t)$ de ce point.

$$\overrightarrow{OM}(t) = (24 t^2 + 12 t + 3) \vec{i} + (3 t + 2) \vec{j}$$

$$\overrightarrow{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \text{ donc } v_x(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d(24 t^2 + 12 t + 3)}{dt} = 48 t + 12 \text{ et } v_y(t) = \frac{dy}{dt} = \frac{d(3 t + 2)}{dt} = 3,0$$

$$\overrightarrow{a}(t) = \frac{d\overrightarrow{v}}{dt} \text{ donc } a_x(t) = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d(48 t + 12)}{dt} = 48 \text{ et } a_y(t) = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d(3)}{dt} = 0$$

Exercice 9 : Un cycliste s'élance sur un tremplin de 2,0 m de haut. Arrivé en haut, sa vitesse lui permet de faire un saut. Les expressions des coordonnées du centre de masse du système {vélo + cycliste} durant ce saut ont été modélisées par des équations mathématiques :

$$\begin{cases} x(t) = 3,39 \times t \\ y(t) = -4,9 \times t^2 + 5,87 \times t + 2,0 \end{cases}$$

Les coordonnées $x(t)$ et $y(t)$ sont exprimées en mètre, à condition que t soit en seconde.



- Déterminer les composantes du vecteur vitesse au cours du temps.

$$\overrightarrow{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}, \text{ d'où, en dérivant chacune des coordonnées :}$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 3,39 \\ -9,8 \times t + 5,87 \end{pmatrix}$$

- En déduire la valeur de la vitesse à $t = 1,0$ s.

À $t = 1,0$ s, on a :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 3,39 \\ -9,8 \times 1,0 + 5,87 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,39 \\ -3,93 \end{pmatrix} \quad \text{D'où } v = \sqrt{3,39^2 + (-3,93)^2} = 5,19 \text{ m.s}^{-1}.$$

- Déterminer les composantes du vecteur accélération au cours du temps.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \text{ d'où en dérivant chacune des coordonnées : } \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -9,8 \end{pmatrix}$$

- Quelles remarques peut-on faire pour ce vecteur ?

Ce vecteur est constant, vertical et orienté vers le bas.

- Calculer la valeur de l'accélération au cours du mouvement.

$$a = \sqrt{0 + (-9,8)^2} = 9,8 \text{ m.s}^{-2}.$$

Exercice 10 :

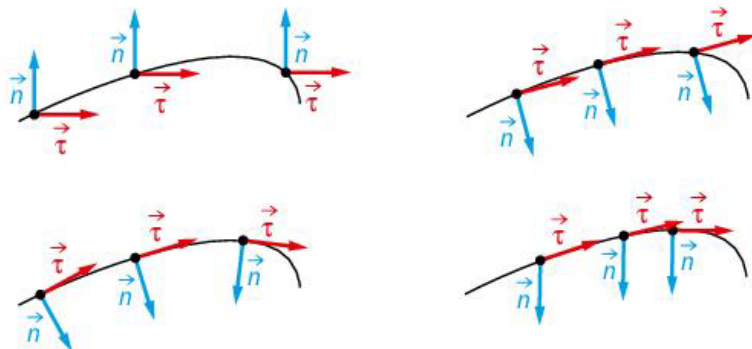
- Choisir la(les) bonne(s) représentation(s) du repère de Frenet :

Seule la représentation en bas à gauche (C) est correcte.

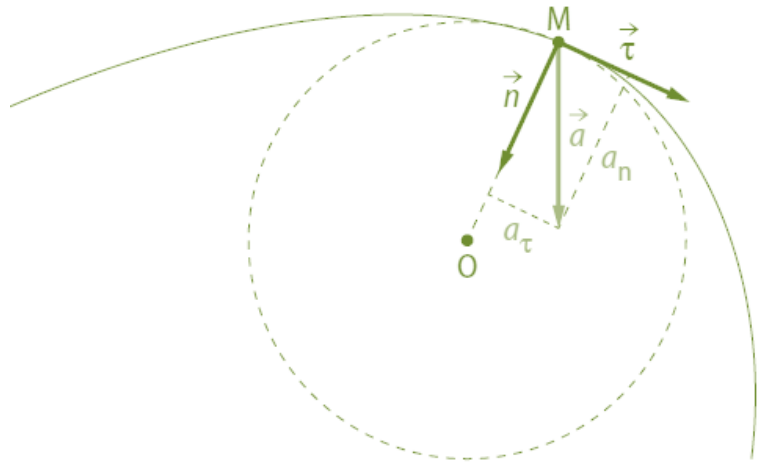
- Corriger la (les) représentation(s) fausse(s).

La représentation :

- en haut à gauche (A) propose un repère de directions fixes pour une trajectoire non rectiligne ;
- en haut à droite (B) propose un repère de directions fixes pour une trajectoire non rectiligne ;
- en bas à droite (D) propose un vecteur $\vec{n}$ systématiquement vertical et donc pas forcément orthogonal à $\vec{t}$.



Exercice 11 : Une automobile prend un virage. La trajectoire, vue de dessus, est assimilée à une portion de cercle en un point donné.



1. Reproduire le schéma et construire le repère de Frenet au point étudié.
2. Projeter le vecteur accélération sur le repère de Frenet.
3. En déduire si la vitesse du véhicule est constante dans le virage.

La composante a_t n'est pas nulle.

D'après la construction, on a : $\frac{dv}{dt} > 0$.

Le mouvement est accéléré.

Exercice 12 : On étudie un mouvement circulaire uniformément accéléré à l'aide du repère de Frenet.

1. Rappeler les composantes du vecteur vitesse dans le repère de Frenet.

Dans le repère de Frenet, l'expression de la vitesse est : $\vec{v} = v \cdot \vec{t}$

La composante sur $\vec{t}$ est v et la composante sur $\vec{n}$ est nulle.

2. Comment évoluent-elles au cours du temps ?

Le mouvement est accéléré : la composante sur $\vec{t}$ augmente et la composante sur $\vec{n}$ reste nulle

3. Rappeler les coordonnées du vecteur accélération dans le repère de Frenet.

Dans le repère de Frenet, l'expression du vecteur accélération est :

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{t} + \frac{v^2}{R} \vec{n} \quad \text{soit : } \vec{a} = \begin{pmatrix} \frac{dv}{dt} \\ \frac{v^2}{R} \end{pmatrix}$$

4. Comment évoluent-elles au cours du temps ?

Le mouvement est uniformément accéléré, donc la composante sur $\vec{t}$ est constante et la composante sur $\vec{n}$ augmente.

Exercice 13 : Un looping est une figure de pilotage aérien que l'on assimile à une trajectoire circulaire.

1. Rappeler les expressions générales des composantes du vecteur accélération dans le repère de Frenet.

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{t} + \frac{v^2}{R} \vec{n}$$

2. Les expressions en un point de la trajectoire des vecteurs vitesse et accélération dans ce repère sont, à un instant donné :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 40,0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{a} = \begin{pmatrix} -6,50 \\ 106,0 \end{pmatrix}$$

- a. Comment évolue la vitesse à l'instant considéré ?

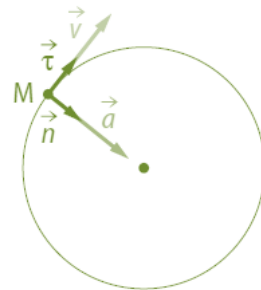
La vitesse diminue au cours du temps car, par identification : $\frac{dv}{dt} = -6,50 \text{ m.s}^{-2}$

- b. Quel est le rayon de la trajectoire ?

On a $\frac{v^2}{R} = 106,0 \text{ m.s}^{-2}$ avec $v = 40 \text{ m.s}^{-1}$.

Ainsi, $R = \frac{40^2}{106} = 15,1 \text{ m}$.

Exercice 14 : Un manège de 16,0 m de diamètre, animé d'un mouvement circulaire uniforme autour d'un axe vertical, fait un tour complet en 2,40 s.



1. Faire un schéma de la situation, vu de dessus. Représenter sur le schéma les vecteurs vitesse et accélération dans le repère de Frenet.
2. Calculer la vitesse pour un point se trouvant à la périphérie du manège.
 $v = \frac{p}{T}$, où p est le périmètre du cercle ($p = 2\pi \times R$) et T la période de rotation.
Ainsi, $v = \frac{\pi \times 16}{2,4} = 20,9 \text{ m.s}^{-1}$.
3. Déterminer les composantes de ces vecteurs dans la base du repère de Frenet.
Dans la base de Frenet :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ soit } \vec{v} = \begin{pmatrix} 20,9 \\ 0 \end{pmatrix}$$

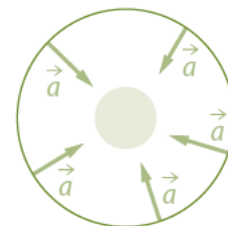
$$\text{Et } \vec{a} = \begin{pmatrix} \frac{dv}{dt} \\ \frac{v^2}{R} \end{pmatrix}, \text{ soit } \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 54,8 \end{pmatrix}$$

4. Mêmes questions pour un point se trouvant à 4 m de l'axe de rotation.
Si le point M est à $R = 4 \text{ m}$, on a les valeurs suivantes :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 10,5 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 27,4 \end{pmatrix}$$

Exercice 15 : Les deux premiers satellites découverts autour de Neptune, Néréide et Triton ont des mouvements orbitaux bien différents : Triton a un mouvement circulaire alors que Néréide a un mouvement elliptique.

Dans chacun des cas, le vecteur accélération en chaque point de l'orbite est dirigé vers Neptune.



1. Faire un schéma de l'orbite de Triton en représentant quelques vecteurs accélérations au cours du mouvement (sans soucis d'échelle).
Si le vecteur accélération est dirigé vers Neptune, alors il est radial :

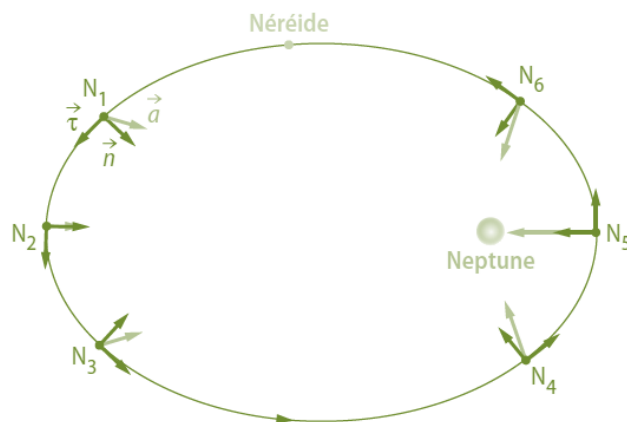
2. À l'aide du repère de Frenet, en déduire que Triton a un mouvement uniforme.

Dans le repère de Frenet, le vecteur accélération n'a de composante que selon $\vec{n}$. Ainsi, puisque la composante sur $\vec{\tau}$ est nulle $\frac{dv}{dt} = 0$. Le mouvement est donc uniforme.

3. Représenter schématiquement l'orbite de Néréide ainsi que les vecteurs accélération aux point N_1 à N_6 .

4. À l'aide du repère de Frenet, déterminer en quel(s) point(s) la vitesse de Néréide augmente, diminue ou reste constante.

La vitesse de Néréide augmente en N_3 et N_4 , diminue en N_1 et N_6 et reste constante en N_5 et N_2 , d'après la composante a_t du vecteur accélération sur le repère de Frenet.



5. La vitesse de Néréide est à son maximum en un point appelé aphélie et à son minimum en un point appelé périhélie. En expliquant le raisonnement, déterminer la position de ces deux points.

On peut imaginer que, pour tous les points compris depuis N_2 jusqu'à N_5 , le mouvement est accéléré et, depuis N_5 jusqu'à N_2 , le mouvement est ralenti. On peut en déduire que l'aphélie correspond au point N_5 (où la vitesse est la plus importante) et la périhélie au point N_2 (où la vitesse est la plus faible).

TYPE BAC 1 : LE DAUPHIN À FLANCS BLANCS

Un jour, un dauphin a fait un saut de 3 mètres pour se retrouver sur le pont d'un navire de recherche arrêté en mer ! Quand il a atteint sa taille adulte, il mesure environ 2,50 mètres et pèse jusqu'à 180 kg.

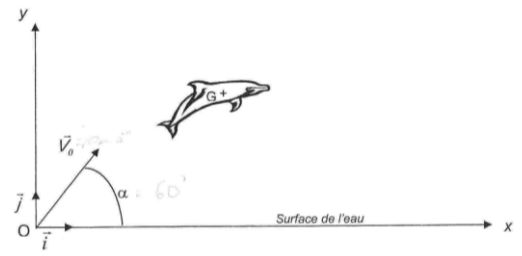
Étude cinématique du saut du dauphin

Dans cette partie, on négligera les actions de l'air (frottements et poussée d'Archimède) sur le dauphin. Au cours du saut hors de l'eau, le dauphin n'est soumis qu'à son poids.

On souhaite étudier la trajectoire du centre d'inertie G du dauphin pendant son saut hors de l'eau. Le repère d'étude est $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On choisit comme origine des dates l'instant où le centre d'inertie G du dauphin est confondu avec le point O. Le vecteur vitesse initiale $\vec{V}_0$ est dans le plan (Oxy) et est incliné d'un angle α par rapport à l'axe Ox.

Grâce à l'exploitation d'un enregistrement vidéo du saut du dauphin, on a pu trouver que la valeur de la vitesse initiale est $V_0 = 10 \text{ m.s}^{-1}$ et que l'angle α vaut 60° .

Pour les calculs, on prendra $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$. La masse du dauphin est notée m .



1 En appliquant la deuxième loi de Newton, donner l'expression du vecteur accélération $\vec{a}_G$ du centre d'inertie du dauphin, puis ses coordonnées a_x et a_y dans le repère d'étude.

Le système dauphin, de masse m et de centre d'inertie G, est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

Le repère d'étude est le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

En négligeant les actions de l'air, le dauphin n'est soumis qu'à son poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$

La deuxième loi de Newton permet d'écrire : $\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$ soit $m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}_G$ donc $\vec{g} = \vec{a}_G$

En projection dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$: $\vec{a}_G \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases}$

2 En déduire l'expression littérale de la coordonnée $V_x(t)$ du vecteur vitesse du centre d'inertie en fonction de la vitesse initiale V_0 et de l'angle α , puis celle de la coordonnée $V_y(t)$ en fonction de V_0 , α , g et t

On a : $\vec{a}_G(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$ donc $\vec{a}_G \begin{cases} a_x(t) = \frac{dV_x}{dt} = 0 \\ a_y(t) = \frac{dV_y}{dt} = -g \end{cases}$ ainsi $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = Cte 1 \\ v_y(t) = -g \cdot t + Cte 2 \end{cases}$

Initialement : $\vec{v}(0) = \vec{v}_0$ donc $\begin{cases} Cte 1 = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ 0 + Cte 2 = v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$ finalement : $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_y(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$

3 Établir les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement du centre d'inertie.

On a : $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OG}}{dt}$ donc $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = \frac{dx}{dt} = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_y(t) = \frac{dy}{dt} = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$

ainsi $\vec{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t + Cte 3 \\ y(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + Cte 4 \end{cases}$

Initialement : $\vec{OG}(0) = \vec{0}$ donc $\begin{cases} Cte 3 + 0 = 0 \\ 0 + 0 + Cte 4 = 0 \end{cases}$ finalement : $\vec{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t \end{cases}$

4 Sachant qu'il faut 0,87 seconde au dauphin pour atteindre le sommet S de cette trajectoire, le saut effectué est-il réellement d'au moins 3 mètres de haut ? justifier.

Calculons $y(t=0,87 \text{ s}) = -\frac{1}{2} \times 10 \times 0,87^2 + 10 \times \sin(60) \times 0,87 = 3,7499 \text{ m} \approx 3,7 \text{ m} > 3 \text{ m}$.

Le saut est donc réellement d'au moins 3 mètres de haut.

5 Les positions du centre d'inertie du dauphin sont données à intervalles de temps réguliers sur le document de l'ANNEXE, l'échelle du document est 1 cm pour 0,50 m, la durée entre deux positions est $\Delta t = 0,10 \text{ s}$.

5.1 A partir du document de l'ANNEXE, déterminer la valeur de la vitesse du centre d'inertie du dauphin aux points 4 et 6. On les notera V_4 et V_6 .

Vitesse $V_4 = \frac{G_3 G_5}{2\tau}$ avec $\tau = 0,10$ s graphiquement : $G_3 G_5 = 2,5$ cm

Avec l'échelle 1 cm pour 0,50 m, $G_3 G_5 = 2,5 \times 0,5 = 1,25$ m

Donc $V_4 = \frac{1,25}{0,20} = 6,25 \text{ m.s}^{-1} = \mathbf{6,3 \text{ m.s}^{-1}}$

Vitesse $V_6 = \frac{G_5 G_7}{2\tau}$ graphiquement : $G_5 G_7 = 2,0$ cm

Avec l'échelle 1 cm pour 0,50 m, $G_5 G_7 = 2,0 \times 0,5 = 1,0$ m

Donc $V_6 = \frac{1,0}{0,20} = \mathbf{5,0 \text{ m.s}^{-1}}$.

5.2 Recopier et tracer les vecteurs $\vec{V}_4$ et $\vec{V}_6$ à partir du **document de l'ANNEXE**, en utilisant l'échelle : 1 cm pour 2 m.s⁻¹.

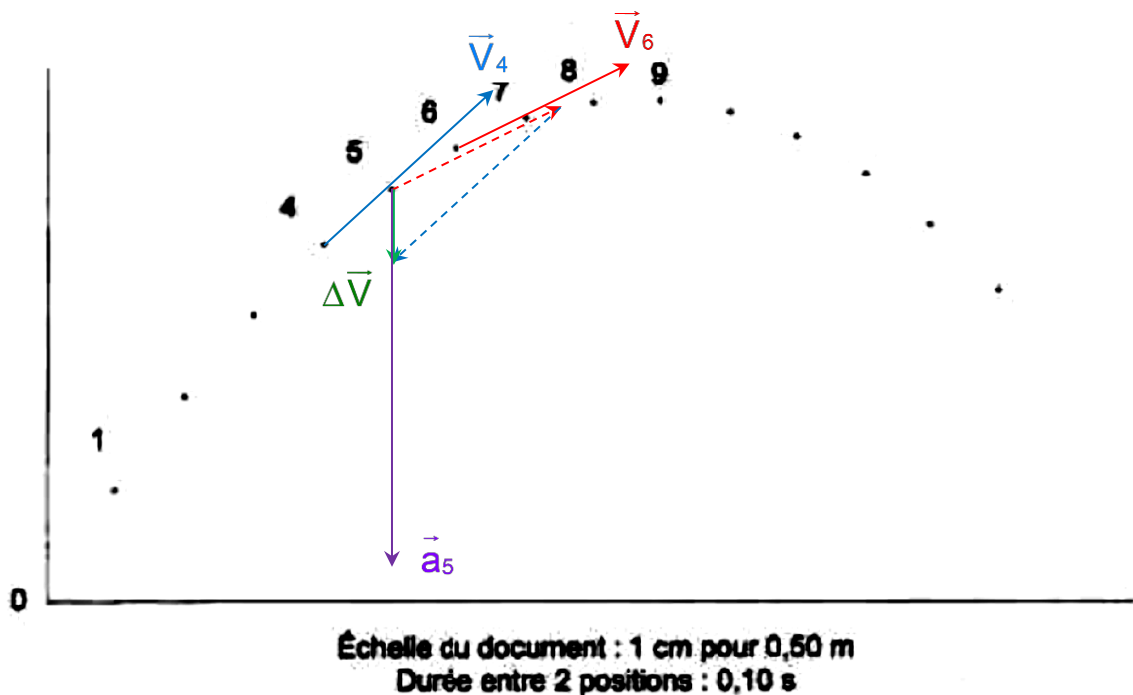
Avec l'échelle 1 cm pour 2 m.s⁻¹ $\vec{v}_4$ mesure $6,25 / 2 = 3,1$ cm

Et $\vec{v}_6$ mesure $5,0 / 2 = 2,5$ cm

Voir les deux vecteurs sur le document de l'annexe ci-après.

5.3 Construire le vecteur $\Delta\vec{V} = \vec{V}_6 - \vec{V}_4$ au point 5 et déterminer sa valeur en m.s⁻¹ en utilisant l'échelle précédente.

Construction du vecteur $\Delta\vec{v} = \vec{v}_6 - \vec{v}_4$ au point 5 : on reporte $\vec{v}_6$ au point 5 et on soustrait le vecteur $\vec{v}_4$ (voir vecteurs en pointillés). Le vecteur $\Delta\vec{v}$ mesure 1,0 cm donc avec l'échelle des vitesses : $\Delta V = \mathbf{2,0 \text{ m.s}^{-1}}$.



5.4 En déduire la valeur a_5 du vecteur accélération $\vec{a}_5$, vecteur accélération au point 5. Le représenter en choisissant comme échelle de représentation : 1 cm pour 2 m.s⁻².

On a : $\vec{a}_5 \approx \frac{\Delta\vec{V}}{2\tau}$ donc en norme : $a_5 \approx \frac{\Delta V}{2\tau}$ soit $a_5 \approx \frac{2,0}{0,20} = \mathbf{10 \text{ m.s}^{-2}}$.

Avec l'échelle 1 cm pour 2 m.s⁻² le vecteur $\vec{a}_5$ mesure 5,0 cm (en violet).

5.5 Les résultats de la **question 4.4** sont-ils en accord avec ceux de la **question 1** ? Justifier.

On constate que $a_5 = g = 10 \text{ m.s}^{-2}$. Par ailleurs les deux vecteurs $\vec{a}_5$ et $\vec{g}$ ont même direction (la verticale) et même sens (vers le bas). Les deux vecteurs sont donc égaux.

Les résultats de la question 4.4 sont en accord avec ceux de la question 1.

TYPE BAC 2 : LA LOGAN AU BANC D'ESSAI

La Dacia Logan, conçue par le constructeur français Renault est produite au départ en Roumanie.

Elle a fait la une de l'actualité lors de son lancement commercial : elle était en effet présentée comme « la voiture à 5000 euros ». Même si son prix fut finalement plus élevé que prévu, les journalistes automobiles étaient impatients d'évaluer cette voiture d'un nouveau genre.

L'exercice propose de détailler certains tests routiers effectués par les essayeurs d'un magazine automobile et d'étudier un composant du système d'alimentation en gazole du moteur Diesel qui peut équiper la Logan.

Donnée : Accélération de la pesanteur: $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

PARTIE A: Performances et comportement routier

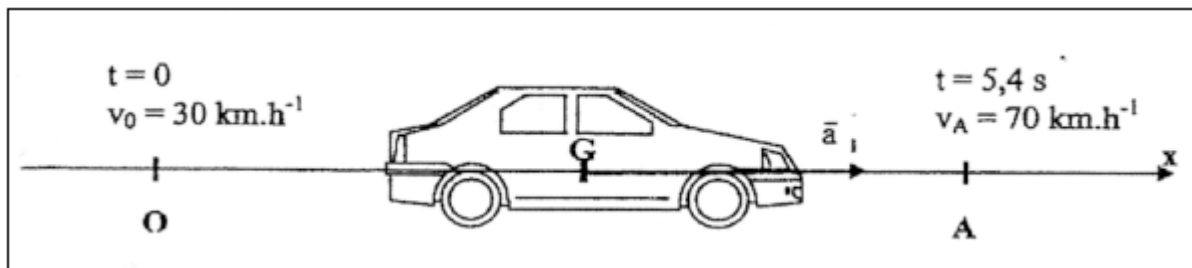
Les paragraphes I et II sont indépendants.

I - Mesures de reprises

Le test consiste à faire passer la voiture, en pleine accélération et sur le deuxième rapport de la boîte de vitesses, de 30 km.h^{-1} à 70 km.h^{-1} sur une portion de circuit rectiligne et horizontale. On mesure alors le temps nécessaire à cette accélération, ce qui donne une bonne indication de la capacité du véhicule à s'insérer et à évoluer dans le trafic routier.

Résultat du test d'accélération donné par le magazine: « passage de 30 km.h^{-1} à 70 km.h^{-1} en $5,4 \text{ s}$ ».

1. Le vecteur accélération est supposé constant pendant tout le mouvement ; sa norme est notée a_1 . Le schéma ci-dessous donne les différentes conventions utilisées. L'origine des temps est choisie à l'instant où le centre d'inertie G du véhicule passe au point O avec la vitesse $v_0 = 30 \text{ km.h}^{-1}$.



a) Donner la relation entre le vecteur accélération $\vec{a}_1$ et le vecteur vitesse $\vec{v}$ du centre d'inertie G du véhicule. En déduire l'équation horaire de la vitesse du centre d'inertie du véhicule $v(t)$ en fonction de a_1 , v_0 et t .

Le vecteur accélération $\vec{a}_1$ est la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse $\vec{v}$: soit $\vec{a}_1 = \frac{d\vec{v}}{dt}$

Or dans le repère $(O, \vec{i})$ d'axe (Ox) orienté vers la droite :

$$\vec{a}_1 = a_{1x} \cdot \vec{i} = a_1 \vec{i} \text{ avec } a_1 > 0$$

$\vec{v} = v_x \cdot \vec{i}$ on pose dans la suite: $v_x = v$.

En projection selon (Ox) :

$$a_{1x} = \frac{dv_x}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad a_1 = \frac{dv}{dt}$$

En intégrant:

$$v(t) = a_1 \cdot t + Cte$$

Or à $t = 0$, $v(0) = v_0$ donc $Cte = v_0$

Finalement:

$$v(t) = a_1 \cdot t + v_0$$

b) En utilisant le résultat du test d'accélération, montrer que la valeur de l'accélération a_1 du véhicule en unité SI est : $a_1 = 2,1 \text{ m.s}^{-2}$.

$$\text{On a: } a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_A - v_0}{t_A - t_0}$$

$$\text{En convertissant les vitesses en m.s}^{-1} \text{ il vient : } a_1 = \frac{70 - 30}{\frac{3,6}{5,4}} = 2,1 \text{ m.s}^{-2}$$

2. a) Établir l'équation horaire de la position $x(t)$ du centre d'inertie G en fonction des grandeurs de l'énoncé.

La relation $\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt}$ donne en projection sur l'axe (Ox): $v = \frac{dx}{dt}$

Soit: $\frac{dx}{dt} = a_1 \cdot t + v_0$

En intégrant: $x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t^2 + v_0 \cdot t + Cte'$

Or à $t = 0$, $x(0) = 0$ donc $Cte' = 0$

Finalement: $x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t^2 + v_0 \cdot t$

- b) En déduire la distance D parcourue par la Logan quand elle passe de 30 km.h^{-1} à 70 km.h^{-1} , en 5,4 s.

La distance D parcourue par la Logan est alors $D = x(t) - x(0)$: $D = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t^2 + v_0 \cdot t$

A.N: $D = 0,5 \times 2,1 \times (5,4)^2 + (30/3,6) \times 5,4 = 75 \text{ m}$.

II - Virage sur une trajectoire circulaire

Un second test consiste à faire décrire à la voiture une trajectoire circulaire de rayon $R = 50 \text{ m}$. Ce test donne une bonne indication de la tenue de route du véhicule.

Une chronophotographie (en vue de dessus) représentant les positions successives du centre d'inertie G de la Logan pendant ce test est donnée en annexe (Figure 1). La durée $\tau = 1,00 \text{ s}$ sépare deux positions successives du centre de masse G.

1. a) Exprimer les normes des vitesses v_3 et v_5 du centre d'inertie G aux points G_3 et G_5 en fonction des distances G_2G_4 , G_4G_6 et de la durée τ .

Les normes des vitesses v_3 et v_5 du centre d'inertie G aux points G_3 et G_5 sont :

$$v_3 = \frac{G_2G_4}{2\tau} \quad \text{et} \quad v_5 = \frac{G_4G_6}{2\tau}$$

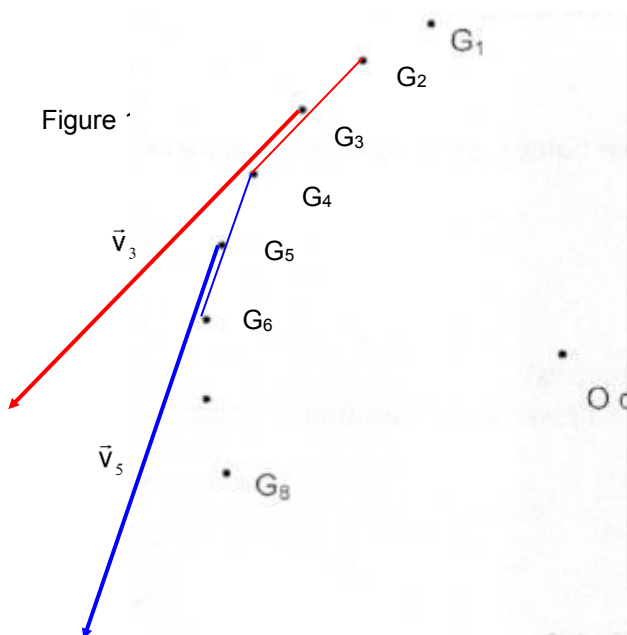
- b) En utilisant la figure 1 montrer que ces vitesses v_3 et v_5 ont la même valeur d'environ 40 km.h^{-1} .

La figure 1 montre que les distances G_2G_4 et G_4G_6 sont égales à environ **2,1 cm** soit **21 m** en tenant compte de l'échelle: $1 \text{ cm} \Leftrightarrow 10 \text{ m}$.

Donc $v_3 = v_5$.

$$v_3 = \frac{G_2G_4}{2\tau} = \frac{21}{2 \times 1,00} = 11 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{soit} \quad v_3 = 11 \times 3,6 = 40 \text{ km.h}^{-1}.$$

- c) Recopier la figure 1 et Représenter les vecteurs vitesse $\vec{v}_3$ et $\vec{v}_5$ sur la figure 1 (échelle: 1 cm pour 2 m.s^{-1}).



Les vecteurs vitesse $\vec{v}_3$ et $\vec{v}_5$ sont tangents à la trajectoire aux points G_3 et G_5 .

Pour $\vec{v}_3$:

- point d'application: G_3
- direction: tangente à la trajectoire au point G_3 (= perpendiculaire au rayon $[OG_3]$)
- sens: celui du mouvement
- norme: 11 m.s^{-1}

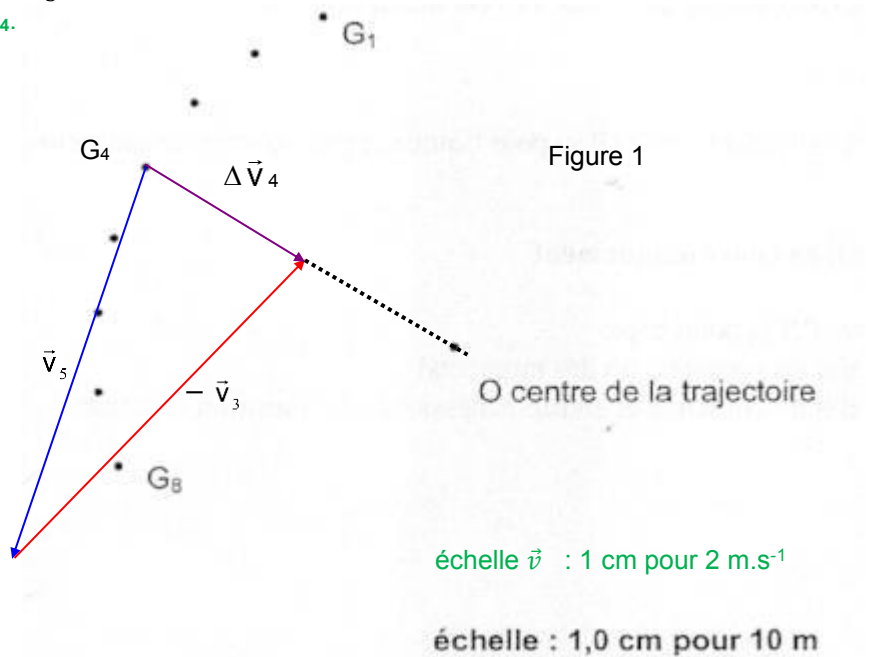
En tenant compte de l'échelle des vitesses, $1,0 \text{ cm}$ pour $2,0 \text{ m.s}^{-1}$, le vecteur $\vec{v}_3$ a pour longueur : $11 \times 1,0 / 2,0 = 5,5 \text{ cm}$.

Le vecteur $\vec{v}_5$ a aussi pour longueur $5,5 \text{ cm}$.

échelle : $1,0 \text{ cm}$ pour 10 m échelle $\vec{v}$: 1 cm pour 2 m.s^{-1}

d) Représenter le vecteur $\Delta \vec{v}_4 = \vec{v}_5 - \vec{v}_3$

Le vecteur $\Delta \vec{v}_4 = \vec{v}_5 - \vec{v}_3$ est représenté en **G4**.



2. a) Donner l'expression du vecteur accélération $\vec{a}_4$ au point G4, en fonction de $\Delta \vec{v}_4$ et τ .

Le vecteur accélération $\vec{a}_4$ au point G4, en fonction de $\Delta \vec{v}_4$ et τ s'écrit: $\vec{a}_4 = \frac{\Delta \vec{v}_4}{2\tau}$.

b) Calculer la valeur de a_4 en unité SI.

En norme: $a_4 = \frac{\Delta v_4}{2\tau}$. Le vecteur $\Delta \vec{v}_4$ mesure 2,5 cm donc avec l'échelle des vitesses (1 cm $\leftrightarrow$ 2,0 m.s⁻¹),

La valeur de Δv_4 est : $\Delta v_4 = 2,0 \times 2,5 = 5,0$ m.s⁻¹.

La valeur de a_4 en m.s⁻² est à: $a_4 = \frac{\Delta v_4}{2\tau} = \frac{5,0}{2 \times 1,00} = 2,5$ m.s⁻².

3. a) Le constructeur qualifie cette accélération de « latérale ». Quel autre qualificatif utiliserait-on plutôt en physique ?

La direction du vecteur $\Delta \vec{v}_4$ passe par le **centre O de la trajectoire**: le vecteur $\vec{a}_4$ aussi.

Le constructeur qualifie cette accélération de « latérale ». En physique on utilise plutôt le terme d'accélération **radiale** (on peut même ajouter centripète car le sens de l'accélération est orienté vers le centre du cercle).

b) Peut-on considérer que, pour les passagers de la voiture, l'effet de cette accélération est négligeable devant celui de l'accélération de la pesanteur ?

$a_4 / g = 2,5 / 9,8 = 0,26$. La valeur de a_4 étant 26 % de celle de g , **on ne peut pas négliger** l'effet de l'accélération radiale devant celui de la pesanteur.

2. Relier les actions appliquées à un système à son mouvement

→ Deuxième loi de Newton

Exercice 16 : On a filmé le mouvement d'un marteau lancé en l'air.

1. Utiliser le schéma fourni et repérer le point jaune et le point vert pour chacune des positions du marteau.



2. Justifier que le point vert est le centre de masse du marteau.
La trajectoire du centre de masse (en vert) semble parabolique.
Elle est plus simple que celle du point jaune (en jaune). On peut donc supposer que le point vert est le centre de masse du marteau.
3. Le marteau est-il soumis à des forces qui se compensent ?
Le marteau n'est pas soumis à des forces qui se compensent car le mouvement de son centre de masse n'est pas rectiligne uniforme (on applique ici la contraposée du principe d'inertie).

Exercice 17 : Un mobile autoporteur est lancé sur une table horizontale dans un référentiel terrestre considéré comme galiléen. On néglige toute force de frottement.

1. Représenter la trajectoire du centre de masse de ce mobile.

Le mobile est soumis à son poids $\vec{P}$ et l'action de la table à coussins d'air $\vec{R}$.
Comme les frottements sont négligés, ces deux forces se compensent : $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

D'après la deuxième loi de Newton appliquée au mobile $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}_G$
il vient donc $m \vec{a}_G = \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

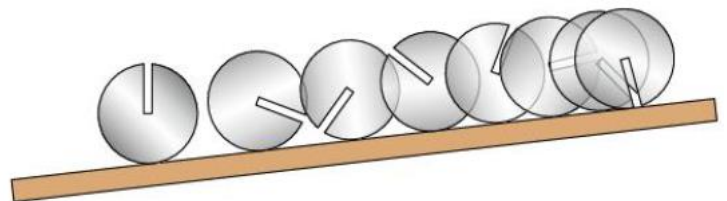
Il vient $\vec{a} = \vec{0}$, le vecteur vitesse du mobile est constant. Dans le référentiel galiléen considéré, le mouvement du centre de masse G du mobile est rectiligne uniforme.

• • • • •

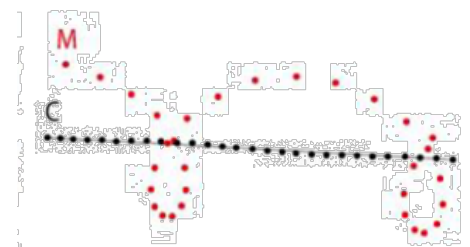
Exercice 18 : Un disque entaillé roule sur une pente.

- Justifier que le centre de masse du système soit au centre du disque.

Le centre de masse est au centre du disque car c'est le point qui a la trajectoire la plus simple.



Exercice 19 : On lance sur la glace un palet de hockey muni de deux repères visuels, un en son centre (C), l'autre en périphérie (M). Le mouvement du palet est filmé.
À l'aide d'un logiciel approprié, on obtient pour chacun des points C et M une trajectoire.



1. Décrire les trajectoires des points M et C.
Le point M a une trajectoire curviligne. Le point C a une trajectoire rectiligne.
2. Quel point est le centre de masse ?
Le point C est le centre de masse car c'est le point du système qui a la trajectoire la plus simple.

Exercice 20 : Un pilote s'élance de la ligne de départ d'un grand prix.

1. Rappeler la définition d'un référentiel.

Un référentiel est un objet de référence par rapport auquel on étudie un mouvement.

2. Dans quelle condition est-il considéré comme galiléen ?

Le référentiel est considéré comme galiléen si la 1^{re} loi de Newton s'applique.

3. Le référentiel terrestre est-il ici considéré comme galiléen ?

Le référentiel terrestre est considéré comme galiléen si le mouvement étudié dure quelques minutes, ce qui est le cas si on étudie le départ du pilote.

4. Quel est le mouvement du pilote dans ce référentiel ?

Le mouvement au démarrage est un mouvement rectiligne accéléré.

5. En déduire si les actions mécaniques qui s'exercent sur lui se compensent.

D'après la 1^{re} loi de Newton, le pilote n'étant ni immobile ni en mouvement rectiligne uniforme dans ce référentiel galiléen, les actions mécaniques ne se compensent pas.

6. Le référentiel voiture est-il ici considéré comme galiléen ?

Le référentiel voiture n'est pas considéré comme galiléen puisqu'il n'est pas en mouvement rectiligne uniforme par rapport au référentiel terrestre.

7. Quel est le mouvement du pilote dans ce référentiel ?

Le pilote est immobile dans ce référentiel.

8. En déduire si les actions mécaniques qui s'exercent sur lui se compensent.

Les actions mécaniques ne se compensent pas, la 1^{re} loi de Newton n'est pas applicable.



Exercice 21 : Pour chaque situation suivante, choisir un référentiel galiléen :

1. Un skieur descendant une piste ;

Référentiel terrestre.

2. Jupiter tournant autour du Soleil ;

Référentiel héliocentrique.

3. La Lune tournant autour de la Terre ;

Référentiel géocentrique.

4. Un train sortant de la gare.

Référentiel terrestre.

Exercice 22 : Le spationaute français Thomas Pesquet a fait un séjour à bord de la station spatiale internationale de novembre 2016 à juin 2017.

Il réalise 2 h et demi de sport chaque jour : course sur tapis, vélo d'entraînement ...

1. Dans quel référentiel est-il immobile ? ce référentiel est-il galiléen ?

Thomas Pesquet est immobile dans le référentiel de l'ISS, qui peut être considéré comme galiléen puisque la 1^{re} loi de Newton s'applique.

2. Le référentiel terrestre est-il ici galiléen pour étudier le mouvement de l'astronaute ?

L'ISS est en mouvement de rotation autour de la Terre, donc l'ISS n'est pas en mouvement rectiligne uniforme par rapport à la surface de la Terre : le référentiel terrestre n'est donc pas galiléen.

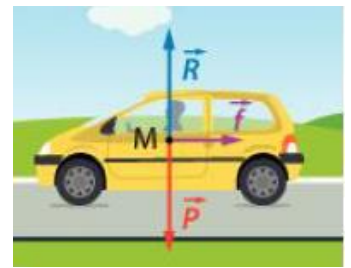
3. Le référentiel géocentrique est-il ici galiléen pour étudier le mouvement de Thomas Pesquet ?

De même, l'ISS n'est pas en mouvement rectiligne uniforme par rapport au centre de la Terre, donc le référentiel géocentrique n'est pas galiléen.



Exercice 23 : Une voiture de masse $m = 900 \text{ kg}$ se déplace moteur arrêté sur une route horizontale. Elle ralentit sous l'effet des forces de frottements exercées par l'air et par la route sur les pneus.

Toutes les forces qui s'appliquent sur la voiture sont représentées en son centre de masse M sans souci d'échelle. Le poids $\vec{P}$ du véhicule et la réaction $\vec{R}$ de la route sur les pneus se compensent. La valeur de la force de frottement est $f = 300 \text{ N}$.



1. Énoncer la deuxième loi de Newton.

D'après la deuxième loi de Newton appliquée au système {voiture} dans un référentiel terrestre supposé galiléen : $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}_M$

2. Exploiter cette loi pour déterminer les caractéristiques du vecteur accélération de M .

Le système {voiture} est soumis à son poids $\vec{P}$, à la réaction de la route $\vec{R}$ sur les pneus et à la force de frottement $\vec{f}$.

Le poids et la réaction de la route sur les pneus se compensent : $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$

La deuxième loi de Newton appliquée au système se ramène donc à $\vec{f} = m \vec{a}_M$ et donc $\vec{a}_M = \frac{\vec{f}}{m}$

$$\vec{a}_M \begin{cases} \text{direction : celle de } \vec{f} \\ \text{sens : celui de } \vec{f} \text{ (opposé au sens du déplacement de la voiture)} \\ \text{valeur : } a_M = \frac{f}{m} = 0,333 \text{ m.s}^{-2} \end{cases}$$

Exercice 24 : Une montgolfière et l'air qu'elle contient (masse $m = 1,20 \times 10^4 \text{ kg}$) sont animés d'un mouvement vertical uniformément accéléré vers le haut. La valeur de l'accélération est $a = 0,20 \text{ m.s}^{-2}$.

La montgolfière est soumise à son poids $\vec{P}$ et à la poussée d'Archimède $\vec{F}_p$ exercée par l'air extérieur. On néglige les forces de frottement devant les autres forces. Les forces sont représentées sans souci d'échelle au centre de masse du système sur la photo ci-dessus.



Données : Intensité de la pesanteur : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

1. Déterminer les caractéristiques de la somme des forces $\Sigma \vec{F}$ appliquées au système.

D'après la deuxième loi de Newton appliquée au système {montgolfière} dans un référentiel terrestre supposé galiléen : $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}_G$

Comme le mouvement est vertical uniformément accéléré, le vecteur accélération a même direction et même sens que celui du mouvement. Il est donc vertical vers le haut.

Il vient donc que le vecteur $\Sigma \vec{F}$ est vertical et orienté vers le haut.

2. En déduire la valeur F_p de la poussée d'Archimède.

Le système {montgolfière} est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la poussée d'Archimède $\vec{F}_p$.

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}_G \text{ s'écrit } \vec{P} + \vec{F}_p = m \cdot \vec{a}_G$$

Par projection des vecteurs sur un axe vertical ascendant, on obtient $-P + F_p = m \times a_G$

On en déduit : $F_p = m \times a_G + P$ soit $F_p = m \times a_G + m \times g$

c'est-à-dire $F_p = m \cdot (a_G + g)$.

Application numérique : $F_p = 1,20 \times 10^3 \times (0,20 + 10) = 1,2 \times 10^4 \text{ N}$.

Exercice 25 :

1. Construire le vecteur somme des forces $\Sigma \vec{F}$ représentant la résultante des forces au centre de masse G pour les deux systèmes suivants.

Le vecteur somme des forces (ou résultante des forces) est nul ($\Sigma \vec{F} = \vec{0}$) pour la situation **a** et correspond au vecteur en pointillés pour la situation **b**.



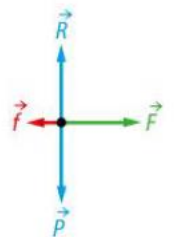
2. Quel système peut être à l'équilibre et dans quelle condition ?
L'accélération du système $\mathbf{a}$ est nulle, d'après la réponse à la question 1. Il est alors à l'équilibre si et seulement si son vecteur vitesse $\vec{v}$ est nul.
3. Quelle est la direction et le sens de l'accélération du centre de masse du système qui n'est pas à l'équilibre ?
D'après la 2e loi de Newton ($\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$) pour le système $\mathbf{b}$, le vecteur accélération a la même direction et le même sens que le vecteur somme des forces, c'est-à-dire le vecteur en pointillés sur le schéma ci-avant.

Exercice 26 : On a étudié une pierre de curling dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

1. La pierre est à l'arrêt.
 - a. Que vaut la résultante des forces $\Sigma \vec{F}$ qui modélisent les actions mécaniques s'exerçant sur la pierre ?
La pierre est à l'arrêt, donc $\vec{v} = \vec{0}$.
Donc $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{0}$ et, d'après la 2e loi de Newton, $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} = \vec{0}$.
 - b. La pierre est-elle à l'équilibre ?
Comme $\vec{v} = \vec{0}$ et $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ le système est à l'équilibre.
2. La pierre est en mouvement rectiligne uniforme.
 - a. Que vaut la résultante des forces $\Sigma \vec{F}$ qui modélisent les actions mécaniques s'exerçant sur la pierre ?
La pierre est en mouvement rectiligne uniforme : $\vec{v} = \overrightarrow{cté}$.
Donc $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{0}$ et, d'après la 2e loi de Newton, $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} = \vec{0}$.
 - b. La pierre est-elle à l'équilibre ?
Comme $\vec{v} \neq \vec{0}$, même si $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$, le système n'est pas à l'équilibre.

Exercice 27 : Pendant leur course d'élan, les bobeurs poussent le bobsleigh, initialement à l'arrêt, sur une portion de piste rectiligne et horizontale. Le bobsleigh sera assimilé à un point matériel. On modélisera la poussée par une force $\vec{F}$, $\vec{f}$ modélisera l'action des forces de frottements, $\vec{P}$ l'action mécanique de la Terre et $\vec{R}$ modélisera la composante verticale de l'action de la piste. Toutes ces forces seront considérées comme constantes.

Donnée : intensité de la force de poussée $F = 250 \text{ N}$, des forces de frottements $f = 25 \text{ N}$;
Masse du bobsleigh $m = 300 \text{ kg}$.



1. Donner les caractéristiques du vecteur résultante des forces $\Sigma \vec{F}$.
D'après le tracé des forces représentant les actions mécaniques exercées sur le bobsleigh, la résultante des forces $\Sigma \vec{F}$ a une direction horizontale et un sens de la gauche vers la droite.
2. En déduire la valeur du vecteur accélération dans le référentiel terrestre supposé galiléen.
 $\vec{P}$ et $\vec{R}$ se compensent, donc : $\Sigma \vec{F} = \vec{F} + \vec{R} + \vec{P} + \vec{f} = \vec{f} + \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

En projetant sur l'axe horizontal : $\Sigma F = F - f = 250 - 25 = 225 \text{ N}$

$$\text{Donc } a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{225}{300} = 0,750 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

2. Relier les actions appliquées à un système à son mouvement

→ Mouvement dans un champ uniforme

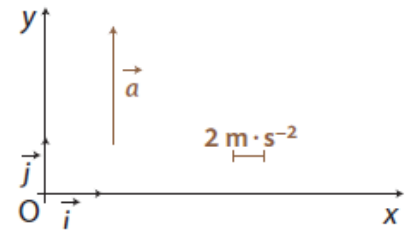
Exercice 28 : Les coordonnées cartésiennes du vecteur accélération d'un point matériel M dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ lié à un référentiel terrestre sont : $\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \text{ m.s}^{-2} \\ a_y = 7,8 \text{ m.s}^{-2} \end{cases}$

1. Représenter ce vecteur accélération dans le repère choisi.

Le vecteur accélération est vertical, et sa longueur est égale à 3,9 fois celle du segment d'échelle.

2. Calculer la valeur a de l'accélération de M.

La valeur de l'accélération est $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ avec $a_x = 0 \text{ m.s}^{-2}$, il vient $a = |a_y| = 7,8 \text{ m.s}^{-2}$.

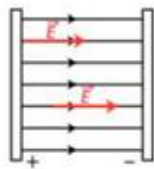


Exercice 29 : Voici la cartographie de quatre champs vectoriels.

a Champ électrique dû à une charge ponctuelle



b Champ électrique entre les armatures d'un condensateur plan



c Champ gravitationnel terrestre



d Champ de pesanteur terrestre dans l'espace de la photographie



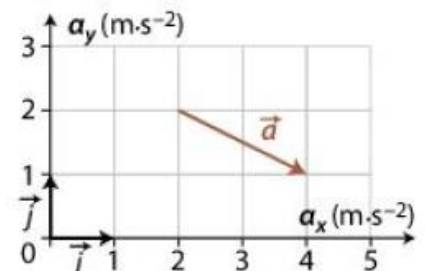
- Identifier le(s) champ(s) uniforme(s).

Seuls les champs **b** et **d** sont uniformes car ils ont même direction, même sens et même valeur en tout point de l'espace.

Exercice 30 : On a représenté ci-dessous le vecteur accélération d'un point mobile M en mouvement plan dans un champ de pesanteur uniforme.

1. Déterminer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ de M dans le repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

Les coordonnées du vecteur accélération dans le repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ sont : $\vec{a} \begin{cases} a_x = 2,0 \text{ m.s}^{-2} \\ a_y = -1,0 \text{ m.s}^{-2} \end{cases}$



2. Calculer la valeur a de l'accélération de M.

L'accélération a pour valeur $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$; $a = \sqrt{(2,0)^2 + (-1,0)^2} = 2,2 \text{ m.s}^{-2}$

Exercice 31 : Une bille de masse m est lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur $h = 1,00\text{m}$. La bille de centre de masse G n'est soumise qu'à l'action mécanique de la Terre modélisée par la force de pesanteur. On choisit pour repère un axe vertical (Oz) orienté vers le bas, dont l'origine O correspond à la position initiale de la bille à $t = 0 \text{ s}$.

1. Établir la relation entre le vecteur accélération du centre de masse de la bille et le vecteur champ de pesanteur.

D'après la deuxième loi de Newton : $m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g}_0$, d'où $\vec{a} = \vec{g}_0$.



2. En déduire les équations horaires du mouvement $v_z(t)$ et $z(t)$.

Dans le repère $(O ; z)$, puisque $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on a $\vec{a} = \frac{dv_z}{dt} = g_0$.

Par intégration, on en déduit un ensemble de primitives possibles :

$V_z(t) = g_0 \cdot t + k_1$, où k_1 est une constante à déterminer.

La connaissance de la vitesse initiale permet de trouver k_1 par identification :

$V_z(0) = g_0 \times 0 + k_1 = 0$ (vitesse initiale nulle), d'où $v_z(t) = g_0 \cdot t$.

De même, comme $\vec{v} = \frac{d\vec{O}\vec{G}}{dt}$, après intégration et en connaissant la position initiale O à $t = 0$ s, on a :

$$z(t) = \frac{1}{2} \cdot g_0 \cdot t^2$$

3. Montrer que le mouvement de la balle dans le champ de pesanteur est plan.

La trajectoire est rectiligne portée par l'axe (Oz) , donc le mouvement de la balle est plan.

4. Quelle est la durée de la chute ?

À l'instant t_c de l'impact, $z(t_c) = h$, d'où : $z(t_c) = \frac{1}{2} \cdot g_0 \cdot t_c^2 = h$, soit $t_c = \sqrt{\frac{2h}{g_0}}$

Et $t_c = \sqrt{\frac{2 \times 1,00}{9,81}} = 0,452$ s.

5. Quelle est la vitesse maximale atteinte par la balle ?

La vitesse maximale est atteinte à l'instant t_c .

$V_z(t_c) = g_0 \cdot t_c$ et $v_z(t_c) = 9,81 \times 0,452 = 4,43$ m.s⁻¹.

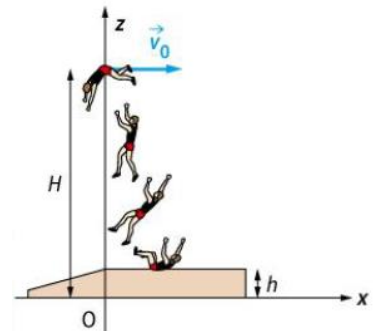
Exercice 32 : On souhaite étudier la phase descendante d'une athlète lors de l'épreuve du saut à la perche.

On considère le système perchiste que l'on assimile à un point matériel.

On négligera dans cette phase toute action de l'air. La barre est franchie avec un vecteur vitesse $\vec{v}_0$ horizontal.

On se place dans le repère $(O ; x, y, z)$ en prenant le début de la phase descendante comme origine des temps ($t = 0$ s).

Données : hauteur du tapis de réception $h = 0,70$ m ; hauteur du saut $H = 4,5$ m.



1. Montrer que les composantes du vecteur accélération du système sont :

$$a_x(t) = a_y(t) = 0 \text{ et } a_z(t) = -g_0.$$

On néglige l'action de l'air sur le système. D'après la deuxième loi de Newton, $m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g}_0$, d'où $\vec{a} = \vec{g}_0$.

Dans le repère orthonormé $(O ; x, y, z)$, puisque $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on a :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} \begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = a_x = 0 \\ \frac{dv_y}{dt} = a_y = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = a_z = -g_0 \end{cases}$$

2. Montrer que les équations horaires du mouvement du perchiste s'écrivent :

$$x(t) = v_0 \cdot t, \quad y(t) = 0 \quad \text{et} \quad z(t) = -\frac{1}{2} g_0 \cdot t^2 + H.$$

Par intégration on en déduit un ensemble de primitives possibles : $\vec{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = k_1 \\ v_y(t) = k_2 \\ v_z(t) = -g_0 \cdot t + k_3 \end{cases}$

Où k_1 , k_2 et k_3 sont des constantes.

La connaissance de la vitesse initiale (à $t = 0$ s) permet d'établir les valeurs de chacune des deux

constantes par identification de deux termes égaux : $\overrightarrow{v}(0) = \overrightarrow{v_0}$, d'où :

$$\begin{cases} v_x(0) = k_1 = v_0 \\ v_y(0) = k_2 = 0 \\ v_z(0) = -g_0 \times 0 + k_3 = 0 \end{cases} \quad \text{soit} \quad \overrightarrow{v}(t) \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = -g_0 \cdot t \end{cases}$$

De même, puisque $\overrightarrow{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$, après intégration, les équations horaires de la position s'écrivent :

$$\overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot t + k_4 \\ y(t) = k_5 \\ z(t) = -\frac{1}{2} \cdot g_0 \cdot t^2 + k_6 \end{cases} \quad \text{et,}$$

en connaissant la position initiale d'altitude $z(0) = H$, il vient : $\overrightarrow{OG}(t) \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot t \\ y(t) = 0 \\ z(t) = -\frac{1}{2} \cdot g_0 \cdot t^2 + H \end{cases}$

3. Montrer que le mouvement est plan.

$y(t) = 0$, donc le mouvement s'effectue dans le plan (xOz).

4. Quelle est la durée de la phase descendante ?

La phase descendante s'interrompt à l'instant t_d pour lequel $z(t_d) = h$.

Soit $-\frac{1}{2} \cdot g_0 \cdot t_d^2 + H = h$,

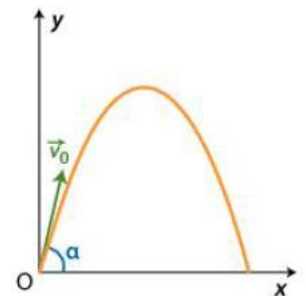
$$\text{D'où } t_d = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g_0}} \quad ; \quad t_d = \sqrt{\frac{2 \times (4,5 - 0,70)}{9,81}} = 0,88 \text{ s.}$$

Exercice 33 : Au cours d'un match de rugby, un joueur réalise une chandelle. On se place dans un référentiel terrestre supposé galiléen. On négligera toutes les actions dues à l'air.

À l'instant $t = 0$ s, le ballon, assimilé à un point matériel, est à l'origine du repère, et le vecteur vitesse initiale du ballon fait un angle α avec l'axe horizontal Ox . Le graphique ci-dessus représente la trajectoire du ballon dans le repère choisi.

Les coordonnées cartésiennes du vecteur accélération du ballon, exprimées en m.s^{-2} ,

$$\text{sont : } \vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$$



1. Établir les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}$ du ballon.

Pour établir les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse du ballon, il faut chercher les primitives de chaque coordonnée du vecteur accélération, puis utiliser les conditions initiales indiquées.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad \text{donc} \quad \vec{v} \begin{cases} v_x = C_x \\ v_y = -g \cdot t + C_y \end{cases}$$

$$\text{De plus } \vec{v_0} \begin{cases} v_{x_0} = v_0 \times \cos \alpha \\ v_{y_0} = v_0 \times \sin \alpha \end{cases}$$

$$\text{Il vient} \begin{cases} C_x = v_0 \times \cos \alpha \\ -g \times 0 + C_y = v_0 \times \sin \alpha \end{cases}$$

$$\text{D'où} \begin{cases} C_x = v_0 \times \cos \alpha \\ C_y = v_0 \times \sin \alpha \end{cases}$$

Les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse s'écrivent : $\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \times \cos \alpha \\ v_y = -g \cdot t + v_0 \times \sin \alpha \end{cases}$

2. Montrer que les équations horaires du mouvement sont : $x = v_0 \times \cos(\alpha) \cdot t$ et $y = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t$

Les équations horaires du mouvement sont les coordonnées du vecteur position $\overrightarrow{OP}$ du ballon assimilé à un point matériel P.

Il faut chercher les primitives de chaque coordonnée du vecteur vitesse puis utiliser les conditions initiales indiquées.

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OP}}{dt} \text{ donc } \overrightarrow{OP} \begin{cases} x = v_0 \times \cos \alpha \times t + D_x \\ y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \times \sin \alpha \times t + D_y \end{cases}$$

$$\text{De plus } \overrightarrow{OP_0} \begin{cases} x_0 = 0 \text{ m} \\ y_0 = 0 \text{ m} \end{cases}$$

$$\text{Il vient } \begin{cases} v_0 \times \cos \alpha \times 0 + D_x = 0 \\ -\frac{1}{2} \cdot g \cdot 0^2 + v_0 \times \sin \alpha \times 0 + D_y = 0 \end{cases}$$

$$\text{D'où } \begin{cases} D_x = 0 \\ D_y = 0 \end{cases}$$

$$\text{Les équations horaires du mouvement du ballon s'écrivent : } \overrightarrow{OP} \begin{cases} x = v_0 \times \cos \alpha \times t \\ y = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_0 \times \sin \alpha \times t \end{cases}$$

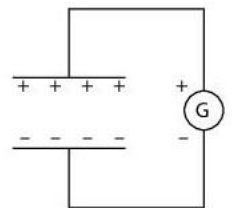
Exercice 34 : Entre les plaques A et B d'un condensateur plan reliées à un générateur de tension continue, règne un champ électrique uniforme de valeur $E = 1,0 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$. Les plaques sont distantes de $d = 10,0 \text{ cm}$.

Donnée : Valeur du champ électrique $\vec{E}$: $E = \frac{|U_{AB}|}{d}$

- Calculer la valeur absolue $|U_{AB}|$ de la tension appliquée entre les plaques.
D'après l'expression de E fournie, $|U_{AB}| = E \times d$.
 $|U_{AB}| = 1,0 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1} \times 10,0 \times 10^{-2} \text{ m}$.
La valeur absolue $|U_{AB}|$ de la tension est $1,0 \times 10^3 \text{ V}$.
- Comment varie la valeur du champ électrique si la distance entre les plaques augmente ?
La valeur E du champ électrique est inversement proportionnelle à la distance d entre les armatures.
Lorsque d augmente, E diminue.

Exercice 35 : On a représenté ci-dessous les armatures d'un condensateur plan reliées aux bornes d'une source de tension continue. Les plaques sont distantes de $d = 20,0 \text{ cm}$ et la source impose une tension U de 10 kV .

Donnée : Valeur du champ électrique $\vec{E}$: $E = \frac{|U|}{d}$

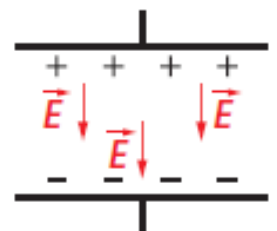


- Déterminer les caractéristiques (direction, sens et valeur) du champ électrique $\vec{E}$ qui règne entre les plaques.
Le champ électrique a une direction perpendiculaire aux armatures du condensateur. Il est orienté de l'armature chargée positivement vers celle chargée négativement.

$$\text{Sa valeur est } E = \frac{|U|}{d} = \frac{10 \times 10^3}{20,0 \times 10^{-2}} = 5,0 \times 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}.$$

- Représenter le vecteur $\vec{E}$ en différentes positions entre les armatures, sans souci d'échelle mais avec cohérence.

Ce champ électrique $\vec{E}$ est uniforme : il a partout, entre les plaques, même direction, même sens et même valeur.



Exercice 36 : Un condensateur plan est constitué de deux armatures planes et parallèles séparées par un milieu isolant comme l'air.

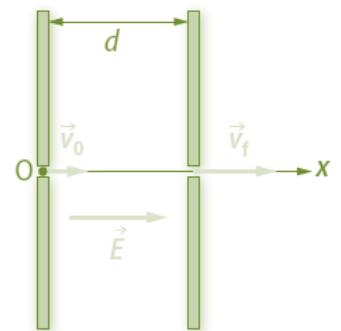
Entre les deux armatures A et B du condensateur séparées par une distance d , s'établit un champ électrique $\vec{E}$ uniforme tel que $U_{AB} = E \times d$.

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

- La direction du champ $\vec{E}$ est :
 - Parallèle aux armatures ;
 - Perpendiculaire aux armatures ; car seule l'orientation du champ (et non la direction) varie en fonction du signe de la tension.
 - Varie selon le signe de la tension U_{AB} .
- Lorsque la distance entre les armatures est doublée, la valeur du champ électrique $\vec{E}$:
 - Est constante ;
 - Est doublée ;
 - Est divisée par deux. Car $E = \frac{U_{AB}}{d}$
- Lorsque la tension entre les armatures est divisée par deux, la valeur du champ électrique $\vec{E}$:
 - Est constante ;
 - Est doublée ;
 - Est divisée par deux. Car $E = \frac{U_{AB}}{d}$
- Lorsqu'on inverse la polarité des armatures :
 - Le champ $\vec{E}$ s'annule ;
 - Le champ $\vec{E}$ garde la même norme ;
 - Le champ $\vec{E}$ change de sens.

Exercice 37 : Un proton pénètre dans un condensateur plan avec vecteur vitesse initial $\vec{v}_0$ perpendiculaire aux armatures. Dans le condensateur plan règne un champ électrique uniforme de valeur : $E = 2,0 \text{ kV.m}^{-1}$.

Données : masse $m = 1,7 \times 10^{-27} \text{ kg}$, $v_0 = 2,0 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$, intensité de la pesanteur $g_0 = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$, $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $d = 18,0 \text{ cm}$.



- Reproduire cette figure et représenter sans souci d'échelle le vecteur $\vec{E}$.
D'après le schéma de l'énoncé, $v_f > v_0$, donc l'armature de droite est chargée négativement pour accélérer le proton. Ainsi, le champ est orthogonal aux plaques et orienté vers l'armature négative (x croissant).
- Montrer que l'action mécanique de la Terre sur le proton est négligeable devant l'action modélisée par la force électrique.

L'action mécanique de la Terre modélisée par le poids $P = m.g$.

La force électrique a pour expression, en valeur, $F_e = e.E$, d'où le rapport :

$$\frac{F_e}{P} = \frac{e.E}{m.g} = \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 2,0 \times 10^3}{1,7 \times 10^{-27} \times 9,81} = 1,9 \times 10^{10}.$$

- Établir la relation entre le vecteur accélération de la particule et le vecteur champ électrique.

D'après la deuxième loi de Newton :

$$m.\vec{a} = \vec{F}_e = e.\vec{E}, \text{ d'où } \vec{a} = \frac{e}{m}.\vec{E},$$

- Projeter cette relation sur l'axe (Ox) et établir une relation entre la composante de l'accélération a_x , E , m , et e .

Par projection, on obtient $a_x = \frac{e}{m} \cdot E$

5. En déduire les équations horaires de la vitesse $v_x(t)$ et de la position $x(t)$.

Puisque $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on obtient après intégration : $v_x(t) = \frac{e}{m} \cdot E \cdot t + k_1$ où k_1 est une constante à déterminer.

Or, à $t = 0$ s, $\vec{v}(0) = v_0 \cdot \vec{i}$, d'où $k_1 = v_0$ et $v_x(t) = \frac{e}{m} \cdot E \cdot t + v_0$.

De même, on obtient $x(t)$ après une deuxième intégration : $x(t) = \frac{e}{2 \cdot m} \cdot E \cdot t^2 + v_0 \cdot t$ car, à $t = 0$ s, le système est en O, d'abscisse 0.

6. Montrer que cet accélérateur est linéaire.

L'accélérateur est linéaire car le mouvement de la particule s'effectue selon l'axe (Ox).

7. En exploitant une équation horaire, déterminer à quel instant le proton sort du condensateur.

Le proton sort de l'accélérateur à l'instant t_s tel que $x(t_s) = d$.

t_s est donc la racine positive de l'équation du second degré en t suivante : $\frac{e}{2 \cdot m} \cdot E \cdot t^2 + v_0 \cdot t - d = 0$.

Le discriminant de l'équation s'écrit : $\Delta = v_0^2 + 4d \frac{e \cdot E}{2 \cdot m} = v_0^2 + \frac{2e \cdot E \cdot d}{m}$,

$$\text{Soit } \Delta = (2,0 \times 10^3)^2 + \frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 2,0 \times 10^3 \times 18,0 \times 10^{-2}}{1,7 \times 10^{-27}} = 6,8 \times 10^{10} \text{ SI.}$$

$$\text{La racine positive est : } t_s = \frac{-v_0 + \sqrt{\Delta}}{2 \frac{e \cdot E}{2m}} = \frac{(-v_0 + \sqrt{\Delta}) \cdot m}{e \cdot E}$$

$$\text{Soit } t_s = \frac{(-2,0 \times 10^3 + \sqrt{6,8 \times 10^{10}}) \times 1,7 \times 10^{-27}}{1,6 \times 10^{-19} \times 2,0 \times 10^3} = 1,4 \times 10^{-6} \text{ s}$$

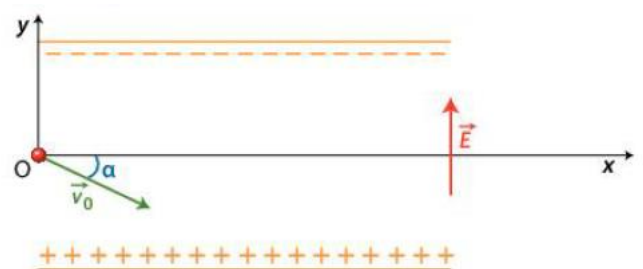
8. En déduire la vitesse finale du proton. Conclure sur le rôle du condensateur plan dans ce dispositif.

$$v_f = v_x(t_s) = \frac{qE}{m} t_s + v_0$$

$$\text{soit : } v_f = \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 2,0 \times 10^3}{1,7 \times 10^{-27}} \times 1,4 \times 10^{-6} + 2,0 \times 10^3 = 2,6 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

On vérifie que ce condensateur plan joue le rôle d'accélérateur de particules.

Exercice 38 : Une position, particule de charge e et de masse m , pénètre, à $t = 0$ s, dans un champ électrique uniforme avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$. On assimile le positon à un corps ponctuel G soumis uniquement à la force électrique, et on étudie son mouvement dans un référentiel terrestre supposé galiléen.



1. Exprimer les coordonnées cartésiennes du vecteur position $\overrightarrow{OG_0}$ et celles du vecteur vitesse $\vec{v}_0$ à $t = 0$ s.

$$\text{Coordonnées cartésiennes du vecteur position à } t = 0 \text{ s : } \overrightarrow{OG_0} \begin{cases} x_0 = 0 \text{ m} \\ y_0 = 0 \text{ m} \end{cases}$$

$$\text{Coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse à } t = 0 \text{ s : } \vec{v}_0 \begin{cases} v_{x_0} = v_0 \times \cos \alpha \\ v_{y_0} = -v_0 \times \sin \alpha \end{cases}$$

2. Utiliser la deuxième loi de Newton pour exprimer le vecteur accélération $\vec{a}$ du positon.

On étudie le positon de masse m et de charge e dans un référentiel terrestre supposé galiléen.

On considère qu'il n'est soumis qu'à la force électrique $\vec{F}$.

D'après la deuxième loi de Newton : $\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$.

Avec $\Sigma \vec{F} = \vec{F} = e \vec{E}$, il vient $\vec{a} = \frac{e}{m} \vec{E}$

3. En déduire les coordonnées cartésiennes des vecteurs accélération, vitesse et position du positon.

Comme $\frac{e}{m} > 0$, les vecteurs accélération $\vec{a}$ et champ électrique $\vec{E}$ sont colinéaires et de même sens.

La valeur du vecteur accélération est : $a = \frac{e}{m} E$.

Les coordonnées cartésiennes du vecteur accélération s'écrivent : $\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{e}{m} E \end{cases}$

Pour écrire les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse, il faut chercher les primitives de chaque coordonnée du vecteur accélération puis utiliser les conditions initiales.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \text{ donc } \vec{v} \begin{cases} v_x = C_x \\ v_y = \frac{e}{m} E \cdot t + C_y \end{cases}$$

$$\text{De plus } \vec{v}_0 \begin{cases} v_{x_0} = v_0 \times \cos \alpha \\ v_{y_0} = -v_0 \times \sin \alpha \end{cases}$$

$$\text{Il vient } \begin{cases} C_x = v_0 \times \cos \alpha \\ \frac{e}{m} E \cdot 0 + C_y = -v_0 \times \sin \alpha \end{cases} \quad \text{D'où } \begin{cases} C_x = v_0 \times \cos \alpha \\ C_y = -v_0 \times \sin \alpha \end{cases}$$

Les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse s'écrivent : $\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \times \cos \alpha \\ v_y = \frac{e}{m} E \cdot t - v_0 \times \sin \alpha \end{cases}$

Pour écrire les coordonnées cartésiennes du vecteur position, il faut chercher les primitives de chaque coordonnée du vecteur vitesse puis utiliser les conditions initiales : $\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt}$

$$\text{Donc } \vec{OG} \begin{cases} x = v_0 \times \cos \alpha \times t + D_x \\ y = \frac{e}{2m} E \cdot t^2 - v_0 \times \sin \alpha \times t + D_y \end{cases}$$

$$\text{De plus } \vec{OG}_0 \begin{cases} x_0 = 0 \text{ m} \\ y_0 = 0 \text{ m} \end{cases}$$

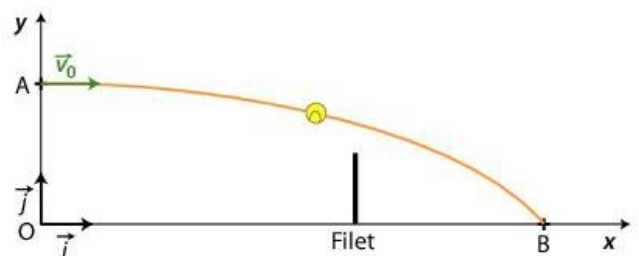
$$\text{Il vient } \begin{cases} v_0 \times \cos \alpha \times 0 + D_x = 0 \\ \frac{e}{2m} E \cdot 0^2 - v_0 \times \sin \alpha \times 0 + D_y = 0 \end{cases} \quad \text{D'où } \begin{cases} D_x = 0 \\ D_y = 0 \end{cases}$$

Les équations horaires du mouvement du positon s'écrivent : $\vec{OG} \begin{cases} x = v_0 \times \cos \alpha \times t \\ y = \frac{e}{2m} E \cdot t^2 - v_0 \times \sin \alpha \times t \end{cases}$

Exercice 39 : Pour servir au tennis, un joueur placé en O lance une balle verticalement et la frappe en A à une hauteur $H = 2,7 \text{ m}$ au-dessus du sol.

La balle part avec une vitesse horizontale de valeur $v_0 = 126 \text{ km.h}^{-1}$ dans un référentiel terrestre supposé galiléen. De masse m , elle n'est soumise qu'à son poids.

Donnée : Intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.



1. L'énergie mécanique de la balle est-elle constante ?
La balle n'est soumise qu'à son poids qui est une force conservative. Son énergie mécanique est donc conservée.
2. Montrer que l'expression de la valeur v_B de la vitesse de la balle lorsqu'elle touche le sol s'écrit :

$$v_B = \sqrt{v_0^2 + 2 g \times H}$$

$$\Delta E_{m_{A \rightarrow B}} = E_{m_B} - E_{m_A} = 0$$

$$E_{C_B} + E_{P_B} - (E_{C_A} + E_{P_A}) = 0$$

$$\frac{1}{2} m \times v_B^2 + m \times g \times z_B - \left(\frac{1}{2} m \times v_A^2 + m \times g \times z_A \right) = 0$$

Avec $z_B = 0$, $v_A = v_0$ et $z_A = H$, il vient : $\frac{1}{2} m \times v_B^2 - \frac{1}{2} m \times v_0^2 + m \times g \times H = 0$

Soit $\frac{1}{2} v_B^2 - \frac{1}{2} v_0^2 + g \times H = 0$

En isolant v_B on peut écrire : $v_B = \sqrt{v_0^2 + 2 g \times H}$

3. Calculer cette valeur.

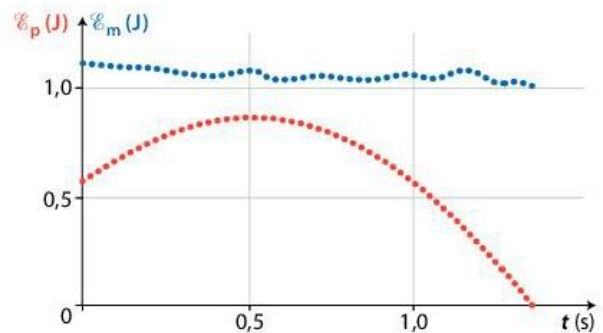
$$v_B = \sqrt{\frac{126}{3,6} + 2 \times 9,81 \times 2,7} = 36 \text{ m.s}^{-1}.$$

La balle de tennis, lorsqu'elle touche le sol, a une vitesse de valeur 36 m.s^{-1} .

Exercice 40 : L'étude énergétique de la chute libre d'une balle de masse $m = 25 \text{ g}$ considérée comme ponctuelle dans un champ de pesanteur conduit aux graphiques suivants :

Donnée : Intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

L'énergie potentielle de pesanteur est nulle au niveau du sol.



1. Justifier que l'énergie mécanique de la balle se conserve.

Si on considère que la balle n'est soumise qu'à son poids, force conservative, son énergie mécanique doit être constante au cours du mouvement, c'est ce que l'on vérifie aux erreurs expérimentales près.

2. Calculer la hauteur initiale de la balle.

L'énergie potentielle de pesanteur est nulle au niveau du sol.

On lit graphiquement une énergie potentielle de pesanteur initiale $E_{p0} = 0,60 \text{ J}$.

Or $E_{p0} = m \times g \times h_0$ avec h_0 la hauteur initiale de la balle.

Il vient $h_0 = \frac{E_{p0}}{m \times g}$

Donc $h_0 = \frac{0,60}{25 \times 10^{-3} \times 9,81} = 2,4 \text{ m}$

La hauteur initiale de la balle est $2,4 \text{ m}$.

3. Déterminer l'énergie cinétique de la balle à $t = 0 \text{ s}$.

À l'instant initial, on a $E_{m0} = E_{C0} + E_{p0}$

L'énergie cinétique de la balle a donc pour expression : $E_{C0} = E_{m0} - E_{p0}$

L'énergie mécanique est égale à $1,1 \text{ J}$ environ.

$E_{C0} = 1,1 - 0,60 = 0,5 \text{ J}$

L'énergie cinétique initiale de la balle est $0,5 \text{ J}$.

Exercice 41 : Une boule de pétanque est lancée depuis une hauteur $h = 135 \text{ cm}$ avec une vitesse $v_0 = 6,0 \text{ m.s}^{-1}$. On assimilera la boule à un point matériel.

Donnée : Intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

Masse $m = 710 \text{ g}$.



1. Exprimer son énergie mécanique à l'instant du lancer.

$$E_m(0) = E_c(0) + E_{pp}(0) = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h$$

2. Sous quelle hypothèse s'applique la conservation de l'énergie mécanique ? Est-ce une hypothèse raisonnable ici ?

La conservation s'applique en l'absence de force non conservative comme les forces de frottement. Ici, on peut raisonnablement négliger l'action de l'air sur le système car la boule de pétanque est dense.

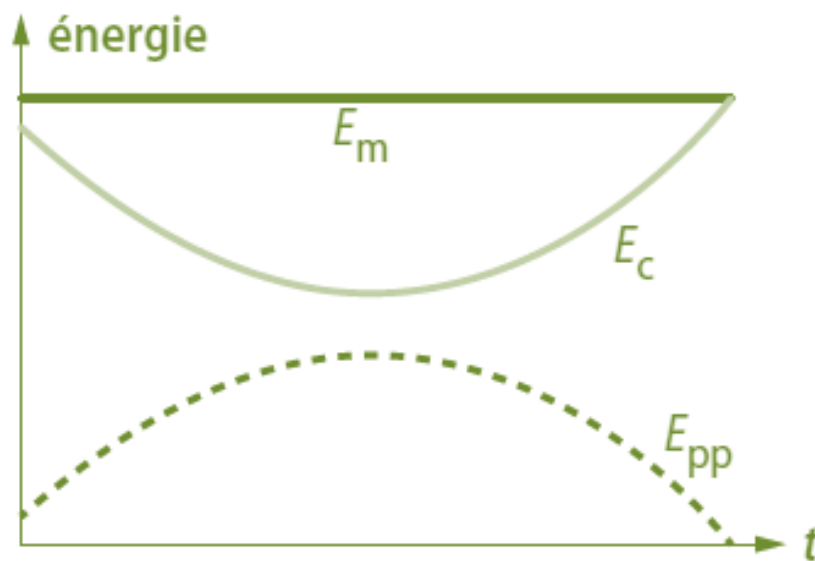
3. Exploiter la conservation de l'énergie mécanique pour exprimer puis calculer la vitesse v_f d'impact au sol de la boule.

D'après la conservation de l'énergie mécanique, $E_m(0) = E_m(F)$.

$$\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v_F^2, \text{ d'où :}$$

$$v_F = \sqrt{v_0^2 + 2g \cdot h} = \sqrt{6,0^2 + 2 \times 9,81 \times 1,35} = 7,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

4. Représenter graphiquement l'allure de l'évolution des différentes énergies au cours du mouvement.



Exercice 42 : Une boule de pétanque est lancée depuis une hauteur $h = 135 \text{ cm}$ avec une vitesse $v_0 = 6,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. On assimilera la boule à un point matériel.

Donnée : Intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Masse $m = 710 \text{ g}$.

1. Exprimer le travail du poids entre les points de lancer A et d'impact B.

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} = m \cdot \vec{g} \cdot \vec{AB} = m \cdot g(z_A - z_B)$$

2. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique. Exploiter le théorème afin d'exprimer puis de calculer la vitesse v_B d'impact au sol de la boule. Que constatez-vous ?

La variation d'énergie cinétique d'un système qui se déplace d'un point A à un point B est égale à la somme des travaux des forces qui modélisent les actions mécaniques qui s'appliquent sur le solide lors de son déplacement. Ici, seule l'action mécanique modélisée par le poids agit, d'où :

$$\Delta E_c = E_{cB} - E_{cA} = W_{AB}(\vec{P}).$$

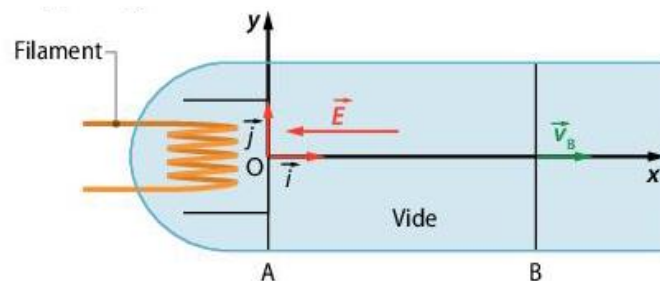
$$\text{Soit } \frac{1}{2} m \times v_B^2 - \frac{1}{2} m \times v_A^2 = m \cdot g(z_A - z_B) = m \cdot g \cdot h$$

$$\text{Ce qui donne : } v_B = \sqrt{v_A^2 + 2g \cdot h} = \sqrt{6,0^2 + 2 \times 9,81 \times 1,35} = 7,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

On aboutit pour v_B et pour v_F dans l'exercice 44 à la même expression, car $h = z_A - z_B$.

Exercice 43 : Le filament d'un canon à électrons émet des électrons avec une vitesse initiale de valeur négligeable. Ils sont ensuite accélérés à l'intérieur d'un condensateur plan dont les armatures A et B sont verticales. On néglige le poids de l'électron devant la force électrique. Le référentiel d'étude est supposé galiléen.

Donnée : Travail de la force électrique lors du déplacement d'une particule de charge q entre les positions A et B : $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = q \times U_{AB}$.



1. Montrer, en appliquant le théorème de l'énergie cinétique, que l'expression de la valeur v_B de la vitesse en B est $v_B = \sqrt{\frac{-2e \times U_{AB}}{m_e}}$

Le système étudié est l'électron dans un référentiel terrestre supposé galiléen. D'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_{C_{A \rightarrow B}} = E_{CB} - E_{CA} = \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_i).$$

Il n'est soumis qu'à la force électrique due au champ électrique uniforme dû au condensateur plan donc :

$$\Delta E_{C_{A \rightarrow B}} = E_{CB} - E_{CA} = W_{A \rightarrow B}(\vec{F}).$$

$$\frac{1}{2} m_e \times v_B^2 - \frac{1}{2} m_e \times v_A^2 = q \times U_{AB} = -e \times U_{AB}.$$

Comme la vitesse initiale v_A a une valeur négligeable, la relation précédente devient $\frac{1}{2} m_e \times v_B^2 = -e \times U_{AB}$

$$\text{D'où } v_B = \sqrt{\frac{-2e \times U_{AB}}{m_e}} \text{ avec } U_{AB} < 0.$$

2. Comment faut-il modifier la tension appliquée entre les plaques pour que cette valeur de la vitesse augmente ?

La valeur de la vitesse v_B est proportionnelle à $\sqrt{|U_{AB}|}$.

v_B augmente donc lorsque la valeur absolue de la tension appliquée entre les plaques augmente.

Exercice 44 : Un ion Mg^{2+} est produit dans la chambre d'ionisation d'un spectrophotomètre de masse.

Cet ion pénètre en position A, avec une vitesse initiale de valeur négligeable, dans un champ électrique uniforme entre deux armatures planes parallèles. Il est accéléré jusqu'à la position B où il atteint une vitesse de valeur $v_B = 5,61 \times 10^5 \text{ m.s}^{-1}$.

On étudie le mouvement de cet ion assimilé à un corps ponctuel G dans un référentiel terrestre considéré comme galiléen.

On néglige le poids de l'ion Mg^{2+} devant la force électrostatique à laquelle il est soumis entre les positions A et B du condensateur plan.

Donnée : Tension appliquée entre les deux armatures : $U = 20 \text{ kV}$.

Charge élémentaire : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Travail de la force électrique lors du déplacement d'une particule de charge q entre les positions A et B : $W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = q \times U_{AB}$.

1. Exprimer la variation de l'énergie cinétique de l'ion Mg^{2+} entre les positions A et B.

La variation de l'énergie cinétique du système {un ion magnésium} entre A et B s'exprime par :

$$\Delta E_{C_{A \rightarrow B}} = E_{CB} - E_{CA} = \frac{1}{2} m_{Mg^{2+}} \times v_B^2 - \frac{1}{2} m_{Mg^{2+}} \times v_A^2$$

Comme la valeur de la vitesse v_A est négligeable, la relation devient : $\Delta E_{C_{A \rightarrow B}} = \frac{1}{2} m_{Mg^{2+}} \times v_B^2$

2. Appliquer le théorème de l'énergie cinétique pour exprimer la masse de l'ion Mg^{2+} . La calculer.

Dans un référentiel terrestre considéré galiléen et d'après le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_{C_{A \rightarrow B}} = \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) \text{ soit } \frac{1}{2} m_{Mg^{2+}} \times v_B^2 = q \times U = 2e \times U.$$

$$\text{Il vient } m_{Mg^{2+}} = \frac{4e \times U}{v_B^2} \quad \text{D'où } m_{Mg^{2+}} = \frac{4 \times 1,6^{-19} \times 20 \times 10^3}{(5,61 \times 10^5)^2} = 4,1 \times 10^{-26} \text{ kg}.$$

TYPE BAC 3 : LE TRÉBUCHET

Le trébuchet est une machine de guerre utilisée au Moyen Âge au cours des sièges de châteaux forts. Le projectile pouvait faire des brèches dans les murailles des châteaux forts situés à plus de 200 m du trébuchet. Son principe de fonctionnement est le suivant :

Un contrepoids relié à un levier est maintenu à une certaine hauteur par des cordages. Il est brusquement libéré. Au cours de sa chute, il agit sur un levier au bout duquel se trouve une poche en cuir dans laquelle est placé le projectile. Lors de sa libération, le projectile de la poche se trouve à une hauteur $H = 10 \text{ m}$ et est projeté avec une vitesse $\vec{V}_0$ faisant un angle α avec l'horizontale (voir la **figure 1**).

Les mouvements du contrepoids et du projectile s'effectuent dans un champ de pesanteur uniforme.

Données :

Masse du projectile $m = 130 \text{ kg}$; Intensité du champ de pesanteur $g \approx 10 \text{ m.s}^{-2}$.

Hauteur du projectile au moment du lancer : $H = 10 \text{ m}$.

Masse volumique de l'air $\rho_{\text{air}} = 1,3 \text{ kg.m}^{-3}$; Volume du projectile $V = 50 \text{ L}$

Étude du mouvement du projectile après libération

- Donner les caractéristiques (sens, direction et valeur) du poids $\vec{P}$

Caractéristiques du poids $\vec{P}$:

- direction: verticale
- sens: vers le bas
- valeur: $P = m \cdot g = 130 \times 10 = 1,3 \cdot 10^3 \text{ N}$

Caractéristiques de la poussée d'Archimède $\vec{P}_A$:

- direction: verticale
- sens: vers le haut
- valeur: $P_A = \rho_{\text{air}} \cdot V \cdot g = 1,3 \times 50 \times 10^{-3} \times 10 = 1,3 \times 5,0 \times 10^{-1} = 6,5 \times 10^{-1} \text{ N}$ ($V = 50 \text{ L} = 50 \times 10^{-3} \text{ m}^3$)

- En appliquant la 2^{de} loi de Newton dans le cadre de la chute libre, déterminer les coordonnées a_x et a_z du vecteur accélération du centre d'inertie du projectile dans le repère indiqué.

Calculons: $\frac{P}{P_A} = \frac{1,3 \times 10^3}{1,3 \times 5,0 \times 10^{-1}} = \frac{1}{5,0} \times 10^4 = 0,20 \times 10^4 = 2,0 \times 10^3$

Le valeur du poids est environ 2000 fois plus grande que la valeur de la poussée d'Archimède.

On peut donc négliger par la suite la poussée d'Archimède devant le poids.

- Donner l'expression des coordonnées du vecteur vitesse initiale $\vec{V}_0$, notées v_{0x} et v_{0z} , en fonction de v_0 et α .

Système : Le projectile Référentiel : le sol , référentiel terrestre supposé galiléen

Dans le cadre de la chute libre, le projectile n'est soumis qu'à la force poids.

La 2^{de} loi de Newton donne : $\vec{P} = m \cdot \vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$

soit: $\vec{a} = \vec{g}$

En projection selon les axes Ox et Oz du repère choisi et compte tenu du sens du vecteur $\vec{g}$ indiqué sur la

figure 1 ci-dessus, il vient: $\vec{a} \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_z(t) = -g \end{cases}$

- On appelle composante horizontale de la vitesse la coordonnée $v_x(t)$ du vecteur $\vec{V}$ et composante verticale la coordonnée $v_z(t)$.

Déterminer l'expression des composantes horizontale et verticale $v_x(t)$ et $v_z(t)$ du vecteur vitesse $\vec{V}$ du système au cours de son mouvement.

En primitivant, on obtient $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_z(t) = -g \cdot t + C_2 \end{cases}$ où C_1 et C_2 sont des constantes liées aux conditions initiales.

À la date $t = 0 \text{ s}$, on $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_z(t) = -g \cdot t + C_2 \end{cases} \quad \vec{V}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_{0z} = v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$

On en déduit $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_z(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$

- En déduire la nature du mouvement du projectile en projection sur l'axe horizontal. Justifier.

Comme à chaque instant la composante du vecteur vitesse sur l'axe horizontal est constante ($v_x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) = C_{te1}$), le mouvement du projectile en projection sur l'axe horizontal est uniforme.

6. Déterminer l'expression des équations horaires du mouvement du projectile : $x(t)$ et $z(t)$.

En primitivant, on obtient $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t + C_3 \\ z(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + C_4 \end{cases}$ où C_3 et C_4 sont des constantes liées aux conditions initiales.

À la date $t = 0$ s, $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x_0 = 0 \\ z_0 = H \end{cases}$ On en déduit $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ z(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + H \end{cases}$

7. Montrer que l'équation de la trajectoire du projectile est la suivante :

$$z = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} + x \tan \alpha + H$$

On tire de l'expression de $x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$, le temps t : $t = \frac{x}{v_0 \cdot (\cos(\alpha))}$

que l'on reporte dans $z(t)$: $z(x) = -\frac{1}{2}g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot (\cos(\alpha))}\right)^2 + v_0 \cdot (\sin \alpha) \cdot \frac{x}{v_0 \cdot (\cos(\alpha))} + H$

Finalement : $z(x) = -\frac{g}{2(v_0 \cdot (\cos(\alpha))^2)} \cdot x^2 + (\tan \alpha) \cdot x + H$

8. Quelle est la nature de la trajectoire du projectile ? Recopier et représenter qualitativement l'allure de la trajectoire sur la **figure 1 suivante**.

L'expression $z(x)$ est de la forme: $z(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ avec a qui est négatif.

Il s'agit de l'équation d'une parabole dont la concavité est tournée vers le bas ($a < 0$).

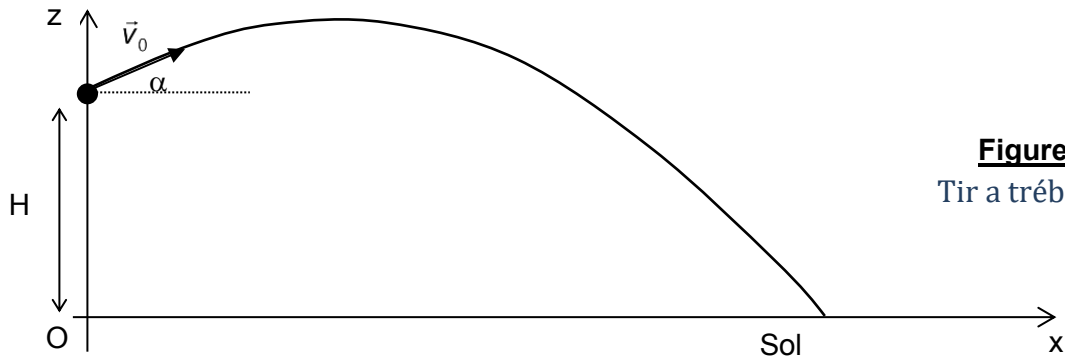


Figure 1.
Tir à trébuchet

9. En utilisant l'expression de l'équation de la trajectoire obtenue à la question 7., indiquer les paramètres de lancement qui jouent un rôle dans le mouvement du projectile.

À la question 7, on a obtenu $z(x) = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + x \tan(\alpha) + H$.

En supposant la hauteur de libération H constante, les deux paramètres de lancement qui jouent un rôle dans le mouvement du projectile sont la vitesse initiale v_0 et l'angle de tir α . L'intensité du champ de pesanteur g étant également constante.

10. Dans le cas où le projectile est lancé avec une vitesse initiale horizontale, montrer que l'abscisse de son point de chute est : $x = V_0 \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}}$

Le projectile est lancé avec une vitesse initiale horizontale donc $\alpha = 0$; on a alors $\cos \alpha = 1$ et $\tan \alpha = 0$. L'équation de la trajectoire devient :

$$z(x) = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2} + H$$

L'abscisse de son point de chute est telle que $z = 0$ soit : $0 = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2} + H$

$$\frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2} = H ; x^2 = \frac{2 \cdot v_0^2 \cdot H}{g} \quad \text{et finalement } x = v_0 \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad \text{nécessairement positif}$$

11. Avec quelle vitesse initiale v_0 horizontale, le projectile doit-il être lancé pour atteindre la base du mur du château situé à une distance $x = 100$ m ?

D'après la réponse du 10, on a $v_0 = x \sqrt{\frac{g}{2 \cdot H}}$

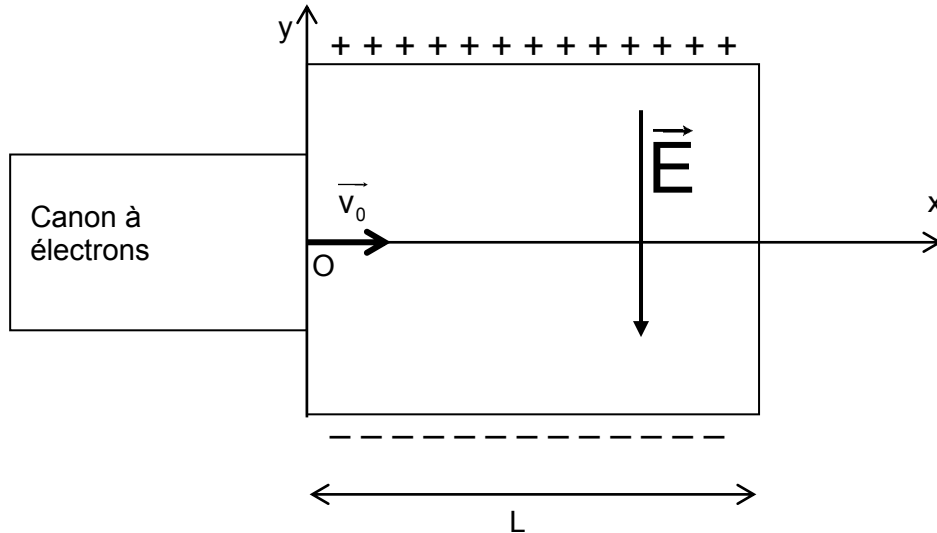
$$\text{Si } x = 100 \text{ m alors: } v_0 = 100 \times \sqrt{\frac{10}{2 \times 10}} = 100 \times \sqrt{0,5} = 100 \times 7,1 \times 10^{-1} = 71 \text{ m.s}^{-1}$$

TYPE BAC 4 : DÉTERMINATION DU RAPPORT e/m D'UN ÉLECTRON

1. Détermination du caractère négatif de la charge de l'électron par J.J. Thomson.

1.1. À l'aide du **document 2**, recopier et représenter sur le schéma suivant vecteur correspondant au champ électrostatique $\vec{E}$. On prendra l'échelle suivante : 1,0 cm pour 5,0 kV.m⁻¹.

D'après l'échelle de 1,0 cm pour 5,0 kV.m⁻¹, et comme $E = 15,0$ kV.m⁻¹, on en déduit que $\vec{E}$ sera représenté par une flèche de 3,0 cm.



1.2. J.J. Thomson a observé une déviation du faisceau d'électrons vers la plaque métallique chargée positivement (**voir document 1**).

Expliquer comment J.J. Thomson en a déduit que les électrons sont chargés négativement.

Le document 4 indique que des particules de charges opposées s'attirent. Le faisceau d'électrons étant attiré par la plaque chargée positivement, c'est que les électrons sont porteurs d'une charge négative.

1.3. À l'aide du **document 3**, donner la relation entre la force électrostatique $\vec{F}$ subie par un électron, la charge élémentaire e et le champ électrostatique $\vec{E}$. Montrer que le sens de déviation du faisceau d'électrons est cohérent avec le sens de $\vec{F}$.

$$\vec{F} = -e \cdot \vec{E}$$

Entre les plaques, l'électron n'est soumis qu'à la force électrostatique qui le dévie vers la plaque chargée positivement. Cette force est donc de sens opposé au champ électrostatique, et comme $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, cela impose que $q < 0$.

2. Détermination du rapport e/m pour l'électron.

2.1. En appliquant la deuxième loi de Newton à l'électron, montrer que les relations donnant les coordonnées de son vecteur accélération sont : $a_x = 0$ et $a_y = \frac{eE}{m}$

On applique la deuxième loi de Newton au système électron, dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

$$\begin{aligned}\vec{F} &= \frac{d\vec{p}}{dt} = m \cdot \vec{a} \\ -e \cdot \vec{E} &= m \cdot \vec{a} \\ \vec{a} &= \frac{-e \cdot \vec{E}}{m}\end{aligned}$$

Le vecteur accélération est de sens opposé au vecteur champ $\vec{E}$.

Par projection suivant les axes du repère défini dans le document 5, on obtient $\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{e \cdot E}{m} \end{cases}$

2.2. Montrez que l'équation de la trajectoire s'écrit : $y = \frac{eE}{2mv_0^2} x^2$

À la sortie des plaques, en $x = L$, la déviation verticale du faisceau d'électrons par rapport à l'axe (Ox) a une valeur $h = 1,85$ cm.

En primitivant, on obtient $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = \frac{e.E}{m} \cdot t + C_2 \end{cases}$ où C_1 et C_2 sont des constantes liées aux conditions initiales.

À la date $t = 0$ s, on a $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$.

On en déduit $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_y(t) = \frac{e.E}{m} \cdot t \end{cases}$

En primitivant, on obtient $\vec{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot t + C_3 \\ y(t) = \frac{e.E}{m} \cdot t^2 + C_4 \end{cases}$ où C_3 et C_4 sont des constantes liées aux conditions initiales.

À la date $t = 0$ s, $\vec{OG} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$

On en déduit $\vec{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = \frac{e.E}{m} \cdot t^2 \end{cases}$

On isole t : $t = \frac{x}{v_0}$

On remplace dans l'équation de $y(t)$: $y = \frac{e.E}{m} \cdot \left(\frac{x}{v_0}\right)^2$

2.3. En déduire l'expression du rapport $\frac{e}{m}$ en fonction de E , L , h et v_0 .

$$y(x=L) = h \quad h = \frac{e.E}{2.m.v_0^2} \cdot L^2 \quad \frac{e}{m} = \frac{2.v_0^2.h}{E.L^2}$$

2.4. Donner la valeur du rapport $\frac{e}{m}$.

$$\frac{e}{m} = \frac{2 \times (2,27 \times 10^7)^2 \times 1,85 \times 10^{-2}}{15,0 \times 10^{-3} \times (8,50 \times 10^{-2})^2} = 1,76 \times 10^{11} \text{ C.kg}^{-1}$$

2.5. On donne ci-dessous les valeurs des grandeurs utilisées, avec les incertitudes associées :

$$\begin{aligned} v_0 &= (2,27 \pm 0,02) \times 10^7 \text{ m.s}^{-1}; \\ E &= (15,0 \pm 0,1) \text{ kV.m}^{-1}; \\ L &= (8,50 \pm 0,05) \text{ cm}; \\ h &= (1,85 \pm 0,05) \text{ cm}; \end{aligned}$$

L'incertitude du rapport $\frac{e}{m}$, notée $U\left(\frac{e}{m}\right)$, s'exprime par la formule suivante :

$$U\left(\frac{e}{m}\right) = \frac{e}{m} \sqrt{\left(\frac{U(h)}{h}\right)^2 + \left(\frac{U(E)}{E}\right)^2 + 4\left(\frac{U(v_0)}{v_0}\right)^2 + 4\left(\frac{U(L)}{L}\right)^2}$$

Calculer l'incertitude $U\left(\frac{e}{m}\right)$, puis exprimer le résultat de $\frac{e}{m}$, avec cette incertitude.

$$U\left(\frac{e}{m}\right) = 1,76 \times 10^{11} \times \sqrt{\left[\left(\frac{0,05}{1,85}\right)^2 + \left(\frac{0,1}{15,0}\right)^2 + 4\left(\frac{0,02}{2,27}\right)^2 + 4\left(\frac{0,05}{8,50}\right)^2\right]}$$

$$U\left(\frac{e}{m}\right) = 6 \times 10^9 \text{ C.kg}^{-1} = 0,06 \times 10^{11} \text{ C.kg}^{-1}$$

On ne conserve qu'un seul chiffre significatif pour l'incertitude

$$\frac{e}{m} = (1,76 \pm 0,06) \times 10^{11} \text{ C.kg}^{-1}$$

TYPE BAC 5 : UN PEU DE BALLISTIQUE

Lors de fouilles préventives sur un chantier de travaux publics, on a retrouvé ce qui ressemble à une arme à feu. Il s'agit d'un ancien pistolet lance-fusées en bronze datant probablement de la première Guerre Mondiale. Il est dans un état de conservation assez remarquable.

Ce type de pistolet était très utilisé lors de cette guerre car, en plus de lancer des fusées éclairantes, il pouvait servir de moyen de communication. En effet, à l'époque très peu de moyens étaient mis à disposition des troupes : les ondes hertziennes étaient très peu utilisées et c'étaient des kilomètres de câbles téléphoniques qui devaient être déroulés pour permettre la transmission de messages divers et variés.

Ainsi les pistolets signaleurs se sont avérés très utiles.

Durée de visibilité de la fusée

Sur la notice des fusées éclairantes que l'on peut utiliser dans ce type de pistolet, on trouve les informations suivantes :

Cartouche qui lance une fusée éclairante s'allumant 1,0 seconde après son départ du pistolet et éclaire d'une façon intense pendant 6 secondes environ.

Masse de la fusée éclairante : $m_f = 58 \text{ g}$.

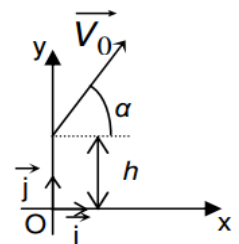
On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

Le champ de pesanteur terrestre est considéré uniforme, de valeur $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.

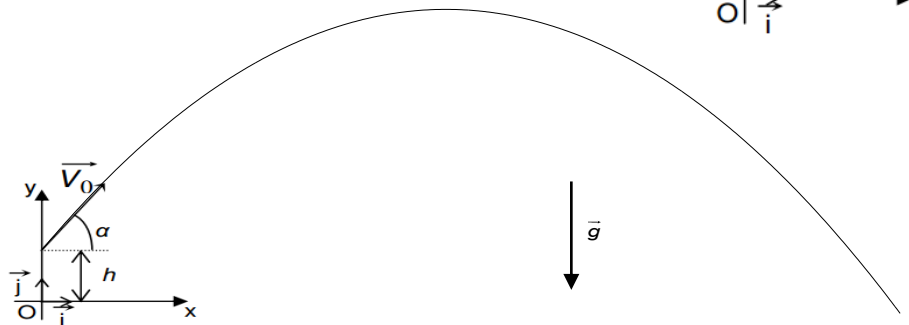
On négligera toutes les actions dues à l'air ainsi que la perte de masse de la fusée pendant qu'elle brille et on considèrera cette dernière comme un objet ponctuel.

On définit un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ avec O au niveau du sol et tel que la position initiale de la fusée éclairante à la sortie du pistolet soit à une hauteur $h = 1,8 \text{ m}$. Le vecteur vitesse initiale est dans le plan (O, x, y) ; Ox est horizontal et Oy est vertical et orienté vers le haut.

À l'instant $t = 0 \text{ s}$, le vecteur vitesse de la fusée éclairante fait un angle α égal à 55° avec l'axe Ox et sa valeur est $v_0 = 50 \text{ m.s}^{-1}$. On pourra se référer au schéma ci-contre.



1. Recopier le schéma suivant puis représenter le vecteur champ de pesanteur $\vec{g}$ et tracer qualitativement l'allure de la trajectoire suivie par la fusée éclairante dans ce champ de pesanteur.



2. En utilisant une loi de Newton que l'on énoncera, déterminer les coordonnées du vecteur accélération de la fusée éclairante : $a_x(t)$ suivant x et $a_y(t)$ suivant y.

Dans le référentiel terrestre considéré galiléen, on peut appliquer la deuxième loi de Newton au système {fusée éclairante} pour déterminer les coordonnées du vecteur accélération.

En effet, cette loi stipule que dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées au système (ici la fusée éclairante) est égale à la dérivée du vecteur quantité de mouvement.

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m_f \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m_f \cdot \vec{a}.$$

On néglige toutes les actions dues à l'air (frottement, poussée d'Archimède), alors la fusée est en chute libre, soumise uniquement à la force poids $\vec{P}$.

$$\text{Ainsi } \vec{P} = m_f \cdot \vec{a}$$

$$m_f \cdot \vec{g} = m_f \cdot \vec{a}$$

$$\vec{g} = \vec{a}$$

Dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on obtient $\vec{a} \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases}$

3. En déduire les expressions des coordonnées $v_x(t)$ et $v_y(t)$ du vecteur vitesse de la fusée éclairante et montrer que les équations horaires du mouvement de la fusée s'écrivent $x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$ et $y(t) = -\frac{g}{2} t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + h$ avec t en seconde, v_0 en mètre par seconde et $x(t)$, $y(t)$ et h en mètre.

Comme $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on a $\vec{a} \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{cases}$

En primitivant, on obtient $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = -g \cdot t + C_2 \end{cases}$ où C_1 et C_2 sont des constantes liées aux conditions initiales.

À la date $t = 0$ s, on $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = -g \cdot t + C_2 \end{cases}$ $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$

On en déduit $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \\ v_y(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin(\alpha) \end{cases}$

En primitivant, on obtient $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t + C_3 \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + C_4 \end{cases}$ où C_3 et C_4 sont des constantes liées aux conditions initiales.

À la date $t = 0$ s, la fusée éclairante est située à la sortie du pistolet à une altitude h donc $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h \end{cases}$

On en déduit $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + h \end{cases}$ conformément aux équations horaires proposées.

4. Déterminer la valeur de la durée du vol de la fusée éclairante.

On rappelle qu'une équation du second degré de la forme $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux solutions $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et

$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ si $\Delta = b^2 - 4a \cdot c$ est positif.

Pour déterminer la valeur de la durée du vol de la fusée éclairante, on cherche la date t_{vol} pour laquelle la fusée touche le sol, ainsi $y(t_{vol}) = 0$.

Il faut résoudre l'équation du second degré : $-\frac{1}{2} \cdot g \cdot t_{vol}^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t_{vol} + h = 0$ et ne retenir que la solution positive.

$$t_{vol} = \frac{-v_0 \cdot \sin(\alpha) - \sqrt{(v_0 \cdot \sin(\alpha))^2 - 4 \times \left(-\frac{g}{2}\right) \cdot h}}{-g} = \frac{-v_0 \cdot \sin(\alpha) - \sqrt{(v_0 \cdot \sin(\alpha))^2 + 2 \cdot g \cdot h}}{-g}$$

$$t_{vol} = \frac{-v_0 \cdot \sin(\alpha) - \sqrt{(50 \times \sin(55))^2 + 2 \times 9,8 \times 1,8}}{-9,8} = 8,4 \text{ s}$$

5. Calculer l'altitude à partir de laquelle la fusée commence à éclairer puis l'altitude à laquelle elle s'arrête. Ces valeurs paraissent-elles adaptées au but recherché ?

On a $y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + h$

On sait que la fusée commence à éclairer au bout d'une seconde.

Pour connaître l'altitude à partir de laquelle la fusée commence à éclairer, calculons $y(t = 1 \text{ s})$.

$y(t = 1 \text{ s}) = -\frac{1}{2} g + v_0 \cdot \sin(\alpha) + h = -\frac{1}{2} \times 9,8 + 50 \times \sin(55) + 1,8 = 38 \text{ m} = 4 \times 10^1 \text{ m}$ avec 1 seul chiffre significatif.

On cherche l'altitude à laquelle la fusée cesse d'éclairer.

La fusée éclaire ensuite de façon intense pendant 6 secondes, elle atteint alors l'altitude $y(t = 6 + 1)$.

$y(t = 7 \text{ s}) = -\frac{1}{2} \times 9,8 \times 7^2 + 50 \times \sin(55) \times 7 + 1,8 = 48 \text{ m} = 5 \times 10^1 \text{ m}$ avec un seul chiffre significatif.

On a trouvé que la fusée éclairait entre 38 et 48 m d'altitude. La fusée étant très haute elle éclaire une large zone, ce qui semble adapté au but recherché.

TYPE BAC 6 : SAUT À L'ÉLASTIQUE

Le saut à l'élastique est un loisir qui permet de ressentir des sensations fortes.

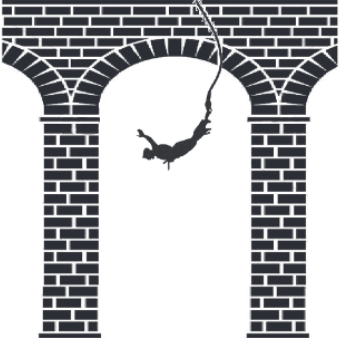
Il consiste à sauter dans le « vide » à l'aide d'un élastique attaché aux chevilles.

Ce saut peut se faire à partir d'un pont.

Source : www.istockphoto.com



Un saut en élastique se déroule en plusieurs phases qui sont décrites ci-dessous.

1 ^{re} phase	2 ^e phase	3 ^e phase
		
Chute libre, l'élastique n'est pas tendu.	L'élastique commence à se tendre, le sauteur ralentit. Lorsque l'élastique est complètement étiré, le sauteur s'arrête.	L'élastique se contracte, le sauteur remonte en reprenant de la vitesse puis en ralentissant à nouveau.

Ces trois phases se répètent jusqu'à ce que le sauteur soit immobile, la durée totale du saut est de l'ordre d'une minute.

L'objectif de cet exercice est d'évaluer la vitesse du sauteur à la fin de la 1^{ère} phase et la longueur maximale du saut.

On étudie un saut réalisé à partir d'un pont situé à une hauteur H d'environ 50 m au-dessus du sol.

Données :

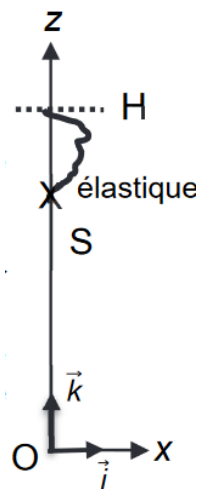
- masse de la personne avec l'équipement : $m = 80 \text{ kg}$;
- valeur du champ de pesanteur terrestre : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;
- longueur de l'élastique non étiré : $L_0 = 8,0 \text{ m}$.

Lors de la 1^{re} phase du saut à l'élastique, on étudie le mouvement du sauteur dont le centre de masse est noté S , dans le cadre du modèle de la chute libre.

Pour simplifier, on suppose que le mouvement est vertical.

À la date $t = 0$, la personne démarre le saut à la hauteur H avec une vitesse initiale dont le vecteur $\vec{v}_0$ est vertical et dirigé vers le bas et de norme v_0 .

Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre supposé galiléen muni du repère d'espace $(Ox ; Oz)$ dont l'origine O du repère est au niveau du sol. L'axe (Oz) est vertical, dirigé vers le haut et muni du vecteur unitaire $\vec{k}$. La situation est schématisée ci-contre.



1. Déterminer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}(t)$ de S dans le repère $(Ox ; Oz)$.

D'après la deuxième loi de Newton, $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}$, le système $\{S\}$ n'est soumis qu'à la force poids.

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

$$m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{g} = \vec{a}$$

En tenant compte du repère, $\vec{a} \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_z(t) = -g \end{cases}$

2. Établir que l'équation horaire du mouvement selon l'axe Oz s'écrit :

$$z(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 - v_0 \cdot t + H$$

$$a_z = \frac{dv_z(t)}{dt}$$

Ainsi en primitivant, on obtient $v_z = -g \cdot t + Cte_1$

On détermine la constante avec les conditions initiales.

Coordonnée du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$: $v_{0z} = -v_0$, ainsi on a : $Cte_1 = -v_0$

Donc $v_z = -g \cdot t - v_0$

À chaque instant $\vec{v} = \frac{d\vec{OS}}{dt}$ soit $v_z = \frac{dz(t)}{dt}$

En primitivant on obtient $z(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 - v_0 \cdot t + Cte_2$

Conditions initiales, à $t = 0$ s, le système est à l'altitude $z = H$ donc $Cte_2 = H$.

Finalement $z(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 - v_0 \cdot t + H$

3. Après traitement de la vidéo d'un saut à l'aide d'un logiciel de pointage et modélisation des résultats, on obtient l'équation horaire suivante :

$$z(t) = -4,90 t^2 - 1,10 t + 49,8 \text{ avec } z \text{ exprimé en m et } t \text{ exprimé en s.}$$

La modélisation des résultats expérimentaux est-elle cohérente avec l'expression donnée en 2. ? Justifier à l'aide de deux arguments.

$$z(t) = -4,90 \cdot t^2 - 1,10 \cdot t + 49,8$$

Cette modélisation est cohérente. Par analogie, elle donne $H = 49,8$ m or l'énoncé donne une valeur d'environ 50 m qui convient bien.

Et toujours par analogie, $-\frac{1}{2} g = -4,90$, ce qui donne $g = 9,80$ contre une valeur théorique très proche égale à $9,81 \text{ m.s}^{-2}$.

4. Calculer la date à laquelle l'élastique commence à se tendre.

L'élastique mesurant $L_0 = 8,0$ m, il commence à se tendre quand $z = H - L_0$.

$$-4,90 \cdot t^2 - 1,10 \cdot t + 49,8 = 50 - 8,0$$

$$-4,90 \cdot t^2 - 1,10 \cdot t + 7,8 = 0$$

$$\Delta = (-1,10)^2 + 4 \times 4,90 \times 7,8 = 154,09$$

$$t_1 = \frac{1,1 - \sqrt{154,09}}{-2 \times 4,9} = 1,2 \text{ s}$$

$$t_2 = \frac{1,1 + \sqrt{154,09}}{-2 \times 4,9} = -1,4 \text{ s}$$

On ne retient que la solution positive $t_1 = 1,2$ s

5. En déduire la valeur de la vitesse atteinte à cet instant.

$$v_z = \frac{dz(t)}{dt}$$

$$v_z(t) = -9,80 \cdot t - 1,10$$

$$\text{Avec } t = t_1, v_z(t_1) = -9,80 \times 1,1544 - 1,10 = -12,4 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v = \sqrt{v_z^2} = 12,4 \text{ m.s}^{-1}$$

6. Distance de sécurité

Lors du saut, les différentes énergies intervenant au cours du mouvement ont été calculées à l'aide des informations fournies sur la vidéo du saut. Elles ont été représentées dans la figure 1. L'énergie potentielle de pesanteur est considérée nulle quand $z = 0$.

Pour une des énergies, les calculs n'ont pu être effectués que sur la 1^{ère} phase du saut (courbe A).

6.1. Identifier parmi les courbes A, B, C de la figure 1 celle représentant l'énergie cinétique, celle représentant l'énergie potentielle de pesanteur et celle représentant l'énergie mécanique. Justifier ces choix.

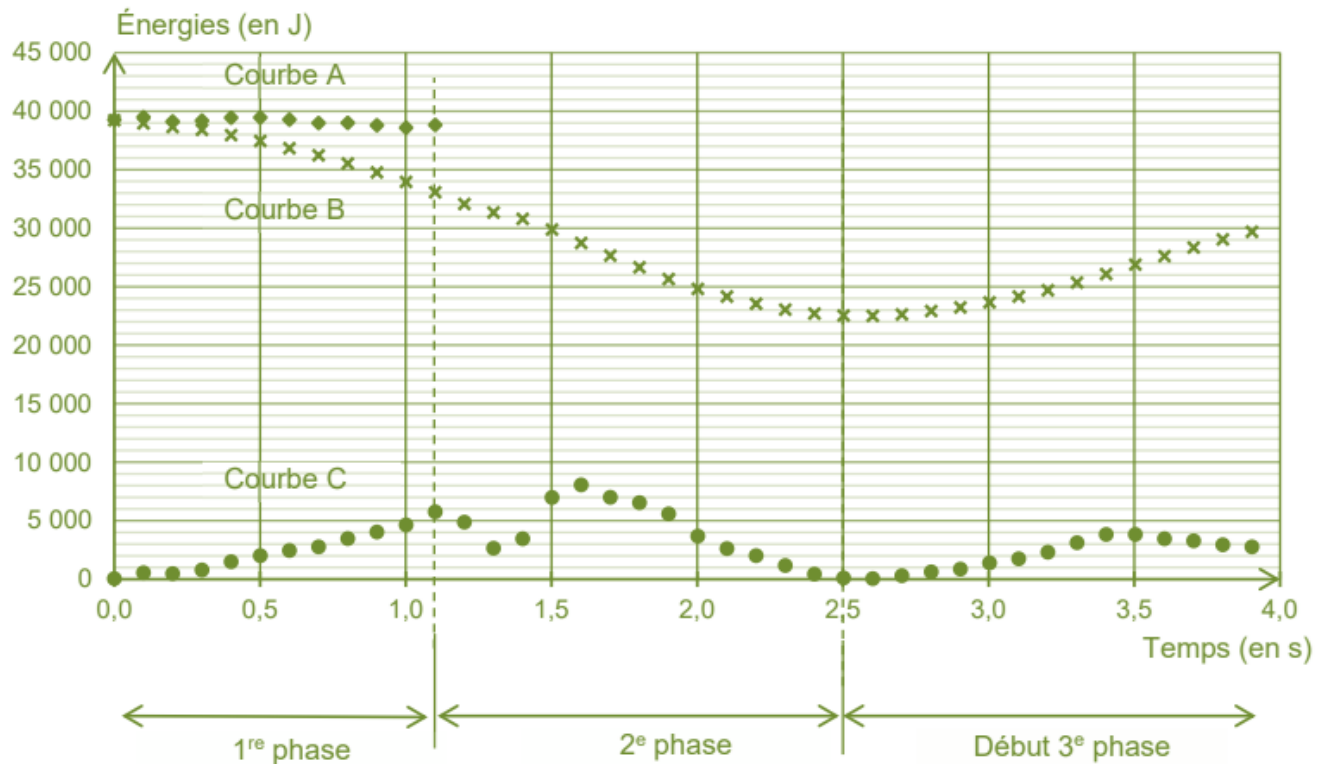


Figure 1. Courbes représentant des énergies du système au cours du temps

Énergie potentielle de pesanteur :

À $t = 0$ s, $z = H = 50$ m donc $E_{PP}(0) = m.g.H = 80 \times 9,81 \times 50 = 3,9 \times 10^4$ J

Puis au cours du temps, l'altitude diminue donc E_{PP} diminue.

Cela correspond à la courbe B.

Énergie cinétique : Au départ la vitesse est faible, proche de $1,10$ m.s⁻¹.

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 0,5 \times 80 \times 1,10^2 = 48 \text{ J.}$$

Cela correspond à la courbe C.

Énergie mécanique : $E_m = E_C + E_{PP}$

Elle correspond à la courbe A.

6.2. Identifier l'(les) information(s) manquante(s) sur le système physique étudié nécessaire au tracé de la suite de la courbe A pour les deuxième et troisième phases.

Lors des deuxième et troisième phases, alors la force exercée par l'élastique entre en jeu. Or nous n'avons pas d'information à ce propos.

6.3. Pour des raisons de sécurité, il est nécessaire que l'élastique soit choisi tel que son étirement ΔL soit inférieur ou égal à $4 L_0$. À l'aide de la figure 1, calculer la distance maximale parcourue par le sauteur. Conclure.

La distance maximale parcourue par le sauteur correspond à son altitude minimale, donc à une énergie potentielle de pesanteur minimale. La figure 1, montre $E_{PPmin} = 22\,500$ J.

On calcule l'altitude minimale.

$$E_{PPmin} = m.g.z_{min}$$

$$z_{min} = \frac{E_{PPmin}}{m.g} = \frac{22\,500}{80 \times 9,81} = 28,7 \text{ m} \approx 29 \text{ m}$$

Le sauteur est parti d'une altitude de 50 m, il est descendu jusqu'à 29 m. Il a parcouru $50 - 29 = 21$ m.

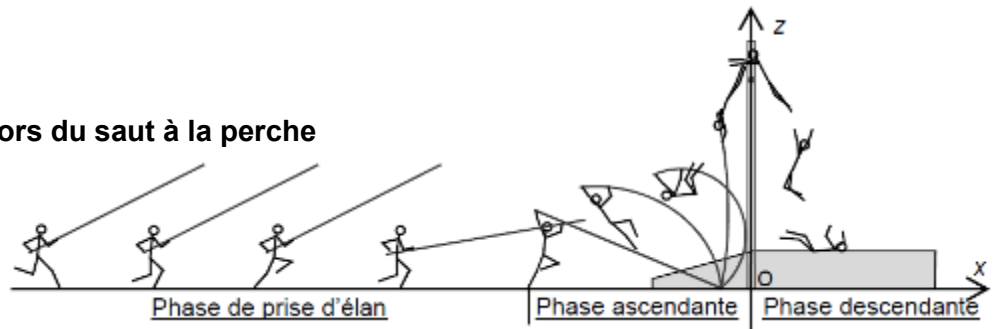
Cette distance est effectivement plus faible que $4.L_0 = 32$ m. Le critère de sécurité a été respecté.

TYPE BAC 7 : SAUT À LA PERCHE

Le saut à la perche fait partie des épreuves olympiques depuis les premiers jeux olympiques modernes de 1896. Dans cette discipline, l'amélioration des records a souvent été liée à l'évolution du matériel. C'est en particulier avec l'apparition, dans les années 1960, des perches en fibre de verre que l'on a pu franchir la barre des 5 mètres, puis des 6 mètres. Ces perches en fibre de verre, que l'on utilise encore aujourd'hui, sont très flexibles. Cela leur permet, comme pour un ressort, d'emmagasiner de l'énergie lorsqu'elles sont déformées et de la restituer lorsqu'elles reprennent leur forme initiale.

L'objectif de cet exercice est d'étudier le mouvement d'un perchiste au cours des différentes phases de son saut : phase de prise d'élan, phase ascendante et phase descendante.

Figure 1 : Différentes phases lors du saut à la perche



Données :

- masse du perchiste : $m = 70 \text{ kg}$;
- intensité du champ de pesanteur : $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$;
- hauteur du tapis de réception : $h = 0,70 \text{ m}$;
- hauteur du saut : $H = 5,4 \text{ m}$.

1. Prise d'élan

La prise d'élan se fait sur une distance d'environ 40 m. Pour le perchiste, l'objectif est de parvenir avec une vitesse maximale au moment de l'impulsion (début de la phase ascendante). Si le perchiste atteint trop rapidement sa vitesse maximale, il s'épuise et risque d'arriver au moment de l'impulsion avec une vitesse trop faible. Il doit donc gérer son effort. Pour cela, ce n'est que dans les derniers mètres, lorsqu'il approche du sautoir, qu'il rythme davantage sa course pour atteindre sa vitesse maximale.

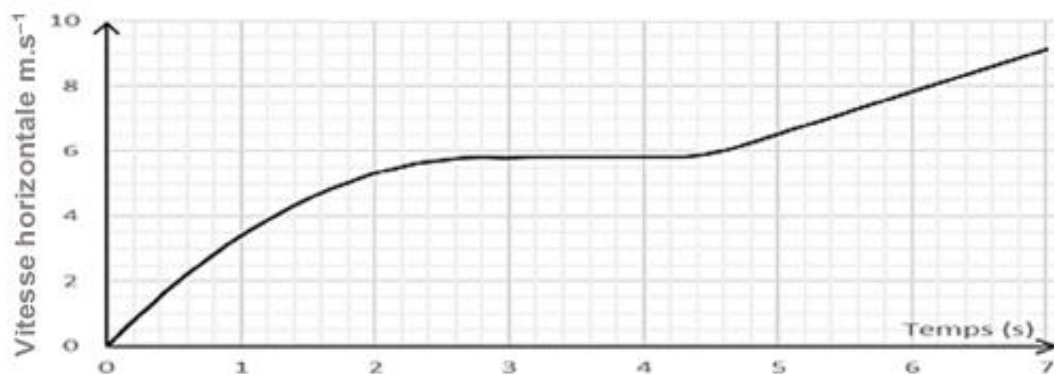


Figure 2 : Vitesse horizontale (selon l'axe (Ox)) du perchiste au cours du temps lors de la phase d'élan

1.1. Entre 3,0 s et 4,0 s, comment peut-on qualifier le mouvement du perchiste ? Justifier votre réponse.

Entre 3,0 et 4,0 secondes, la vitesse du perchiste est constante, donc le mouvement est uniforme sur cet intervalle de temps. Par ailleurs la trajectoire du perchiste est une droite, le mouvement est rectiligne.

1.2. Entre 5,5 s et 6,5 s, estimer la valeur de l'accélération du perchiste.

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$. On prend deux points à deux instants différents pour calculer l'évolution de la vitesse en fonction du temps.

Par exemple, pour $t = 5,5 \text{ s}$ on a $v = 7 \text{ m.s}^{-1}$ et pour $t = 6,5 \text{ s}$ on a $v = 8,5 \text{ m.s}^{-1}$.

On a donc une valeur d'accélération $a = \frac{8,5-7,0}{6,5-5,5} = 1,5 \text{ m.s}^{-2}$.

1.3. Entre 5,5 s et 6,5 s, comment peut-on qualifier le mouvement du perchiste ? Justifier votre réponse.
 Entre 5,5 et 6,5 secondes, la courbe représentative de la vitesse en fonction du temps est une droite qui peut être modélisée par une fonction affine $v = a.t + b$, ce qui implique que l'accélération $a = \frac{dv}{dt}$ est constante (comme calculé en 1.2).
 Donc le mouvement est rectiligne et uniformément accéléré.

2. Phase ascendante

La phase ascendante est composée de trois étapes :

- Étape 1 : la flexion de la perche (la perche emmagasine de l'énergie en se déformant) ;
- Étape 2 : la déflexion de la perche (la perche restitue son énergie en reprenant sa forme initiale) ;
- Étape 3 : la « chute libre » ascendante.

La figure 3 montre l'évolution des différentes formes d'énergie du perchiste au cours de cette phase.

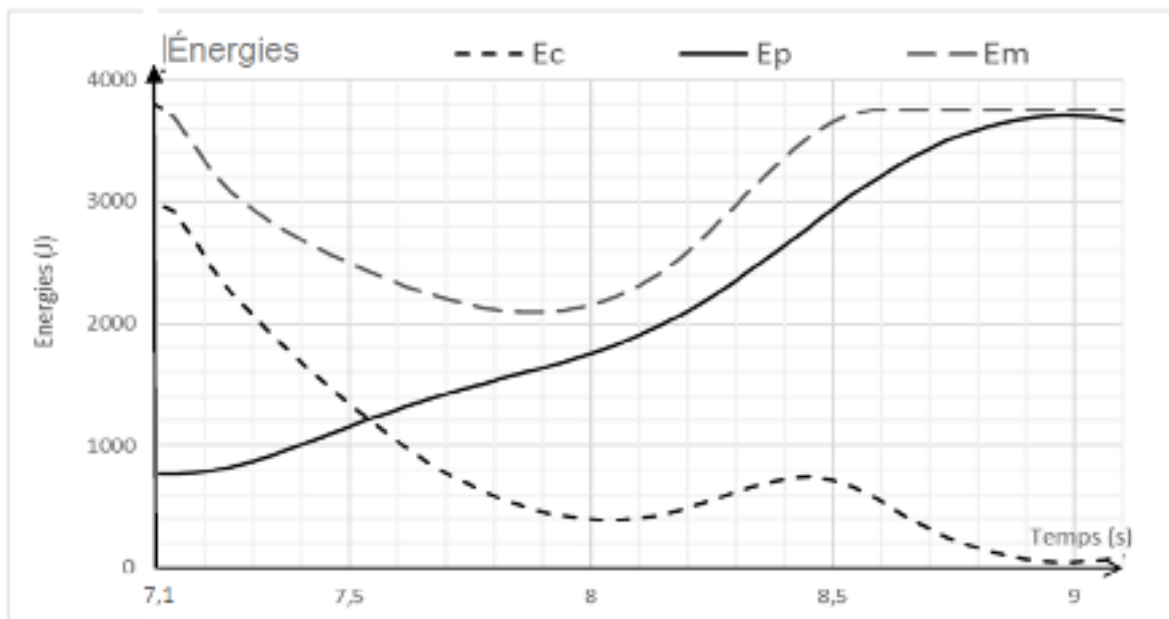


Figure 3 : Énergie mécanique E_m , énergie cinétique E_c et énergie potentielle de pesanteur E_p du perchiste au cours du temps lors de la phase ascendante

2.1. Déterminer, à partir des courbes d'énergies, la valeur de la vitesse à l'instant $t_1 = 7,1$ s et vérifier si cette valeur est cohérente avec celle de la vitesse à la fin de la course d'élan.

Pour simplifier l'étude on assimile le perchiste à un point matériel dans toute la suite du problème.

L'énergie cinétique E_c est de 3000 J à l'instant $t_1 = 7,1$ s.

$$\text{Or } E_c = \frac{1}{2} . m . v^2 \quad \text{Donc} \quad v^2 = \frac{E_c}{\frac{1}{2} \times m} \quad \text{soit } v^2 = \frac{2E_c}{m} \quad \text{et donc } v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}}$$

$$\text{Alors } v = \sqrt{\frac{2 \times 3000}{70}} = 9,3 \text{ m.s}^{-1}.$$

Cette valeur est cohérente avec la figure 2, où on peut lire sur le graphique que pour $t = 7$ s, $v \approx 9,1 \text{ m.s}^{-1}$

2.2. Déterminer, à partir des courbes, la valeur de la hauteur H du saut (distance entre le sol et la position la plus haute du perchiste) et comparer avec la valeur proposée dans les données.

Comme H est la hauteur maximale du saut et que selon la relation $E_{pp} = m.g.H$, la hauteur est proportionnelle à l'énergie potentielle de pesanteur E_{pp} , alors on relève sur le graphique la valeur maximale de E_{pp} soit $E_{pp} = 3700$ J.

$$\text{Comme } E_{pp} = m.g.H$$

$$\text{Donc } H = \frac{E_{pp}}{m.g}$$

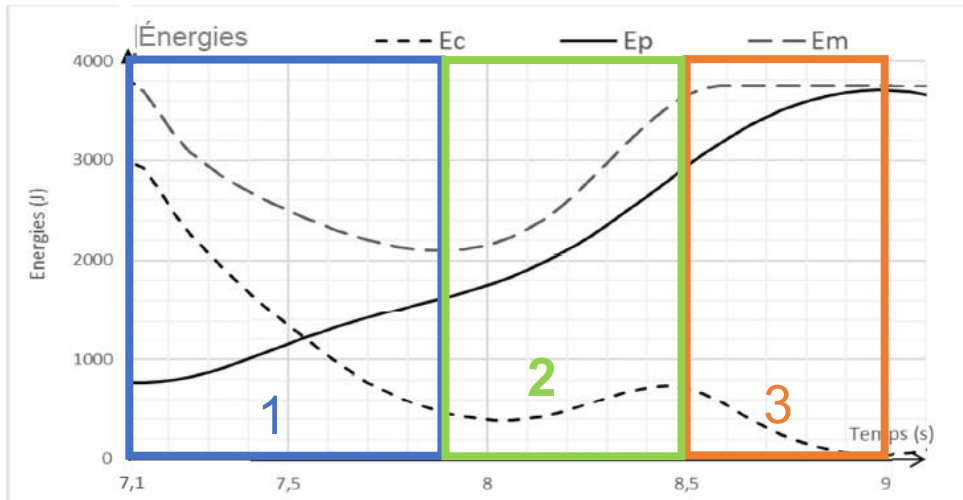
$$H = \frac{3700}{70 \times 9,8} = 5,4 \text{ m} \quad \text{Cela est cohérent avec la valeur dans les données de } H = 5.4 \text{ m.}$$

2.3. Identifier, sur la figure 3, les différentes étapes de la phase ascendante, en indiquant pour chaque étape l'instant du début et de la fin de l'étape.

Lors de l'étape 1, (7,1 à 7,9 s) le perchiste cède de l'énergie mécanique à la perche. L'énergie mécanique du perchiste diminue.

Lors de l'étape 2, (7,9 à 8,5 s) la perche restitue l'énergie au perchiste qui voit son énergie mécanique augmenter.

Lors de l'étape 3, (8,5 à 9 s), « chute libre » ascendante, la vitesse du perchiste diminue au cours de sa montée. Le perchiste perd de l'énergie cinétique. Son énergie mécanique est constante.



2.4. Comparer les énergies mécaniques du perchiste aux instants $t_1 = 7,1$ s et $t_2 = 9$ s. Interpréter.

De $t_1 = 7,1$ s à $t_2 = 9$ s, E_m est constante et égale à 3800 J. On peut négliger les frottements et la perche a restitué toute l'énergie que lui avait communiqué le perchiste.

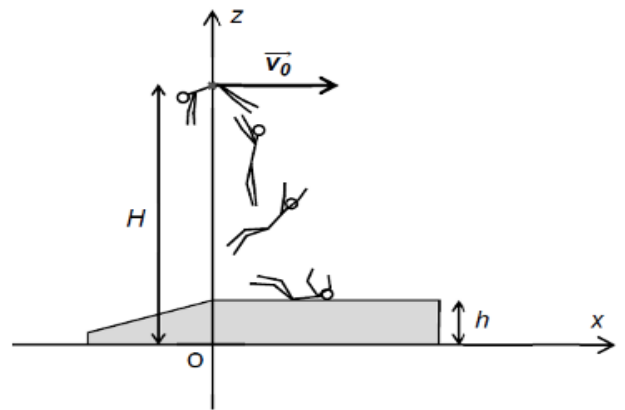
2.5. Comment évoluerait la performance du perchiste si sa vitesse à l'instant t_1 était plus élevée ?

Si le perchiste possède en début de phase ascendante une vitesse plus élevée, son énergie cinétique initiale sera plus élevée. Ainsi son énergie mécanique sera plus élevée, et il pourra atteindre une plus haute altitude.

3. Phase descendante

La phase descendante est très spectaculaire. Elle correspond à une chute libre de plusieurs mètres.

On admet, qu'au début de la phase descendante, le vecteur vitesse $\vec{v}_0$ du perchiste est horizontal et que sa valeur est $v_0 = 1,1$ m.s⁻¹.



3.1. Énoncer la seconde loi de Newton.

Dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces appliquées au système est égale à la dérivée de la quantité de mouvement du système. Si l'on considère la masse du système constante, on peut dire que la somme vectorielle des forces appliquées est égale au produit de la masse du système par son accélération.

$$\text{Soit } \sum \vec{F}_{\text{ext} \rightarrow \text{sys}} = m_{\text{sys}} \cdot \vec{a}_{\text{sys}}$$

3.2. En appliquant la seconde loi de Newton, montrer que les composantes du vecteur accélération $\vec{a}_G$ du perchiste sont : $a_x = 0$ et $a_z = -g$.

Référentiel : sol, référentiel terrestre supposé galiléen

Système : {perchiste} de masse constante.

On peut donc appliquer le second principe de Newton.

La seule force à laquelle le perchiste est soumis est son poids.

Donc $\sum \overrightarrow{F_{\text{ext/perchiste}}} = \overrightarrow{P_{\text{perchiste}}}$

De plus, sa masse est constante. On a donc $\sum \overrightarrow{F_{\text{ext/perchiste}}} = \overrightarrow{P_{\text{perchiste}}} = m_{\text{perchiste}} \cdot \overrightarrow{a_{\text{perchiste}}}$

Or $\overrightarrow{P_{\text{perchiste}}} = m_{\text{perchiste}} \cdot \vec{g}$ soit $m_{\text{perchiste}} \cdot \vec{g} = m_{\text{perchiste}} \cdot \vec{a_{\text{perchiste}}}$

On a donc $\overrightarrow{a_{\text{perchiste}}} = \vec{g}$ donc dans le repère proposé : $a_{x(\text{perchiste})} = 0$ et $a_{z(\text{perchiste})} = -g$

3.3. En prenant le début de la phase descendante comme origine des temps ($t = 0$ s) et en se plaçant dans le repère (Oxz), montrer que les équations horaires du mouvement du perchiste s'écrivent :

$$\mathbf{x(t) = v_0 \cdot t} \quad \text{et} \quad \mathbf{z(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + H}$$

Or $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ donc $\overrightarrow{a_G} \begin{cases} a_x(t) = g_x = 0 \\ a_z(t) = g_z = -g \end{cases}$ en primitivant : $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_z(t) = -g \cdot t + C_2 \end{cases}$

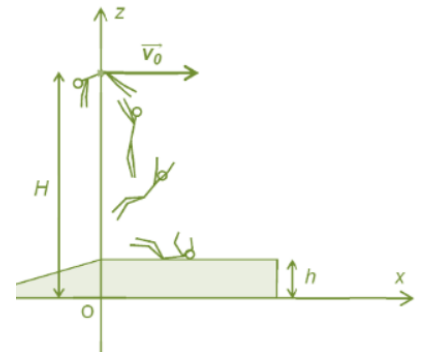
À $t = 0$, $\vec{v}(t = 0) = \vec{v_0}$ avec $\vec{v_0} \begin{cases} v_{0x} = v_0 = C_1 \\ v_{0z} = 0 = C_2 \end{cases}$

Finalement : $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \\ v_z(t) = -g \cdot t \end{cases}$

Et $\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}$ donc en primitivant $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot t + C_3 \\ z(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + C_4 \end{cases}$

À $t = 0$, $x = 0$ et $z = H$ donc $C_3 = 0$ et $C_4 = H$.

Finalement les équations horaires $x(t)$ et $z(t)$ sont : $\overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot t \\ z(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + H \end{cases}$



3.4. Quelle est la durée de la phase descendante ? Commenter le résultat.

Durée t_{Ch} de la phase descendante : $z(t_{Ch}) = h$.

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t_{Ch}^2 + H$$

$$\frac{1}{2} g \cdot t_{Ch}^2 = H - h$$

$$t_{Ch}^2 = \frac{2(H - h)}{g}$$

$$t_{Ch} = \sqrt{\frac{2(H - h)}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times (5,4 - 0,70)}{9,8}} = 0,98 \text{ s}$$

Cette valeur semble réaliste.

TYPE BAC 8 : PROFESSEUR LEWIN

Un cours avec Walter H.G. Lewin ressemble à un spectacle vivant. Personne ne sait véritablement à quoi s'attendre. Le professeur met en scène les expériences. Il y a du suspense... et du risque. Ainsi, il lâche une boule très lourde suspendue à une corde, et reste immobile. Par effet de balancier, elle revient à vive allure, se rapproche dangereusement de son visage, et stoppe alors même qu'on était persuadé qu'il se broierait le nez.

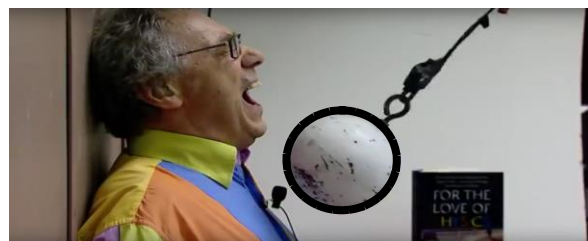
Cet exercice utilise des extraits de vidéos afin d'exploiter les expériences réalisées par le professeur Walter H.G. Lewin.

Le professeur utilise un pendule simple constitué d'un câble inextensible de masse négligeable, auquel est reliée une boule d'acier pleine et homogène de masse 15 kg et de diamètre 13 cm. Le pendule est accroché au plafond de l'amphithéâtre ; la longueur L entre le plafond et le centre G de la boule est de 5,21 m.

Donnée : valeur de l'intensité du champ de pesanteur terrestre $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

1. Première expérience.

Dans une première expérience, le professeur Walter H.G. Lewin amène la boule contre son menton (photo ci-contre).



Après avoir lâché la boule sans vitesse initiale, à partir d'un angle de 41° par rapport à la verticale, celle-ci fait un aller et retour et s'approche du menton de Walter H.G. Lewin, sans toutefois le toucher.

La capture d'écran a été réalisée au moment où la boule était dans la position la plus haute (avec une vitesse nulle) après avoir fait un aller-retour.

Le cercle en pointillés représente la position de la boule au moment du lâcher.

1.1 Recopier et compléter le schéma ci-contre, en y reportant les mesures connues de la situation initiale au moment du lâcher. En déduire, par un calcul, l'altitude initiale du centre G de la boule en prenant comme origine celle proposée sur le schéma (ce schéma n'est pas à l'échelle).

Les mesures connues utiles sont les valeurs de l'angle initial θ_i et celle de la longueur L entre le plafond et le centre de la boule.

L'altitude initiale est telle que :

$$y_G = OB = OA - AB = L - AB$$

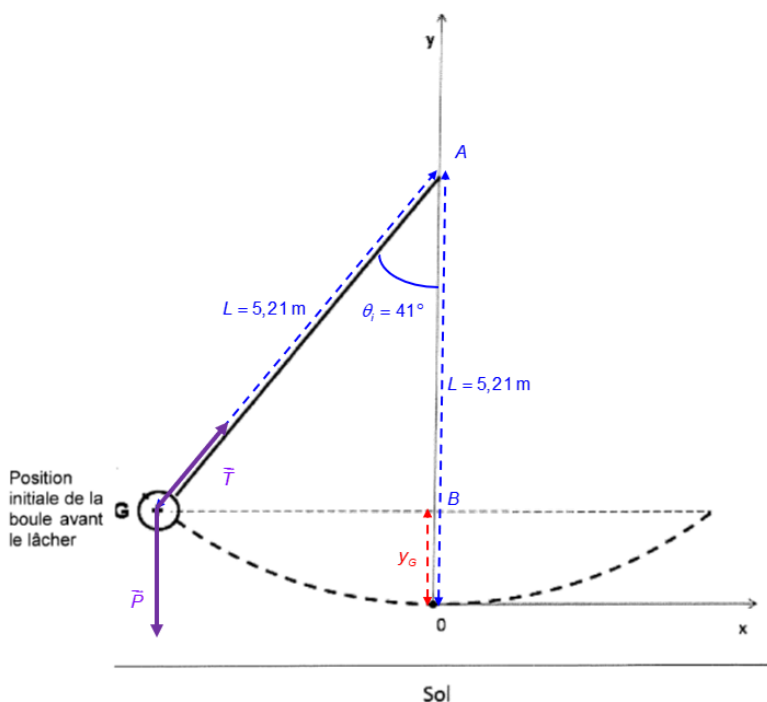
Dans le triangle rectangle ABG :

$$\cos(\theta_i) = \frac{AB}{AG} = \frac{AB}{L} \Leftrightarrow AB = L \cdot \cos(\theta_i)$$

Conclusion :

$$y_G = L - AB = L - L \cdot \cos \theta_i = L \cdot (1 - \cos \theta_i)$$

$$y_G = 5,21 \times (1 - \cos 41^\circ) = 1,3 \text{ m}$$



1.2. Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur la boule, et les représenter, sans souci d'échelle sur le schéma précédent. On néglige toutes les forces exercées par l'air.

Inventaire des forces exercées sur le système {boule} en négligeant toute action de l'air (frottements et poussée d'Archimède) :

- le poids $\vec{T} = m \cdot \vec{g}$
- la tension du fil $\vec{T}$

1.3. Par convention, on pose que l'énergie potentielle de la boule au point O est nulle. Montrer que l'énergie mécanique initiale de la boule est de $1,9 \times 10^2$ J.

Par définition de l'énergie mécanique : $E_m(G) = E_c(G) + E_{pp}(G)$

$$\text{donc } E_m(G) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_G^2 + m \cdot g \cdot y_G$$

À l'instant initial, $V_G = 0$ et $y_G = 1,28$ m donc $E_m(G)_i = 0 + 15 \times 9,81 \times 1,28 = 1,9 \times 10^2$ J

1.4. Quelle est la position du centre G de la boule correspondant à la vitesse maximale de la boule ?

Le système {boule} n'étant soumis qu'à des forces conservatives (le poids $\vec{P}$) ou des forces dont le travail est nul (la tension du fil $\vec{T}$ étant toujours perpendiculaire au déplacement), l'énergie mécanique se conserve. La vitesse de la boule est maximale quand son énergie cinétique l'est aussi, alors l'énergie potentielle de pesanteur est minimale. Cela correspond ici à $y_G = 0$ m (point O).

1.5. Calculer la vitesse maximale, exprimée en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, atteinte par la boule au cours de cet aller-retour sans frottements.

La conservation de l'énergie mécanique conduit à $E_m(G)_i = E_m(O) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + 0$

$$\text{donc } v_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot E_m(G)_i}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,9 \times 10^2}{15}} = 5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 18 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

1.6. En quoi la photographie du document 1 contredit-elle l'hypothèse formulée à la question 1.2. ?

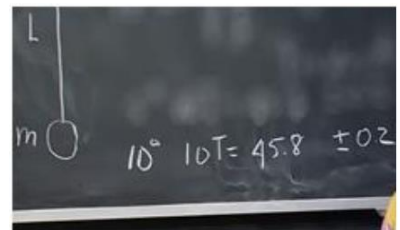
Sur la photographie correspondant au retour de la boule, on constate que celle-ci s'arrête à quelques cm du menton de Walter Lewin alors qu'il l'avait initialement lâchée depuis son menton : la boule a donc perdu une partie de son énergie mécanique lors de l'oscillation à cause du travail des forces de frottements qui ne sont donc pas totalement négligeables.

2. Deuxième expérience

Dans une deuxième expérience, le professeur Walter H.G. Lewin réalise deux mesures avec ce même pendule.

2.1. Première mesure : Il écarte le pendule d'un angle de 10° par rapport à la verticale. Il déclenche un chronomètre au moment où il lâche la boule sans vitesse initiale. Il compte avec ses étudiants le nombre de fois où la boule revient quasiment à sa position initiale. À la dixième fois, il arrête le chronomètre qui affiche alors la valeur : 45,81 s. Le chronomètre donne un résultat avec une incertitude de $\pm 0,2$ s.

Puis il note au tableau l'indication : $10 T = 45,8 \pm 0,2$ s.



2.1.1. En utilisant les résultats inscrits au tableau, donner un encadrement de la valeur de la période de ce pendule simple.

Vu que $10T = 45,8$ s, on en déduit que $T = 4,58$ s.

Multiplier le nombre de mesures permet de réduire l'incertitude.

On obtient l'encadrement $T = 4,58 \pm 0,02$ s (ou $4,56 \leq T \leq 4,60$ s).

2.1.2. Commenter la méthode de mesure utilisée par le professeur.

Walter Lewin a mesuré un grand nombre de périodes T afin de diminuer l'incertitude relative sur la mesure de T .

Avec une seule mesure : $\frac{U(T)}{T} = \frac{0,2}{4,58} = 4\%$ tandis qu'avec 10 mesures $\frac{U(T)}{10T} = \frac{0,2}{45,8} = 0,4\%$.

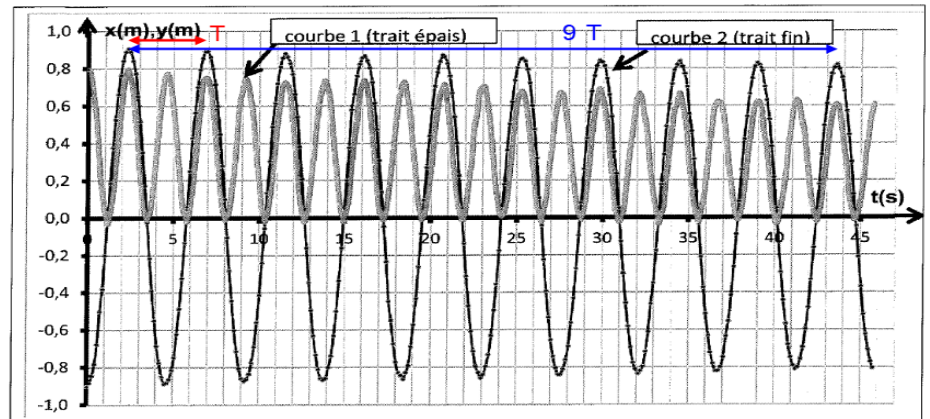
2.2. Deuxième mesure :

Le professeur s'assied ensuite sur la boule (photo ci-contre), et précise qu'il doit se mettre en position allongée pour ne pas fausser la démonstration. Puis, de la même manière, il s'écarte afin que le câble fasse un angle de 10° par rapport à la verticale. Il se laisse ensuite balancer avec la boule et il se filme.



2.2.1. L'une des courbes représente $x(t)$ et l'autre $y(t)$; les axes Ox et Oy sont ceux définis sur le schéma de l'annexe, identifier les courbes correspondantes en commentant leur allure.

Lors des oscillations du pendule étudiées dans le repère de l'annexe, la coordonnée x varie entre des valeurs positives et négatives tandis que la coordonnée y reste positive (ou nulle en O) : la courbe 1 correspond à $y(t)$ et la courbe 2 à $x(t)$.



2.2.2. Déterminer la valeur de la période de ce pendule constitué du câble, de la boule et du professeur. Une oscillation du pendule correspond à un aller-retour si on part du point le plus élevé.

Mesurons $9 T$ (afin de réduire l'incertitude cf 2.1.1), on obtient :

$$9T = \frac{45,0 \times 13,2}{14,4} \begin{cases} 9T \leftrightarrow 13,2 \text{ cm} \\ 45,0 \text{ s} \leftrightarrow 14,4 \text{ cm} \end{cases}$$

$$T = \frac{45,0 \times 13,2}{9 \times 14,4} \approx 4,58 \text{ s}$$

2.2.3. Par analyse dimensionnelle, vérifier l'homogénéité de l'expression de la période du pendule :

$$T = k \sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{où } k \text{ est une grandeur sans dimension.}$$

$$T = k \sqrt{\frac{L}{g}} \leftrightarrow T^2 = k^2 \frac{L}{g}$$

En remplaçant pas les unités : $s^2 \leftrightarrow \frac{m}{m.s^{-2}} \leftrightarrow \frac{1}{s^{-2}} \leftrightarrow s^2$: la relation est bien homogène.

Méthode plus rigoureuse (non nécessaire) :

$$\dim(T) = \dim(k) \cdot \dim(L^{1/2}) \cdot \dim(g)^{-1/2}$$

$$\dim(T) = 1 \cdot L^{1/2} \cdot (L.T^{-2})^{-1/2} = T$$

2.2.4. Expliquer ce que le professeur a voulu démontrer dans cette expérience. Le résultat obtenu est-il concluant.

Malgré l'ajout du professeur sur le pendule, on constate qu'on retrouve la même valeur (aux incertitudes de mesure près) pour la période alors que le paramètre « masse » a changé (les autres paramètres étant les mêmes) : Walter Lewin a voulu montrer que la masse n'a pas d'influence sur la période d'oscillations du pendule.

2. Relier les actions appliquées à un système à son mouvement

→ Mouvement dans un champ de gravitation

Exercice 45 :

Données : Distance entre les centres de la Terre et de la Lune : $r = 3,84 \times 10^5$ m.

Masse de la Terre : $M_T = 5,97 \times 10^{24}$ kg ;

constante gravitationnelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

Masse de la Lune : $M_L = 7,36 \times 10^{22}$ kg.

1. Exprimer la force de gravitation exercée par la Terre sur la Lune.

La force de gravitation exercée par la Terre sur la Lune a pour expression : $\vec{F}_{T/L} = G \times \frac{M_T \times M_L}{r^2} \vec{u}_n$

2. Représenter cette force en utilisant l'échelle 1 cm pour $0,5 \times 10^{20}$ N.

Valeur de cette force : $F_{T/L} = G \times \frac{M_T \times M_L}{r^2}$

$$F_{T/L} = 6,67 \times 10^{-11} \times \frac{5,97 \times 10^{24} \times 7,36 \times 10^{22}}{(3,84 \times 10^8)^2} = 2,0 \times 10^{20} \text{ N}$$

À l'échelle 1 cm $\leftrightarrow 0,5 \times 10^{20}$ N, $2,0 \times 10^{20}$ N $\leftrightarrow 4,0$ cm.

On représente donc un segment fléché de 4,0 cm à partir du centre de la Lune et dirigé vers celui de la Terre.

Exercice 46 :

5. Donner la définition d'un référentiel planétocentrique.

Un référentiel planétocentrique est un référentiel qui a pour origine le centre de la planète. Un repère lui est associé visant des étoiles très lointaines, qui peuvent ainsi être considérées comme fixes.

6. Énoncer les trois lois de Kepler dans un référentiel planétocentrique pour un satellite.

1^{ère} loi de Kepler : dans le référentiel planétocentrique, l'orbite d'un satellite est une ellipse et le centre de la planète occupe un des deux foyers.

2^e loi de Kepler ou loi des aires : le segment reliant la planète au satellite balaye des aires égales pendant des durées égales.

3^e loi de Kepler ou loi des périodes : la période de révolution T au carré est proportionnelle au cube du demi-grand axe a .

7. On considère la trajectoire circulaire.

- a. Que peut-on alors déduire de la deuxième loi de Kepler ?

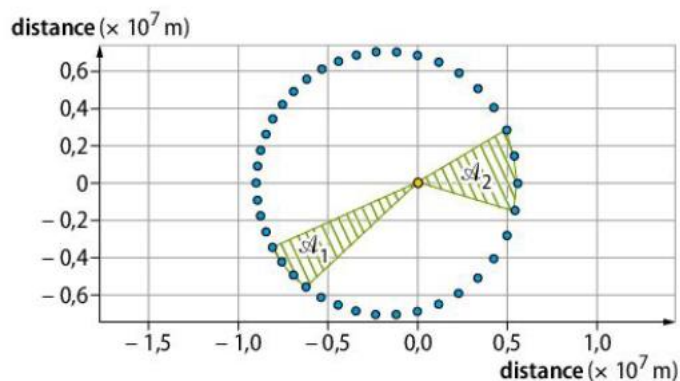
On peut en déduire que la valeur de la vitesse est constante.

- b. Écrire la relation de la 3^{ème} loi de Kepler dans ce cas ?

La période de révolution T au carré est proportionnelle au cube du rayon du cercle :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M}$$

Exercice 47 : Thémisto est un des satellites de Jupiter. La simulation de la trajectoire de ce satellite donne la représentation suivante. Chaque position de Thémisto, modélisée par un point bleu, est relevée à intervalle de temps constant. Deux aires balayées A_1 et A_2 sont représentées.

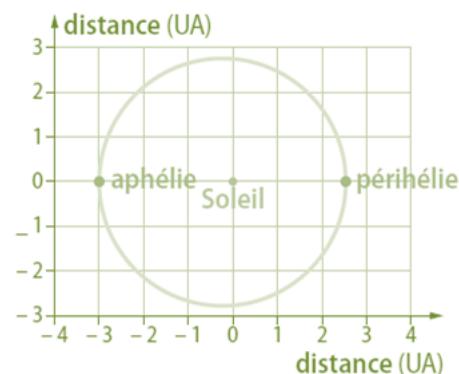


1. Dans quel référentiel considéré galiléen a-t-on obtenu cette trajectoire ? Il s'agit d'un référentiel jovien, ou jupiterocentrique, ou encore le centre de Jupiter associé à un repère orienté vers des étoiles lointaines.
2. Jupiter, le point jaune, est-elle au centre de l'orbite de Thémisto ?
On voit sur la représentation que Jupiter n'est pas au centre de l'orbite de Thémisto.
3. En utilisant la première loi de Kepler, justifier l'allure de la trajectoire.
D'après la première loi de Kepler, l'orbite est une ellipse et Jupiter est placée à l'un des foyers de l'ellipse.
4. Quelle relation existe-t-il entre les aires A_1 et A_2 ? Justifier.
On a $A_1 = A_2$, les temps de parcours des arcs de cercle sont identiques. En effet, il y a le même nombre de points. D'après la deuxième loi de Kepler, le segment reliant la planète au satellite balaye des aires égales pendant des durées égales.
5. Que peut-on dire des distances parcourues par le satellite dans le cas des aires A_1 et A_2 ? Quelle est la conséquence pour la vitesse du satellite ?
D'après la deuxième loi de Kepler, les aires sont égales. Pour que les aires soient égales, comme la distance entre Jupiter et Thémisto est plus importante dans le cas de A_1 que dans le cas de A_2 , il faut que la distance parcourue soit plus importante dans le cas de A_2 que dans le cas de A_1 . Si la distance parcourue est plus importante pour A_2 que pour A_1 , pour un même temps de parcours, alors la vitesse de Thémisto est plus importante pour A_2 que pour A_1 .
6. Est-ce en accord avec les différentes positions des points ?
L'écartement entre les points est plus important pour A_2 que pour A_1 . La vitesse de Thémisto est donc plus importante lors du parcours de A_2 que pour A_1 .

Exercice 48 : Cérès, astre classé dans la catégorie des planètes naines, gravite autour du Soleil dans une ceinture d'astéroïde située entre Mars et Jupiter. Les distances de l'aphélie et du périhélie sont respectivement de $4,47 \times 10^8$ km et $3,81 \times 10^8$ km.

Données : demi-grand axe terre-soleil : $a_T = 1,50 \times 10^8$ km ; période de révolution : $T = 365,25$ jours.

1. Que pouvez déduire des distances du périhélie et de l'aphélie sur la nature de la trajectoire ?
On remarque que la distance Cérès-Soleil n'est pas constante. Cela signifie que la trajectoire n'est pas circulaire, mais qu'il s'agit d'une ellipse, comme le montre la première loi de Kepler.
2. Représenter, sans soucis d'échelle, l'orbite de Cérès. Indiquer les positions de l'aphélie et du périhélie.



3. Calculer la valeur du demi-grand axe a_c .
On a : $2 a_c = 4,47 \times 10^8 + 3,81 \times 10^8 = 8,28 \times 10^8$ km

$$\text{Soit } a_c = \frac{8,28 \times 10^8}{2} = 4,14 \times 10^8 \text{ km.}$$

4. En utilisant la 3^e loi de Kepler, la période de rotation de la Terre et la valeur du demi-grand axe de la Terre, calculer la période de révolution de Cérès.

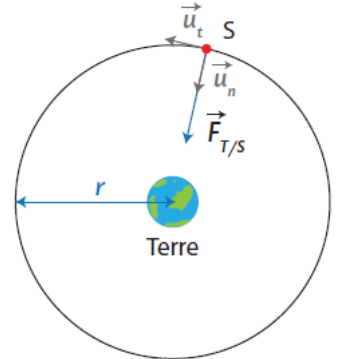
En utilisant la troisième loi de Kepler, on trouve $\frac{T_C^2}{a_C^3} = \frac{T_T^2}{a_T^3}$

$$\text{Donc : } T_C = \sqrt{\frac{a_C^3}{a_T^3}} \times T_T = \sqrt{\frac{(4,14 \times 10^8)^3}{(1,50 \times 10^8)^3}} \times 365,35 = 1,67 \times 10^3 \text{ jours}$$

Exercice 49 : Le 29 octobre 2018, le satellite CFOSAT, de masse m , a été mis en orbite circulaire autour de la Terre à une altitude de 519 km par le CNES et son homologue chinois le CNSA, pour cartographier les vents et les vagues à la surface des océans.

Données : Rayon terrestre : $R_T = 6,4 \times 10^3 \text{ km}$; masse de la Terre : $M_T = 6,0 \times 10^{24} \text{ kg}$;

Constante gravitationnelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.



1. Schématiser la situation et représenter la force de gravitation exercée par la Terre sur le satellite.

Soit S le centre de masse du satellite.

2. Montrer que le mouvement du centre de masse du satellite CFOSAT est uniforme dans le référentiel géocentrique.

On applique la deuxième loi de Newton au centre de masse du satellite dans le référentiel géocentrique considéré galiléen :

$\vec{F}_{T/S} = m \vec{a}$ en notant m la masse du satellite.

Or $\vec{F}_{T/L} = G \times \frac{M_T \times m}{r^2} \vec{u}_n$, avec le rayon de l'orbite $r = R_T + h$ (h est l'altitude du satellite).

$$\text{On a } m \vec{a} = G \times \frac{M_T \times m}{(R_T + h)^2} \vec{u}_n$$

$$\text{D'où } \vec{a} = G \times \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \vec{u}_n$$

$$\text{On a donc } \vec{a} \begin{cases} a_n = G \times \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \\ a_t = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{cases}$$

La coordonnée tangentielle de l'accélération $a_t = \frac{dv}{dt}$ est nulle, donc la valeur de la vitesse de S est constante : le mouvement est uniforme dans ce référentielle

3. Donner les caractéristiques du vecteur vitesse $\vec{v}$ du centre de masse du satellite dans ce référentiel.

La coordonnée normale de l'accélération est : $a_n = \frac{v^2}{R_T + h}$

$$\text{Par identification, } \frac{v^2}{R_T + h} = G \times \frac{M_T}{(R_T + h)^2}, \text{ ainsi } v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$$

Le vecteur vitesse $\vec{v}$ du centre de masse du satellite est tangent à la trajectoire, orienté dans le sens du mouvement et sa valeur est $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$

4. Déterminer la période de révolution T du satellite.

Le mouvement est circulaire uniforme, on a donc : $T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v}$ et $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$

$$\text{Il vient } T = \frac{2\pi(R_T + h)}{\sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}}, \text{ d'où } T = 2\pi(R_T + h) \sqrt{\frac{R_T + h}{G \cdot M_T}}$$

$$\text{soit } T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}} = 2\pi \sqrt{\frac{(6,4 \times 10^6 + 519 \times 10^3)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times 6,0 \times 10^{24}}}$$

La période de révolution de S est $5,7 \times 10^3 \text{ s}$.

Exercice 50 : Europe est un satellite de Jupiter, de masse M_J . Son orbite, de rayon r , est supposée circulaire.

Sa vitesse a pour valeur $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_J}{r}}$

1. Établir l'expression de sa période de révolution T .

Le mouvement est circulaire uniforme, on a donc $T = \frac{2\pi \times r}{v}$.

Or $v = \sqrt{\frac{G \times M_J}{r}}$ donc $T = 2\pi \times r \times \sqrt{\frac{r}{G \times M_J}}$

2. En déduire la valeur du rapport $\frac{T^2}{r^3}$

En relevant au carré, $T^2 = 4\pi^2 \times r^2 \times \frac{r}{G \times M_J}$

On obtient : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_J}$

3. Énoncer la troisième loi de Kepler dans le référentiel « jupiterocentrique ».

Le carré de la période de révolution des satellites de Jupiter est proportionnel au cube du rayon de leur orbite supposée circulaire.

Exercice 51 : Les plus gros satellites de Jupiter, encore appelés satellites galiléens, ont été découverts par Galilée. On donne les périodes de révolution T et le rayon r de la trajectoire quasi circulaire de deux de ces satellites :

Satellite	T (jours)	r (km)
Io	1,77	$4,22 \times 10^5$
Ganymède	7,15	$1,07 \times 10^6$

1. Énoncer la troisième loi de Kepler dans le référentiel « jupiterocentrique ».

Dans le référentiel jupiterocentrique, le carré de la période de révolution T des satellites de Jupiter est proportionnel au cube du rayon r de leur orbite supposée circulaire.

2. Montrer que les données du tableau confirment que ces deux satellites sont en orbite autour de Jupiter.

On calcule, dans la même unité, le rapport $K = \frac{T^2}{r^3}$ pour chaque satellite :

$$K_{Io} = \left(\frac{T^2}{r^3}\right)_{Io} = \frac{(1,77)^2}{(4,22 \times 10^5)^3} \text{ et } K_{Gan} = \left(\frac{T^2}{r^3}\right)_{Gan} = \frac{(7,15)^2}{(1,07 \times 10^6)^3}$$

On obtient $\frac{K_{Io}}{K_{Gan}} = 0,999$, ce qui vérifie la loi de Kepler.

Ces satellites orbitent donc tous les deux autour de Jupiter.

Exercice 52 : Le télescope spatial Hubble a permis de nombreuses découvertes dans le domaine de l'astrophysique.

Il est placé sur une orbite quasiment circulaire à une altitude $h = 600$ km par rapport à la surface de la Terre.

Données : Rayon terrestre : $R_T = 6\,370$ km ; masse de la Terre : $M_T = 5,97 \times 10^{24}$ kg ; Constante gravitationnelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.



1. Par application de la deuxième loi de Newton, déterminer les coordonnées du vecteur accélération du centre de masse H de Hubble dans le repère de Frenet lié au référentiel géocentrique.

D'après la deuxième loi de Newton appliquée au centre de masse H de Hubble dans le référentiel géocentrique considéré galiléen, on a :

$$\vec{F}_{T/H} = m_H \vec{a} \text{ et } \vec{F}_{T/H} = G \times \frac{M_T \times m_H}{r^2} \vec{u}_n,$$

D'où $\vec{a} = G \times \frac{M_T}{r^2} \vec{u}_n$, avec $r = R_T + h$.

$$\text{On a donc } \vec{a} \begin{cases} a_n = G \times \frac{M_T}{r^2} \\ a_t = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{cases}$$

2. Déterminer les coordonnées du vecteur vitesse de Hubble dans le repère de Frenet.

Puisque la coordonnée normale de l'accélération est $a_n = \frac{v^2}{r}$, il vient :

$$G \times \frac{M_T}{r^2} = \frac{v^2}{r} \text{ ainsi } v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$$

Le vecteur vitesse de Hubble est tangent à sa trajectoire circulaire, $\vec{v} = v \vec{u}_t$

$$\text{On a donc } \vec{v} \begin{cases} v_n = 0 \text{ m.s}^{-1} \\ v_t = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}} \end{cases}$$

3. Calculer la valeur de la vitesse de Hubble dans le référentiel géocentrique.

$$\text{Soit } v = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,97 \times 10^{24}}{(6,37 \times 10^6 + 600 \times 10^3)}}$$

La valeur de la vitesse de Hubble dans ce référentiel est $7,56 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1}$.

Exercice 53 : On étudie le mouvement de la Terre autour du Soleil dans le cadre de l'approximation des trajectoires circulaires.

Données : Distance entre les centres de la Terre et du Soleil : $d_{ST} = 149,6 \times 10^9 \text{ m}$.

constante gravitationnelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$; masse du Soleil : $M_S = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$.

1. Dans quel référentiel considéré galiléen doit-on se placer afin d'étudier ce mouvement ?

Il s'agit du référentiel géocentrique.

2. Exprimer vectoriellement la force qui modélise l'action mécanique exercée par le Soleil sur la Terre, puis la représenter sur un schéma, sans souci d'échelle.

$$\vec{F} = -G \times \frac{M_S \times M_T}{d_{ST}^2} \vec{u}$$

3. Montrer que le mouvement de la Terre est uniforme.

$$\text{D'après la deuxième loi de Newton, on a : } M_T \vec{a} = \vec{F} = G \times \frac{M_S \times M_T}{d_{ST}^2} \vec{n}$$

Or l'accélération dans le repère de Frenet s'écrit : $\vec{a} = \vec{F} = \frac{dv}{dt} \vec{t} + \frac{v^2}{d_{ST}^2} \vec{n}$, donc la relation précédente

$$\text{devient : } M_T \frac{dv}{dt} \vec{t} + M_T \frac{v^2}{d_{ST}^2} \vec{n} = G \times \frac{M_S \times M_T}{d_{ST}^2} \vec{n}$$

Ainsi, en effectuant la projection sur $\vec{t}$, on obtient : $M_T \frac{dv}{dt} = 0$, donc $\frac{dv}{dt} = 0$.

La vitesse est donc constante, le mouvement de la Terre est uniforme.

4. Exprimer littéralement la vitesse de la Terre autour du Soleil, puis calculer sa valeur.

$$\text{En projetant sur } n, \text{ on obtient : } M_T \frac{v^2}{d_{ST}} = \frac{M_S \times M_T}{d_{ST}^2}$$

$$\text{En simplifiant, on trouve : } v^2 = G \frac{M_S}{d_{ST}} \text{ soit } v = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{d_{ST}}} = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 1,99 \times 10^{30}}{149,6 \times 10^9}} = 2,98 \times 10^4 \text{ m.s}^{-1}$$

5. Exprimer puis calculer la période de révolution T_T de la Terre autour du Soleil, en seconde puis en jour.

On a $v = \frac{2\pi d_{ST}}{T_T}$. En remplaçant la vitesse par la relation précédente, on obtient :

$$T_T = 2\pi \sqrt{\frac{d_{ST}^3}{G \cdot M_S}}$$

$$\text{soit } T_T = 2\pi \sqrt{\frac{(149,6 \times 10^9)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times 1,99 \times 10^{30}}} = 3,16 \times 10^7 \text{ s} = 365 \text{ jours}$$

Exercice 54 : La myriade de satellites GPS (global positioning system) est placée sur une orbite en étant animé d'un mouvement circulaire et uniforme à une altitude de $h = 1,38 \times 10^4$ m.

Données : Rayon terrestre : $R_T = 6\,370$ km ; masse de la Terre : $M_T = 6,0 \times 10^{24}$ kg ; constante gravitationnelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

1. Dans quel référentiel considéré galiléen le mouvement d'un satellite GPS est-il décrit ?

Le référentiel géocentrique.

2. En utilisant la deuxième loi de Newton, montre que la vitesse de ce type de satellite s'écrit :

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$$

On considère que la seule force appliquée au satellite est la force d'attraction exercée par la Terre sur celui-ci. Ainsi, d'après la deuxième loi de Newton on a : $m_S \vec{a} = \vec{F} = G \times \frac{m_S \times M_T}{(R_T + h)^2} \vec{n}$

Or l'accélération dans le repère de Frenet s'écrit $\vec{a} = \frac{v^2}{R_T + h} \vec{n}$, donc la relation précédente devient :

$$m_S \frac{v^2}{R_T + h} \vec{n} = G \times \frac{m_S \times M_T}{(R_T + h)^2} \vec{n}$$

En projetant sur $\vec{n}$, on obtient : $m_S \frac{v^2}{R_T + h} = G \times \frac{m_S \times M_T}{(R_T + h)^2}$

En simplifiant les différents termes, on trouve : $v^2 = G \times \frac{M_T}{(R_T + h)}$ soit $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$

3. En déduire que la période de révolution du satellite est : $T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}}$

On a $v = \frac{2\pi (R_T + h)}{T}$. En remplaçant la vitesse par la relation précédente, on obtient :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \cdot M_T}}$$

4. Calculer la période de révolution.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(6,37 \times 10^6 + 1,38 \times 10^4)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times 6,0 \times 10^{24}}} = 2,8 \times 10^4 \text{ s} = 7,9 \text{ h}$$

5. Combien de tour de la Terre réalise ces satellites par jour ?

Les satellites font un peu plus de trois tours de la Terre.

Exercice 55 : Le tableau ci-contre donne la période de révolution de quelques planètes du système solaire, ainsi que le rayon de leur orbite assimilable à un cercle dans le référentiel héliocentrique.

Données : Constante gravitationnelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$; 1 an = $3,156 \times 10^7$ s.

Satellite	Mars	Jupiter	Saturne
T (an)	1,88	11,86	29,44
r ($\times 10^6$ km)	228	778	1 427

1. Établir l'expression de la valeur de la vitesse du centre de masse d'une de ces planètes dans le référentiel héliocentrique.

Dans le référentiel héliocentrique considéré galiléen, la deuxième loi de Newton appliquée au centre de masse d'une planète donne : $\vec{F}_{S/P} = m \cdot \vec{a}$ avec m la masse d'une planète, et : $\vec{F}_{S/P} = G \times \frac{m \times M_S}{r^2} \vec{u}_n$;

d'où $\vec{a} = G \times \frac{M_S}{r^2} \vec{u}_n$

$$\text{On a donc } \vec{a} \begin{cases} a_n = G \times \frac{M_S}{r^2} \\ a_t = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \end{cases}$$

La coordonnée normale de l'accélération $a_n = \frac{v^2}{r}$.

Par identification, $\frac{v^2}{r} = G \times \frac{M_S}{r^2}$ ainsi $v = \sqrt{\frac{G.M_S}{r}}$

La valeur de la vitesse d'une planète dans le référentiel héliocentrique est $\sqrt{\frac{G.M_S}{r}}$ avec r le rayon de leur trajectoire supposée circulaire.

2. En déduire l'expression de sa période de révolution en fonction de G , r et M_S (masse du soleil).
La période de révolution des planètes est égale à la durée mise par ces planètes pour faire un tour complet du Soleil à la vitesse de valeur v suivant une trajectoire circulaire : $T = \frac{2 \pi \times r}{v}$

Or $v = \sqrt{\frac{G.M_S}{r}}$

Il vient $T = \frac{2 \pi \times r}{\sqrt{\frac{G.M_S}{r}}}$, d'où $T = 2 \pi \times r \sqrt{\frac{r}{G.M_S}}$ Soit $T = 2 \pi \sqrt{\frac{r^3}{G.M_S}}$

3. Donner l'expression du rapport dans le référentiel héliocentrique. La troisième loi de Kepler est-elle vérifiée ?

En élevant au carré, $T^2 = 4 \pi^2 \times \frac{r^3}{G \times M_S}$; soit $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4 \pi^2}{G \times M_S}$

G et M_S sont des constantes, donc $\frac{T^2}{r^3} = \text{constante}$, ce qui vérifie la troisième loi de Kepler dans le référentiel héliocentrique.

4. Déterminer la masse M_S du Soleil.

À partir de $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4 \pi^2}{G \times M_S}$, on isole M_S ; soit $M_S = \frac{4 \pi^2}{G \times T^2} \times r^3$.

En prenant les valeurs de T et r pour Mars, il vient :

$M_S = \frac{4 \pi^2 \times (2,28 \times 10^{11})^3}{6,67 \times 10^{-11} \times (1,88 \times 3,156 \times 10^7)^2} = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$.

5. Justifier en quoi la troisième loi de Kepler est une « balance cosmique ».

Pour un astre possédant des satellites et connaissant les paramètres orbitaux de ces satellites (période et demi-grand axe de l'ellipse), il est possible de déterminer la masse de l'astre attracteur. La troisième loi de Kepler joue alors le rôle de balance cosmique.

Exercice 56 : Un satellite géosynchrone est un satellite possédant une orbite circulaire et une période de révolution de $T = 86\,164 \text{ s}$.

La période de révolution d'un satellite s'écrit : $T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{G.M_T}}$ où h est la hauteur par rapport au sol, R_T le rayon de la Terre et M_T la masse de la Terre.

Données : Rayon terrestre : $R_T = 6\,370 \text{ km}$; masse de la Terre : $M_T = 6,0 \times 10^{24} \text{ kg}$;

Constante gravitationnelle : $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}.\text{s}^{-2}$.

Période de rotation de la Terre sur elle-même : 23 h 56 min 4s

1. Comparer la période de révolution d'un satellite géosynchrone et la période de rotation de la Terre sur elle-même.

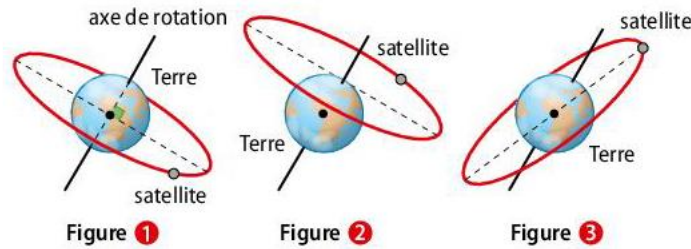
$T = 86\,164 \text{ s}$ pour un satellite géosynchrone et la période de rotation de la Terre sur elle-même est de 23 h 56 min 4 s = $23 \times 3\,600 + 56 \times 60 + 4 = 86\,164 \text{ s}$. Ces deux périodes sont égales.

2. Calculer la distance par rapport au sol de ce satellite.

En utilisant la relation $T = 2\pi \sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{G.M_T}}$, on obtient :

$h = \left(\frac{G.M_T.T^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - R_T = \left(\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 6,0 \times 10^{24} \times 86\,164^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}} - 6\,370 \times 10^3 = 3,6 \times 10^8 \text{ m}$.

3. Trois orbites circulaires sont données sur les figures 1, 2 et 3. Montrer l'une des orbites est incompatible avec les lois de la mécanique.



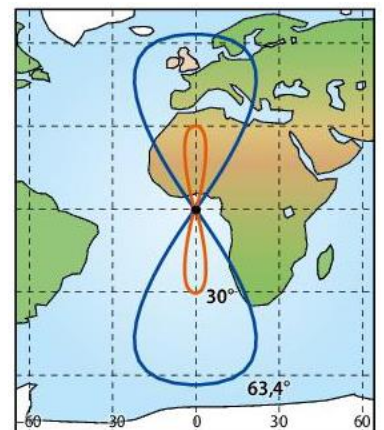
La figure 2 est incompatible avec la 1^{re} loi de Kepler car le centre de la Terre doit être, dans le cas d'une orbite circulaire, au centre de cette orbite, ce qui n'est pas le cas ici. De plus, la force gravitationnelle est dirigée vers le centre de la Terre alors que l'accélération est dirigée d'après l'orbite vers le centre du cercle, ce qui est incompatible avec la deuxième loi de Newton appliquée au satellite.

4. D'après les figures ci-dessus, indiquer les situations qui sont susceptibles de représenter une orbite géosynchrone.
 Dans les deux autres cas, les satellites peuvent être géosynchrones car leur trajectoire est circulaire.
5. Un satellite géosynchrone est géostationnaire si celui-ci reste à la verticale d'un point sur terre. Quel est le plan de son orbite ?
 Il s'agit du plan équatorial.
6. Quel est le sens de rotation de ce satellite ?
 Il a le même sens de rotation que la rotation propre de la Terre.
7. Indiquer à quelle figure ci-dessus correspond ce type de satellite.
 C'est la figure 1

Exercice 57 : La représentation ci-contre montre la trajectoire de deux satellites géosynchrones dont le plan orbital est décalé de 30° et de $63,4^\circ$ par rapport au plan l'équatorial.

Un satellite géosynchrone possède une orbite circulaire et une période de révolution égale à la période de rotation de la Terre sur elle-même.

1. Dans quel référentiel considéré galiléen sont représentés les trajectoires de ces deux satellites.
 Ces trajectoires sont représentées dans le référentiel terrestre, puisque la carte n'est pas en mouvement.
2. Quelle forme obtiendrait-on avec un satellite géostationnaire ?
 On obtiendrait un point.



Exercice 58 : Le niveau moyen global des océans est un indicateur majeur du réchauffement climatique. L'altimétrie satellitaire est une méthode de mesure importante, car elle permet d'assurer un suivi mondial précis et continu depuis 1993. Depuis son lancement en 2013, le satellite franco-indien SARAL assure toujours cette mission.

Données : Rayon terrestre : $R_T = 6\,370\text{ km}$; masse de la Terre : $M_T = 6,0 \times 10^{24}\text{ kg}$;

Constante gravitationnelle : $G = 6,67 \times 10^{-11}\text{ m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^{-2}$.

Période de rotation de la Terre sur elle-même : $T_T = 23,93\text{ h}$.

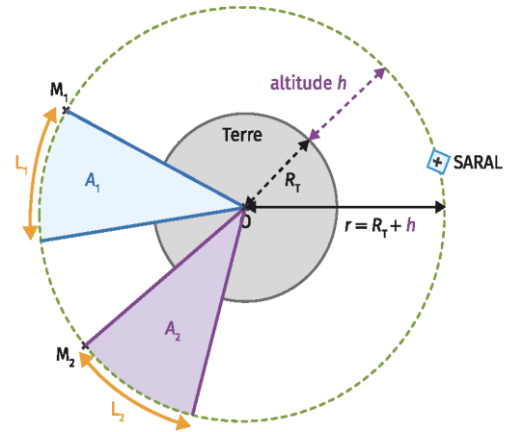
Masse du satellite SARAL : $m_S = 400\text{ kg}$

Vitesse du satellite SARAL : $v_S = 7,47\text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$.

1. Préciser le nom du référentiel galiléen dans lequel le mouvement du satellite peut être étudié.
 Le mouvement du satellite SARAL est décrit dans le repère géocentrique.

2. En supposant une orbite circulaire, schématiser la trajectoire sans souci d'échelle.

Le satellite SARAL orbite autour de la planète Terre suivant un cercle de rayon $r = R_T + h$ où h représente l'altitude.

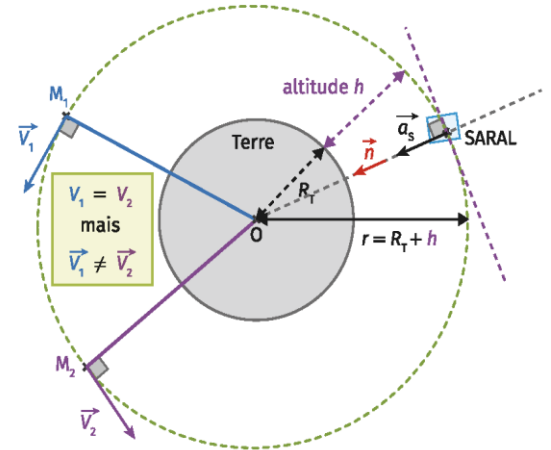


3. En déduire la nature du mouvement d'après la deuxième loi de Kepler.

D'après la deuxième loi de Kepler (loi des aires), la surface balayée (aire A_i) par le rayon vecteur (reliant les centres de masse de la Terre et de SARAL) est constante pour une même durée Δt : $A_1 = A_2$ pour deux positions M_1 et M_2 du satellite (voir schéma précédent).

Sachant que le mouvement est circulaire et que $A_1 = A_2$, les arcs de cercle L_1 et L_2 décrits par le satellite sont égaux : $L_1 = L_2$.

Par conséquent, on déduit que l'intensité du vecteur vitesse est constante $v_1 = v_2$: ce qui signifie que le mouvement est uniforme.



4. Dans le cas de SARAL, préciser la direction prise par son vecteur accélération. Représenter le vecteur $\vec{a}_s$ sur le schéma.

La deuxième loi de Newton appliquée à SARAL conclut à l'expression suivante du vecteur accélération

$$\vec{a}_s = G \times \frac{M_T}{(R_T + h)^2} \vec{n}$$

On déduit que le vecteur accélération de SARAL est radial, c'est-à-dire de même direction que le vecteur normal de référence (voir schéma précédent).

5. Montrer que le vecteur vitesse de SARAL a pour valeur : $v_s = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}}$

La projection de la composante normale du vecteur accélération de SARAL dans le repère de Frenet,

$$a_N = \frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{M_s}{r^2}, \text{ permet d'obtenir l'expression de la vitesse orbitale : } v_s = \sqrt{G \cdot \frac{M_s}{R_T + h}}$$

6. Calculer l'altitude h du satellite SARAL à l'aide des données.

De l'expression de la vitesse orbitale précédente, on isole l'altitude h de SARAL : $h = \frac{G \cdot M_s}{v_s^2} - R_T$

$$h = \frac{6,6710^{-11} \times 5,97 \times 10^{24}}{(7,47 \times 10^3)^2} - 6370 \times 10^3 = 7,66 \times 10^5 \text{ m} = 766 \text{ km}$$

7. Préciser en le justifiant si SARAL est géostationnaire.

L'altitude de SARAL étant différente de l'altitude moyenne de 36 000 km d'un satellite géostationnaire, on déduit que SARAL n'est pas un satellite géostationnaire.

TYPE BAC 9 : VOYAGE AUTOUR DE SATURNE

En Juillet 2004, la sonde européenne Cassini-Huygens nous a livré ses premiers clichés des anneaux de Saturne. Elle a également photographié Titan, le plus gros satellite de Saturne, situé à une distance R_T de Saturne. L'excentricité orbitale des satellites étant très faible, on supposera leurs trajectoires circulaires.

Dans tout l'exercice, on se place dans le référentiel saturno-centrique, centré sur Saturne et dont les trois axes sont dirigés vers trois étoiles lointaines supposées fixes.

On considère que la planète Saturne et ses satellites sont des corps dont la répartition des masses est à symétrie sphérique. Les rayons des orbites des satellites sont supposés grands devant leur taille.

Données : $G = 6,67 \times 10^{-11}$ S.I. : constante de gravitation universelle.
 Concernant Titan : $R_T = 1,22 \times 10^6$ km (rayon de l'orbite de Titan).
 Concernant Saturne : $R_S = 6,0 \times 10^4$ km (rayon de la planète Saturne).
 $T_S = 10$ h 39 min (période de rotation de Saturne sur elle-même).
 $M_S = 5,69 \times 10^{26}$ kg (masse de Saturne).

1. Quelques caractéristiques de Titan :

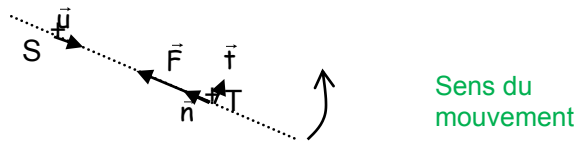
1.1. Forces

On considère que la seule force gravitationnelle exercée sur Titan provient de Saturne.

1.1.1. Nommer la (les) force(s) extérieure(s) appliquée(s) au satellite Titan, de masse M_T .

Titan subit la force d'interaction gravitationnelle exercée par Saturne.

1.1.2. Représenter qualitativement sur un schéma, Saturne, Titan, et la (les) force(s) extérieure(s) appliquée(s) sur Titan.



où $\vec{u}$ est le vecteur unitaire de la droite ST dirigé de S vers T.

1.1.3. Donner l'expression vectorielle de cette (ces) force(s).

$$\vec{F} = -\frac{GM_T M_S}{R_T^2} \vec{u}$$

1.2. Accélération et vitesse

On étudie le mouvement du centre d'inertie T de Titan. S est le centre d'inertie de Saturne.

Soit $\vec{u}$ le vecteur unitaire porté par la droite ST dirigé de S vers T.

1.2.1. Exprimer son accélération vectorielle $\vec{a}$ en précisant la loi utilisée.

D'après la seconde loi de Newton, appliquée à Titan, réduit à son centre d'inertie T, dans le référentiel Saturno-centrique : $M_T \cdot \vec{a} = \vec{F}$ ($\vec{F}$ étant la seule force subie par Titan).

Donc : $M_T \cdot \vec{a} = \frac{G \cdot M_T \cdot M_S}{R_T^2} \vec{u}$ donc $\vec{a} = \frac{G \cdot M_S}{R_T^2} \vec{u}$

1.2.2. On se place dans la base orthonormée $(\vec{t}, \vec{n})$ centrée en T dans laquelle $\vec{t}$ est un vecteur unitaire porté par la tangente à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement et $\vec{n}$ un vecteur unitaire perpendiculaire à $\vec{t}$ et dirigé vers l'intérieur de la trajectoire ($\vec{n} = -\vec{u}$).

On donne l'expression de $\vec{a}$ dans la base orthonormée $(\vec{t}, \vec{n})$: $\vec{a} = a_t \vec{t} + a_n \vec{n}$

Donner les expressions littérales de a_t et de a_n en fonction de la vitesse v du satellite.

Pour Titan, en orbite circulaire de rayon R_T autour de Saturne, on a : $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{t} + \frac{v^2}{R_T} \vec{n}$

Donc : $a_t = \frac{dv}{dt}$ et $a_n = \frac{v^2}{R_T}$

1.2.3. À quelle composante se réduit l'accélération vectorielle $\vec{a}$ de Titan dans la base orthonormée $(\vec{t}, \vec{n})$? Compléter alors le schéma précédent, avec la base orthonormée $(\vec{t}, \vec{n})$ et l'accélération $\vec{a}$ de Titan.

La force $\vec{F}$ est centripète (colinéaire à $\vec{n}$), le vecteur accélération est lui aussi centripète. Il se réduit donc à la composante normale $a_n \vec{n}$.

1.3. Type de mouvement

1.3.1. Montrer que le mouvement de Titan est uniforme.

Le vecteur accélération de Titan étant normal on a donc $a_t = \frac{dv}{dt} = 0$, la valeur de la vitesse v de Titan est donc constante. Le mouvement de Titan autour de Saturne est uniforme.

1.3.2. Retrouver l'expression de la vitesse de Titan sur son orbite autour de Saturne : $v = \sqrt{\frac{GM_S}{R_T}}$

D'après la deuxième loi de Newton on a : $\vec{a} = \frac{G.M_S}{R_T^2} \cdot \vec{n} = \frac{v^2}{R_T} \vec{n} \leftrightarrow \frac{G.M_S}{R_T^2} = \frac{v^2}{R_T} \leftrightarrow v^2 = \frac{G.M_S}{R_T}$

Soit $v = \sqrt{\frac{GM_S}{R_T}}$

2. D'autres satellites de Saturne :

Après le survol de Titan, la sonde Cassini a survolé le satellite Encelade en février 2005.

On peut considérer que dans le référentiel saturno-centrique, Encelade a un mouvement de révolution circulaire uniforme, dont la période (en jour terrestre), est $T_E = 1,37$ et le rayon est R_E .

2.1. Loi de Kepler

La relation qui lie la période T de révolution d'un satellite, sa vitesse v et le rayon R de son orbite est $T = T = \frac{2\pi R}{v}$.

Sa vitesse de révolution autour de Saturne est donnée par : $v = \sqrt{\frac{GM_S}{R}}$.

Retrouver la troisième loi de Kepler $\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G M_S}$.

Loi de Kepler :

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \sqrt{\frac{G.M_S}{R}} \leftrightarrow \frac{4\pi^2 R^2}{T^2} = \frac{G.M_S}{R} \leftrightarrow \frac{R^3}{T^2} = \frac{G.M_S}{4\pi^2} \leftrightarrow \frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_S}$$

2.1.2. Utiliser la troisième loi de Kepler pour déterminer la valeur du rayon R_E de l'orbite d'Encelade.

$$\frac{R^3}{T^2} = \frac{G.M_S}{4\pi^2} \leftrightarrow R^3 = \frac{G.M_S}{4\pi^2} \cdot T^2$$

Soit $R = \sqrt[3]{\frac{G.M_S}{4\pi^2} \cdot T^2}$

Soit : $R_E = \sqrt[3]{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,69 \times 10^{26}}{4\pi^2} \cdot (1,37 \times 3600 \times 24)^2} = 2,38 \times 10^8 \text{ m}$

3. Sonde saturno-stationnaire :

On cherche dans cette partie à déterminer l'altitude h à laquelle devrait se trouver la sonde Cassini pour être saturno-stationnaire (immobile au-dessus d'un point de l'équateur de Saturne).

3.1. Quelle condition doit-on avoir sur les périodes T_s (rotation de Saturne sur elle-même) et T_c (révolution de Cassini autour de Saturne) pour que la sonde soit « saturno-stationnaire » ?

Un satellite saturno-stationnaire reste à la verticale du même point. Sa période de révolution est égale à la durée d'un jour sur Saturne. $T_C = T_S$.

3.2. Altitude de la sonde

3.2.1. En utilisant la troisième loi de Kepler donnée à la question 2.1.1., montrer que l'altitude h de la sonde peut

se calculer avec la relation: $h = \sqrt[3]{\frac{T_C^2 G M_S}{4\pi^2}} - R_S$

On a vu à la question 2.1.2 : $R_C = \sqrt[3]{\frac{G M_S}{4\pi^2} \cdot T_C^2}$ où R_C est le rayon de l'orbite de la sonde Cassini.

Or $R_C = R_S + h$ et $T_C = T_S$ donc : $h = \sqrt[3]{\frac{G M_S}{4\pi^2} \cdot T_S^2} - R_S$

3.2.2. Calculer la valeur de h .

$$h = \sqrt[3]{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,69 \times 10^{26}}{4\pi^2} \times (10 \times 3600 + 39 \times 60)^2} - 6,0 \times 10^7 = 5,2 \times 10^7 \text{ m}$$

Pensez à convertir T_S en secondes, R_S en m

TYPE BAC 10 : SATELLITES D'OBSERVATION

Les satellites d'observation sont des objets spatiaux en orbite circulaire autour de la Terre. Leur mission principale est d'effectuer des observations de l'atmosphère, des océans, des surfaces émergées et des glaces, et de transmettre à une station terrestre les données ainsi obtenues.

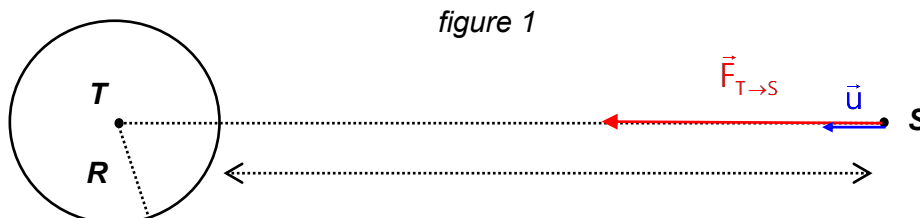
1. ENVISAT : un satellite circumpolaire.

C'était le plus gros satellite européen d'observation lors de son lancement le 1^{er} mars 2002. Ses capteurs peuvent recueillir des données à l'intérieur d'une bande de largeur au sol de 3000 km permettant une observation quotidienne de l'ensemble de la planète.

Données :	Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11}$ USI
ENVISAT :	masse : $m = 8200$ kg
	altitude moyenne : $h = 800$ km
	orbite contenue dans un plan passant par les pôles
TERRE :	masse : $M = 5,98 \times 10^{24}$ kg
	rayon : $R = 6,38 \times 10^3$ km
	période de rotation propre : 1436 minutes

On rappelle l'expression de la valeur de la force d'interaction gravitationnelle entre deux corps de masse m_A et m_B , de centres A et B, de répartition de masse à symétrie sphérique, distants de $d = AB$: $F = G \cdot \frac{m_A m_B}{d^2}$

1.1.1 Représenter sur la figure 1 **de l'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE** la force d'interaction gravitationnelle exercée par la Terre (sa répartition de masse étant supposée à symétrie sphérique) sur le satellite supposé ponctuel et noté S. Donner l'expression vectorielle de cette force en représentant le vecteur unitaire choisi sur la figure 1.



Expression vectorielle de la force exercée par la Terre $\vec{F}_{T/S}$ sur le satellite S :

$$\vec{F}_{T/S} = G \cdot \frac{m \cdot M}{(R+h)^2} \cdot \vec{u} \text{ avec } \vec{u} \text{ vecteur unitaire orienté de S vers T.}$$

1.1.2 Calculer la valeur de cette force.

Valeur de la force $F_{T/S} = G \cdot \frac{m \cdot M}{(R+h)^2}$

En exprimant les distances en mètres, on a :

$$F_{T/S} = 6,67 \times 10^{-11} \cdot \frac{8200 \times 5,98 \times 10^{24}}{(6,38 \times 10^6 + 800 \times 10^3)^2} = 6,34 \times 10^4 \text{ N}$$

1.2 En considérant la seule action de la Terre, établir l'expression vectorielle de l'accélération du satellite dans le référentiel géocentrique, supposé galiléen, en fonction de M, h et R.

Le satellite est étudié dans le référentiel géocentrique, supposé galiléen. La deuxième loi de Newton donne

$$\vec{F}_{T/S} = m \cdot \vec{a}$$

$$G \cdot \frac{m \cdot M}{(R+h)^2} \cdot \vec{u} = m \cdot \vec{a}$$

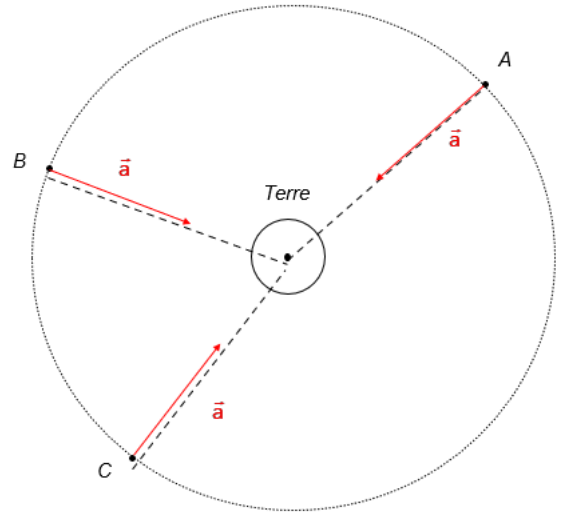
$$\text{Finalement : } \vec{a} = \frac{G \cdot M}{(R+h)^2} \cdot \vec{u}$$

1.3 Sur la figure 2 de l'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE, représenter, sans souci d'échelle, le vecteur accélération à trois dates différentes correspondant aux positions A, B et C du satellite.

Le vecteur accélération a une valeur constante si l'on considère son altitude h constante.

direction : droite reliant les centres de la Terre et du satellite

sens : vers la Terre



1.4 Montrer que, dans le cas d'un mouvement circulaire, dont on admettra sans démonstration qu'il est uniforme, la vitesse du satellite a pour expression : $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$.

Dans le cas d'un mouvement circulaire et uniforme, le vecteur accélération s'écrit : $\vec{a} = \frac{v^2}{(R+h)} \cdot \vec{u}$

En identifiant les deux vecteurs accélération il vient : $\frac{v^2}{(R+h)} = \frac{GM}{(R+h)^2}$

soit finalement $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$

1.5 Calculer la vitesse du satellite en km.s^{-1} .

Application numérique : avec les distances en mètre il vient

$$v = \sqrt{\frac{6,67 \times 10^{-11} \times 5,98 \times 10^{24}}{(6,38 \times 10^6 + 800 \times 10^3)}} = 7,45 \times 10^3 \text{ m.s}^{-1} = 7,45 \text{ km.s}^{-1}.$$

1.6 Donner l'expression de la période de révolution du satellite en fonction de sa vitesse et des caractéristiques de la trajectoire R et h . Puis calculer sa valeur.

Le satellite parcourt le périmètre $2\pi \cdot (R+h)$ de la trajectoire pendant la durée T d'une période à la vitesse v donc

$$v = \frac{2\pi(R+h)}{T} \quad \Leftrightarrow \quad T = \frac{2\pi(R+h)}{v}$$

$$T = \frac{2\pi \times (6,38 \times 10^6 + 800 \times 10^3)}{7,45 \times 10^3} = 6,05 \times 10^3 \text{ s} \quad \text{calcul effectué avec la valeur non arrondie de } v$$

2. METEOSAT 8 : un satellite géostationnaire.

Ce satellite a été lancé par ARIANE 5 le 28 août 2002. Il est opérationnel depuis le 28 janvier 2004.

La position d'un satellite géostationnaire paraît fixe aux yeux d'un observateur terrestre. Situé à une altitude H voisine de 36000 km, il fournit de façon continue des informations couvrant une zone circulaire représentant environ 42% de la surface de la Terre.

2.1. Donner les trois conditions à remplir par METEOSAT 8 pour qu'il soit géostationnaire.

Pour être géostationnaire un satellite doit avoir :

- une orbite circulaire dont le centre est le centre T de la Terre et parcourue dans le même sens que le sens de rotation de la Terre,
- une orbite contenue dans le plan de l'équateur terrestre,
- une période T égale à la période de rotation propre T_0 de la Terre autour de l'axe des pôles.

2.2 Troisième loi de Képler dans le cas général d'une trajectoire elliptique :

Pour tous les satellites, le rapport entre le carré de la période de révolution T et le cube du demi-grand axe r de sa trajectoire est le même : $\frac{T^2}{r^3} = \text{constante} = K$.

Dans le cas d'une trajectoire circulaire r correspond au rayon de la trajectoire.

En utilisant les réponses aux questions 1.4 et 1.6, établir l'expression de la constante K en fonction de G et M pour les satellites étudiés. Calculer K dans le système international d'unités.

La question 1.6. donne $T = \frac{2\pi(R+H)}{v}$ donc $T^2 = \frac{4\pi^2(R+H)^2}{v^2}$

La question 1.4 donne $v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$ donc $v^2 = \frac{GM}{R+h}$

En reportant v^2 dans T^2 il vient :

$$T^2 = \frac{4\pi^2(R+H)^3}{GM} \quad \text{et finalement} \quad \frac{T^2}{(R+H)^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

En posant $r = R + h$ on retrouve bien la troisième de Kepler avec la constante K telle que $K = \frac{4\pi^2}{GM}$

$$K = \frac{4\pi^2}{6,67 \times 10^{-11} \times 5,98 \times 10^{24}} = 9,90 \times 10^{-14} \text{ S.I}$$

2.3. En déduire, pour METEOSAT 8, la valeur de $R+H$, puis celle de H .

$$K = \frac{T^2}{(R+H)^3}$$

$R+H = \left(\frac{T^2}{K}\right)^{1/3}$, pour METEOSAT 8 qui est un satellite géostationnaire,

$$T = T_0 = 1436 \text{ min} = 86\,160 \text{ s.}$$

$$R+H = \left(\frac{T_0^2}{K}\right)^{1/3} = \left(\frac{86\,160^2}{9,90 \times 10^{-14}}\right)^{1/3} = 4,22 \times 10^7 \text{ m} = 4,22 \times 10^4 \text{ km} \quad \text{calcul effectué avec la valeur non arrondie de } K$$

$$H = 4,22 \times 10^4 - 6,38 \times 10^3 = 3,58 \times 10^4 \text{ km}$$

On retrouve bien une valeur voisine de 36 000 km comme indiquée dans l'énoncé.

2.4. La mise en place du satellite sur l'orbite géostationnaire s'effectue en plusieurs étapes.

Tout d'abord, ARIANE 5 amène le satellite hors de l'atmosphère et le largue sur une orbite de transfert. L'orbite de transfert parcourue par le satellite est une ellipse (voir figure 3 de L'ANNEXE) dont le périhélie P se situe à une altitude voisine de 200 km et l'apogée A à l'altitude de l'orbite géostationnaire voisine de 36000 km.

Ensuite le « moteur d'apogée » du satellite lui permettra d'obtenir la vitesse nécessaire à sa mise sur orbite géostationnaire lors des passages successifs par l'apogée.

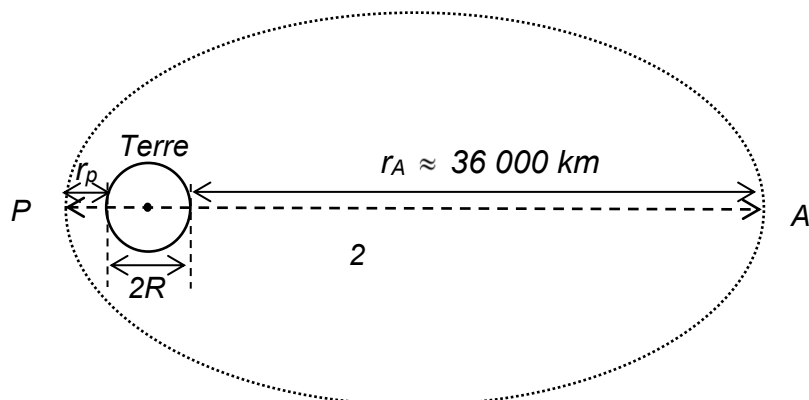
À l'aide des données ci-dessus, calculer la longueur r du demi-grand axe de la trajectoire sur cette orbite de transfert.

On a $2r = r_P + 2R + r_A$

avec $r_P = 200 \text{ km}$ et $r_A = 36\,000 \text{ km}$

donc $r = \frac{r_P + 2R + r_A}{2}$

$$r = \frac{200 + 2 \times 6,38 \times 10^3 + 36\,000}{2} \approx 24\,480 \text{ km}$$



À l'aide de la troisième loi de Képler, en déduire la période T du satellite sur cette orbite de transfert

La troisième loi de Képler donne $\frac{T^2}{r^3} = K \quad \Leftrightarrow \quad T = \sqrt{K \cdot r^3}$

$$T = \sqrt{9,90 \times 10^{-14} \times (24\,480 \times 10^3)^3} = 3,81 \times 10^4 \text{ s}$$

calcul effectué avec la valeur non arrondie de K

TYPE BAC 11 : LE CERCLE DES PLANÈTES DISPARUS

La planète Pluton, découverte par l'américain Clyde Tombaugh en 1930 était considérée comme la neuvième planète de notre système solaire.

Le 5 janvier 2005, une équipe d'astronomes a découvert sur des photographies prises le 21 octobre 2003 un nouveau corps gravitant autour du Soleil.

Provisoirement nommé 2003 UB313, cet astre porte maintenant le nom d'Éris, déesse grecque de la discorde.

La découverte d'Éris et d'autres astres similaires (2003 EL 61, 2005 FY9...) a été le début de nombreuses discussions et controverses acharnées entre scientifiques sur la définition même du mot « planète ».

Au cours d'une assemblée générale, le 24 août 2006 à Prague 2500 astronomes de l'Union Astronomique Internationale (UAI) ont décidé de déclasser Pluton comme planète pour lui donner le rang de « planète naine ».

1. Orbite d'Éris

Éris parcourt une orbite elliptique autour du Soleil avec une période de révolution T_E d'environ 557 années terrestres.

Données :

Période de révolution terrestre : $T_T = 1,00$ an

Période de révolution de Pluton : $T_P = 248$ ans

1.1. Énoncer précisément la troisième loi de Kepler, relative à la période de révolution d'une planète autour du Soleil, dans le cas d'une orbite elliptique.

Le carré de la période de révolution T d'une planète autour du Soleil est proportionnel au cube du demi-grand axe a de l'orbite elliptique : $\frac{T^2}{a^3} = \text{Cte}$

1.2. L'orbite d'Éris se situe-t-elle au-delà ou en-deçà de celle de Pluton ? Justifier sans calcul.

Appliquons la troisième loi de Kepler à Pluton et Éris évoluant autour du Soleil :

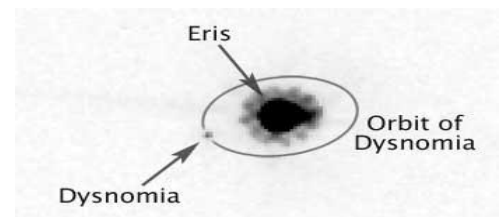
$$\frac{T_E^2}{a_E^3} = \text{Cte} = \frac{T_P^2}{a_P^3}, \text{ soit } \frac{T_E^2}{T_P^2} = \frac{a_E^3}{a_P^3} \text{ or } T_E (= 557 \text{ ans}) > T_P (= 248 \text{ ans}) \text{ donc } \frac{T_E^2}{T_P^2} > 1$$

$$\text{alors } \frac{a_E^3}{a_P^3} > 1 \text{ ou } a_E^3 > a_P^3$$

finalement $a_E > a_P$, l'orbite d'Éris se situe au-delà de celle de Pluton.

2. Découverte de Dysnomia

Les astronomes ont découvert ensuite qu'Éris possède un satellite naturel qui a été baptisé Dysnomia (fille d'Éris et déesse de l'anarchie). Six nuits d'observation depuis la Terre ont permis de reconstituer l'orbite de Dysnomia. On obtient la photographie ci-contre.



NASA, ESA and M. Brown (California Institute of Technology)

Données :

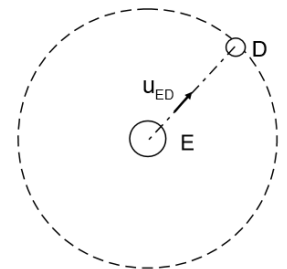
M_E et M_D sont les masses respectives d'Éris et de Dysnomia

Masse de Pluton : $M_P = 1,31 \times 10^{22}$ kg

Rayon de l'orbite circulaire de Dysnomia : $R_D = 3,60 \times 10^7$ m

Période de révolution de Dysnomia : $T_D = 15,0$ jours $\times 1,30 \times 10^6$ s

Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11}$ m³.kg⁻¹.s⁻²



2.1. Mouvement de Dysnomia

Le mouvement de Dysnomia autour d'Éris est supposé circulaire et uniforme.

2.1.1. Définir le référentiel permettant d'étudier le mouvement de Dysnomia autour d'Éris. Par la suite, ce référentiel sera considéré comme galiléen.

On utilisera un référentiel constitué par le centre d'inertie d'Éris et par trois étoiles lointaines et fixes. On pourrait parler de référentiel « ériscentrique ». Ce référentiel est considéré comme galiléen.

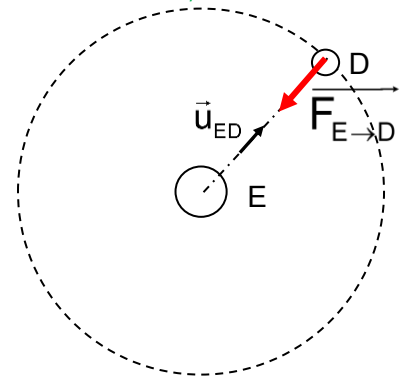
2.1.2. Établir l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du centre d'inertie de Dysnomia en fonction des paramètres de l'énoncé et d'un vecteur unitaire $\vec{u}_{ED}$ représenté sur le schéma ci-contre.

Considérons le mouvement circulaire uniforme de Dysnomia dans le référentiel « ériscentrique ». Le satellite Dysnomia est soumis à une unique force d'attraction gravitationnelle exercée par Éris, $\vec{F}_{E/D}$.

Appliquons la deuxième loi de Newton à Dysnomia : $\vec{F}_{E/D} = M_D \vec{a}$

$$-G \cdot \frac{M_E M_D}{R_D^2} \vec{u}_{E/D} = M_D \vec{a}$$

$$\vec{a} = -G \cdot \frac{M_E}{R_D^2} \vec{u}_{E/D}$$



2.1.3. Préciser la direction et le sens de ce vecteur accélération.

Le vecteur accélération est porté par le rayon de la trajectoire (il est radial) et est orienté vers le centre de la trajectoire (il est centripète).

2.1.4. Montrer que la période de révolution T_D de Dysnomia a pour expression $T_D = 2\pi \sqrt{\frac{R_D^3}{G \cdot M_E}}$.

Retrouve-t-on la troisième loi de Kepler ? Justifier.

La période de révolution T_D de Dysnomia est la durée pendant laquelle Dysnomia effectue un tour (distance parcourue = $2\pi \cdot R_D$). Sa vitesse est $v = \frac{2\pi \cdot R_D}{T_D}$ (1)

Le mouvement de Dysnomia est circulaire et uniforme, la norme du vecteur accélération est dans ce cas : $a = \frac{v^2}{R_D}$ (2)

D'après (1) $v^2 = \frac{4\pi^2 \cdot R_D^2}{T_D^2}$, que l'on remplace dans (2) alors $a = \frac{\frac{4\pi^2 \cdot R_D^2}{T_D^2}}{R_D} = \frac{4\pi^2 \cdot R_D}{T_D^2}$

soit $T_D^2 = \frac{4\pi^2 \cdot R_D}{a}$

Or d'après la question 2.1.2. la norme du vecteur accélération est $a = G \cdot \frac{M_E}{R_D^2}$

$$T_D^2 = \frac{4\pi^2 \cdot R_D}{G \cdot \frac{M_E}{R_D^2}} = \frac{4\pi^2 \cdot R_D^3}{G \cdot M_E} \quad (3)$$

on obtient $T_D = 2\pi \sqrt{\frac{R_D^3}{G \cdot M_E}}$

Et d'après (3) on retrouve la troisième loi de Kepler $\frac{T_D^2}{R_D^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_E}$

2.2. Masse d'Éris

2.2.1. Déduire de l'expression de T_D (question 2.1.4.) celle de la masse M_E d'Éris. Calculer sa valeur.

D'après la troisième loi de Kepler on a : $G \cdot M_E = \frac{4\pi^2}{T_D^2} \cdot R_D^3$

$$M_E = \frac{4\pi^2}{G \cdot T_D^2} \cdot R_D^3 \quad \text{et} \quad M_E = \frac{4 \times \pi^2 \times (3,60 \times 10^7)^3}{6,67 \times 10^{-11} \times (1,30 \times 10^6)^2} = 1,63 \times 10^{22} \text{ kg}$$

2.2.2. Calculer le rapport des masses d'Éris et de Pluton $\frac{M_E}{M_P}$.

Expliquer alors pourquoi la découverte d'Éris a remis en cause le statut de planète pour Pluton.

$$\frac{M_E}{M_P} = \frac{1,63 \times 10^{22}}{1,31 \times 10^{22}} = 1,24$$

La masse d'Éris est un peu plus grande que celle de Pluton.

Si Eris n'est pas considérée comme une planète, alors Pluton qui a une masse moins importante que celle d'Eris ne l'est pas non plus.

Eris et Pluton sont en fait des représentants des « planètes naines ».

Ondes et signaux

1. Caractériser les phénomènes ondulatoires

A) Les sons

Exercice 64 : Calculer le niveau d'intensité sonore correspondant à chacune des intensités sonores suivantes.
Donnée : $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$.

1. $1,2 \times 10^{-7} \text{ W.m}^{-2}$

Le niveau d'intensité sonore est : $L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$

$$L = 10 \log\left(\frac{1,2 \times 10^{-7}}{1,0 \times 10^{-12}}\right) = 51 \text{ dB}$$

2. $7,3 \times 10^{-5} \text{ W.m}^{-2}$

De même, on a $L = 79 \text{ dB}$.

3. $2,3 \times 10^{-3} \text{ W.m}^{-2}$

De même, on a $L = 94 \text{ dB}$.

Exercice 65 : D'après le Code du travail, les ouvriers d'une entreprise ne doivent pas être soumis à des niveaux d'intensités sonores supérieures à 87 dB. Un ouvrier travail sur une machine de niveau sonore 83 dB. Il est entouré de deux machines voisines émettant un niveau sonore d'intensité 82 dB chacune.

1. Calculer les intensités sonores associées aux machines.

Calculons l'intensité sonore associée au niveau sonore de 83 dB : $I_1 = I_0 \cdot 10^{\frac{L}{10}}$.

$$\text{AN : } I_1 = 1,0 \times 10^{-12} \times 10^{\frac{83}{10}} = 2,0 \times 10^{-4} \text{ W.m}^{-2}.$$

Pour le niveau sonore d'une guitare à 82 dB, l'intensité sonore vaut : $I_2 = I_0 \cdot 10^{\frac{L}{10}}$.

$$\text{AN : } I_2 = 1,0 \times 10^{-12} \times 10^{\frac{82}{10}} = 1,6 \times 10^{-4} \text{ W.m}^{-2}.$$

2. Sachant que les intensités sonores s'ajoutent, calculer le niveau d'intensité sonore total reçu par l'ouvrier.

Les intensités sonores s'ajoutent : $I_{\text{tot}} = 2,0 \times 10^{-4} + 2 \times 1,6 \times 10^{-4} = 5,2 \times 10^{-4} \text{ W.m}^{-2}$

$$\text{Le niveau d'intensité sonore vaut donc : } L = 10 \log\left(\frac{I_{\text{tot}}}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{5,2 \times 10^{-4}}{1,0 \times 10^{-12}}\right) = 87,2 \text{ dB}$$

3. L'entreprise satisfait-elle au Code du travail ?

Le niveau d'intensité sonore dépasse la valeur limite fixée par le Code du travail. L'entreprise est en infraction.

Exercice 66 : Des mesures réalisées pendant un concert de trois guitaristes sont rassemblées ci-dessous :

Donnée : $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$.

1. Compléter le tableau.

	Intensité sonore I ($\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$)	Niveau sonore L (dB)
Guitariste 1	$1,0 \times 10^{-4}$	80
Guitariste 2	$1,0 \times 10^{-5}$	70
Guitariste 3	$1,0 \times 10^{-4}$	80
Guitariste 1 et 3	$2,0 \times 10^{-4}$	83

2. Que deviennent l'intensité sonore et le niveau d'intensité sonore si les trois guitaristes jouent en même temps ?

Les intensités sonores s'ajoutent ; $I = 2,1 \times 10^{-4} \text{ W.m}^{-2}$.

Le niveau sonore est : $L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$.

$$\text{Donc } L = 10 \log\left(\frac{2,1 \times 10^{-4}}{1,0 \times 10^{-12}}\right) = 83 \text{ dB}.$$

Exercice 67 :

Donnée : $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$; $L = 10 \log(\frac{I}{I_0})$; $\log(2) = 0,3$

1. Établir l'expression de l'intensité sonore en fonction du niveau d'intensité sonore.

On a : $L = 10 \log(\frac{I}{I_0})$ soit $\log(\frac{I}{I_0}) = \frac{L}{10}$

D'où $\frac{I}{I_0} = 10^{\frac{L}{10}}$; l'intensité sonore a donc pour expression $I = I_0 \times 10^{\frac{L}{10}}$

2. Recopier le tableau et compléter sans calculatrice ce tableau.

On obtient :

$I (\text{W} \cdot \text{m}^{-2})$	$L (\text{dB})$
1×10^{-5}	70
2×10^{-5}	73
1×10^{-6}	60

Exercice 68 : Pour l'achat d'un lave-vaisselle, le niveau sonore est toujours indiqué par le fabricant.

1. Comparer les intensités sonores de ces deux appareils.

L'appareil 1 a un niveau d'intensité sonore de 44 dB et l'appareil 2 de 38 dB. Il y a donc 6 dB d'écart.

L'intensité sonore de l'appareil 1 est : $I_1 = I_0 \cdot 10^{\frac{L}{10}}$.

AN : $I_1 = 1,0 \times 10^{-12} \times 10^{\frac{44}{10}} = 2,51 \times 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}$.

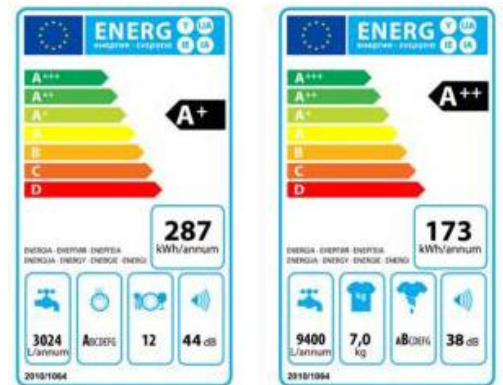
L'intensité sonore de l'appareil 2 est : $I_2 = I_0 \cdot 10^{\frac{L}{10}}$.

AN : $I_2 = 1,0 \times 10^{-12} \times 10^{\frac{38}{10}} = 6,31 \times 10^{-9} \text{ W.m}^{-2}$

$\frac{I_1}{I_2} = 4$: l'intensité sonore de l'appareil 1 est le quadruple de celle de l'appareil 2. Quand il fonctionne, l'appareil 1 fait autant de bruit que 4 appareils 2 qui tourneraient ensemble.

2. La différence de niveau d'intensité sonore mérite-t-elle une attention particulière lors de l'achat ?

La différence de niveau sonore est donc importante : bien qu'il n'y ait que 6 dB d'écart (ce qui peut paraître peu), cela correspond à une intensité quatre fois plus forte. C'est donc une information dont il faut tenir compte au moment de l'achat.



Exercice 69 : Les corne de brume sont utilisées dans le domaine maritime pour signaler un obstacle ou un danger. Elles peuvent produire un son dont le niveau d'intensité sonore peut atteindre 115 dB.

Donnée : $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$.

1. Déterminer l'intensité sonore maximale du son émis par une corne de brume.

Le niveau d'intensité sonore est donné par : $L = 10 \log(\frac{I}{I_0})$ Donc $\frac{L}{10} = \log(\frac{I}{I_0})$

En utilisant la réciproque de la fonction logarithme, on obtient : $\frac{I}{I_0} = 10^{\frac{L}{10}}$

Et finalement : $I = I_0 \times 10^{\frac{L}{10}}$

Donc $I = 1,0 \times 10^{-12} \times 10^{\frac{115}{10}} = 3,2 \times 10^{-1} \text{ W.m}^{-2}$.

2. À 50 m de la corne de brume, l'intensité sonore est égale à $1,0 \times 10^{-4} \text{ W.m}^{-2}$.

- a. Déterminer le niveau d'intensité sonore correspondant.

Le niveau d'intensité sonore à 50 m de la corne de brume

est donné par : $L = 10 \log(\frac{I}{I_0})$ Donc $L = 10 \log(\frac{1,0 \times 10^{-4}}{1,0 \times 10^{-12}}) = 80 \text{ dB}$.

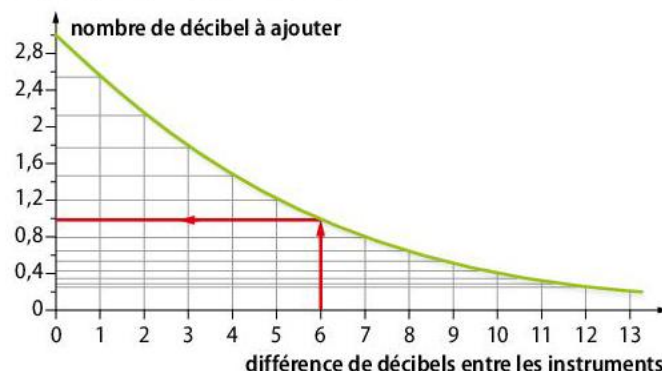
- b. En déduire l'atténuation géométrique du signal.

L'atténuation géométrique du signal est $A = L_{\text{proche}} - L_{\text{éloigné}}$

donc $A = 115 \text{ dB} - 80 \text{ dB}$ soit $A = 35 \text{ dB}$.

Exercice 70 : Le graphique ci-après permet de connaître le niveau d'intensité sonore résultant de plusieurs sources différentes sans avoir recours à des calculs d'intensité sonore.

Par exemple, deux guitares, ayant respectivement 80 dB et 86 dB de niveaux d'intensité sonore, auront un niveau d'intensité sonore totale de 87 dB.



1. Quelle fonction mathématique modélise le niveau d'intensité sonore ? Justifier pourquoi les niveaux sonores ne s'ajoutent pas.

Le niveau d'intensité sonore s'exprime avec une fonction logarithme décimal (log). La fonction logarithme décimal n'est pas additive comme une fonction linéaire : $\log a + \log b \neq \log (a + b)$.

2. En vous servant de ce graphique, déterminer le niveau d'intensité sonore :
 - a. Lorsqu'un percussionniste a un niveau sonore de 87 dB et qu'une guitare électrique en a un de 91 dB ;

Lorsqu'un percussionniste a un niveau sonore de 87 dB et qu'une guitare électrique en a un de 91 dB, la différence est de 4 dB, ce qui équivaut, par lecture graphique, à ajouter 1,5 dB à l'abscisse : le niveau d'intensité sonore résultant est de : $91 + 1,5 = 92,5$ dB.

- b. Lorsque deux flûtistes jouent ensemble avec le même niveau sonore 82 dB.

Lorsque deux flûtistes jouent ensemble avec la même intensité sonore, la différence de niveau d'intensité sonore est nulle, alors il faut lire l'ordonnée à l'origine, soit 3 dB. Le niveau d'intensité sonore des deux flûtistes équivaut à $82 + 3 = 85$ dB.

Exercice 71 : Un niveau d'intensité sonore moyen de 78 dB est enregistré dans un jardin bordant une route. Après construction d'un mur anti-bruit, le niveau d'intensité sonore moyen dans ce jardin est 67 dB.

1. Quel phénomène est mis en évidence ?

Le phénomène mis en jeu est l'atténuation par absorption.

2. Calculer la grandeur correspondante.

L'atténuation est : $A = L_{\text{incident}} - L_{\text{transmis}}$ donc $A = 78 \text{ dB} - 67 \text{ dB}$, soit $A = 11 \text{ dB}$.

Exercice 72 :

- Quel sera le niveau d'intensité sonore ressenti par un utilisateur de chacun de ces dispositifs si le niveau d'intensité sonore ambiant est de 95 dB ?

Casque antibruit
 $A = 33 \text{ dB}$
DELTAPLUS®



Bouchons d'oreilles
 $A = 26 \text{ dB}$

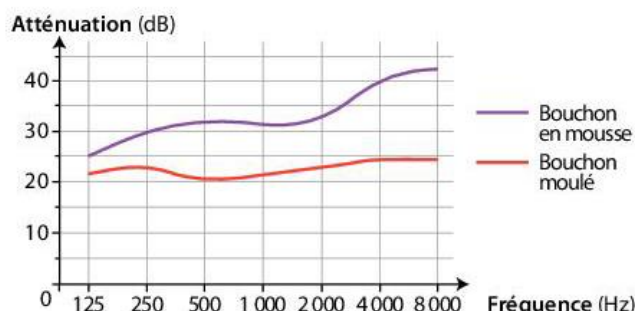


Exploiter une atténuation

Avec le casque antibruit, le niveau d'intensité sonore ressenti devient : $L = 95 \text{ dB} - 33 \text{ dB} = 62 \text{ dB}$.

Avec les bouchons d'oreilles, le niveau d'intensité sonore ressenti devient : $L = 95 \text{ dB} - 26 \text{ dB} = 69 \text{ dB}$.

Exercice 73 : Les bouchons anti-bruit sont utilisés pour limiter le niveau d'intensité sonore tout en gardant la qualité du son. Le graphique ci-dessous représente les courbes d'atténuation d'un bouchon en mousse et d'un bouchon moulé.



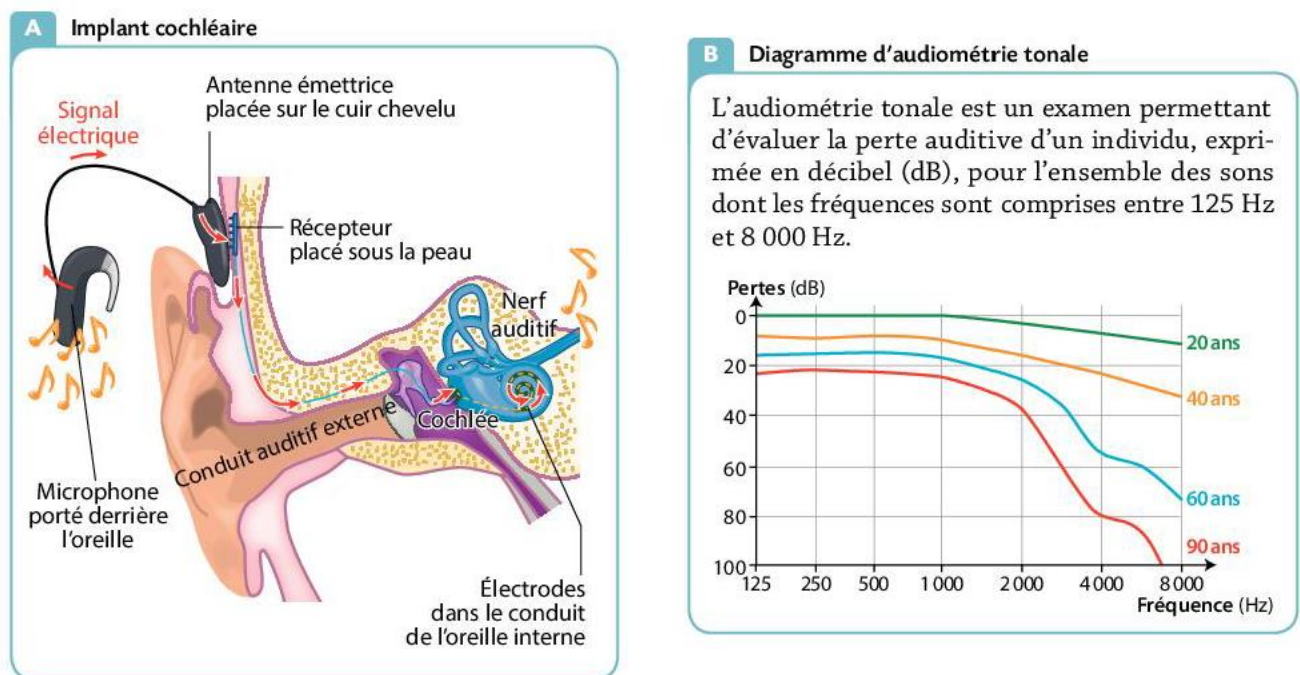
1. Pour quel type de bouchon la fréquence a-t-elle le plus d'influence sur l'atténuation ?

Lorsque la fréquence varie, l'atténuation évolue peu pour le bouchon moulé contrairement au bouchon en mousse. Le bouchon en mousse est le bouchon pour lequel la fréquence a le plus d'influence sur l'atténuation.

2. Pourquoi dit-on qu'avec des bouchons en mousse, le son perçu est plus grave que le son émis ?
Avec les bouchons en mousse, les sons aigus (sons de grandes fréquences) sont plus atténués que les sons graves. Les sons les plus aigus vont donc « manquer » dans le spectre du son perçu ; d'où une impression d'un son perçu plus grave que celui qui est émis.
3. Cet effet est-il aussi marqué pour un bouchon moulé ?
Dans le cas des bouchons moulés, l'atténuation est approximativement la même quelle que soit la fréquence du signal reçu. Cet effet sera donc beaucoup moins ressenti avec les bouchons moulés.
4. Indiquer, pour les deux situations suivantes, le type de bouchon antibruit le mieux adapté.
 - a. Le son d'un avion au décollage est perçu avec un niveau d'intensité sonore de 140 dB.
Le son émis par l'avion est perçu avec un niveau d'intensité sonore de 140 dB. Ce niveau sonore est très élevé. Pour se protéger, il faut atténuer le son, quelle que soit la fréquence. Il faut donc utiliser un bouchon en mousse qui atténue beaucoup plus qu'un bouchon moulé.
 - b. Lors d'un concert, le niveau d'intensité sonore perçu est égal à 100 dB.
Dans le cas d'un concert, il s'agit d'atténuer le niveau du son reçu sans déformer le message sonore et donc la composition spectrale de celui-ci : le bouchon moulé est alors le mieux adapté.

Exercice 74 : Un médecin ORL propose à son patient, âgé de 20 ans et atteint d'une surdité profonde, de réaliser une implantation cochléaire de manière à améliorer ses performances auditives en parallèle d'une rééducation active.

Son audiogramme actuel, qui correspond à celui d'une personne de 90 ans, pourrait devenir similaire à celui d'une personne de 60 ans.



1. Expliquer en quelques lignes le principe de fonctionnement d'un implant cochléaire.
L'implant cochléaire comporte, à l'extérieur de l'oreille, un microphone qui reçoit l'information sonore. Celle-ci est traitée en convertissant le signal sonore en un signal électrique rayonné (antenne émettrice) puis capté par un récepteur placé sous la peau. Les électrodes dans le conduit auditif communiquent alors cette information au nerf auditif.
2. Quel serait le gain auditif, en dB, du patient équipé d'un implant, pour un son de fréquence égale à 4 000 Hz ?
Le patient âgé de 20 ans a une audition qui correspond à celle d'une personne de 90 ans. Après une implantation cochléaire, il aurait un audiogramme similaire à celui d'une personne de 60 ans. Le diagramme d'audiométrie tonale du doc. B montre qu'à une fréquence de 4 000 Hz, il y a une perte de 80 dB pour une personne de 90 ans. La perte est de 55 dB environ pour une personne de 60 ans. Le gain auditif serait alors d'environ : $80 \text{ dB} - 55 \text{ dB} = 25 \text{ dB}$.
3. Le gain serait-il le même pour un son de fréquence égale à 1 000 Hz ?
À 1 000 Hz, le gain auditif serait nettement plus faible.

TYPE BAC 12 : L'OREILLE

1. Quelques caractéristiques du son

L'oreille sert à détecter les sons. Pour le musicien, le son possède 4 qualités ou paramètres que sont la hauteur, l'intensité, le timbre et la durée. Dans toute la suite de l'exercice, on ne s'intéressera qu'aux trois premiers paramètres à savoir la hauteur, l'intensité et le timbre d'un son.

1.1. Donner la définition de la hauteur d'un son.

Le document qui suit présente l'enregistrement, à l'aide d'un logiciel d'acquisition adapté, du son produit par un haut-parleur alimenté par un générateur de fréquence.

La hauteur du son est la qualité physiologique qui distingue un son aigu d'un son grave. La hauteur est liée à la fréquence du mode fondamental de vibration.

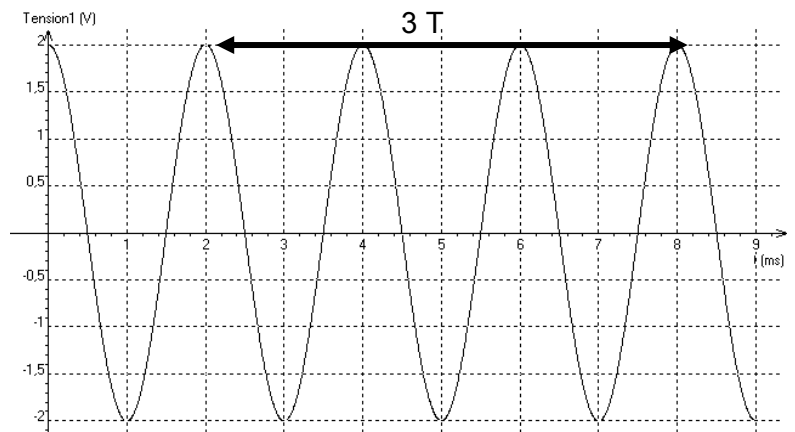
1.2. Déterminer la hauteur du son enregistré.

On mesure graphiquement la période du son.

$3T = 6,0 \text{ ms}$ donc $T = 2,0 \text{ ms}$

$$f = \frac{1}{T}$$

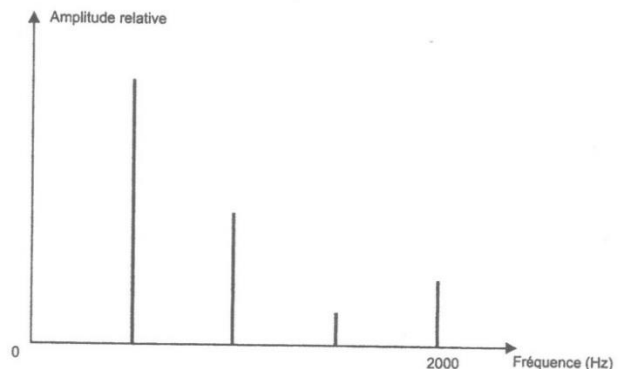
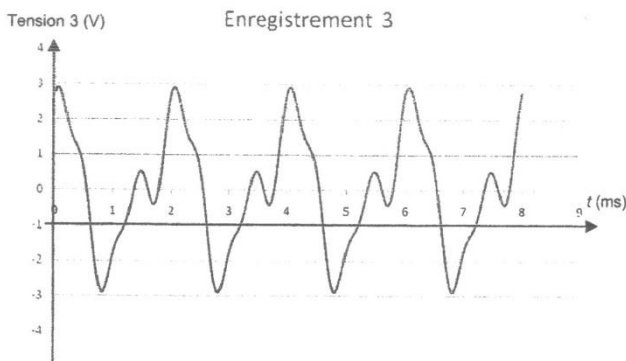
$$f = \frac{1}{2 \times 10^{-3}} = 5,0 \times 10^2 \text{ Hz}$$



1.3. Quelle modification a effectué l'expérimentateur pour obtenir ce nouvel enregistrement ? Quel paramètre du son, parmi les trois proposés par l'énoncé, a varié dans ce nouvel enregistrement ? Justifier votre réponse.

On constate que l'amplitude de la tension 2 est supérieure à celle de la tension 1. C'est que l'expérimentateur a augmenté l'amplitude de la tension fournie par le générateur de fréquences. On en déduit que l'intensité sonore est plus grande.

Le document suivant présente l'enregistrement du son produit par un synthétiseur et son analyse spectrale :



1.4. En utilisant cette analyse spectrale et en justifiant la démarche, montrer que la valeur de la hauteur du son émis lors de cet enregistrement est identique à celle des enregistrements 1 et 2.

Sur le spectre fréquentiel, on peut lire que la fréquence du mode de vibration de rang 4 vaut $f_4 = 2000 \text{ Hz}$.

On sait que $f_n = n.f_1$ où f_1 représente la fréquence du mode fondamental de vibration et f_n la fréquence de l'harmonique de rang n .

$$f_4 = 4.f_1 \text{ donc } f_1 = \frac{f_4}{4}.$$

$$f_1 = \frac{2000}{4} = 500 \text{ Hz} \text{ la hauteur est identique à celle des sons des enregistrements 1 et 2.}$$

- 1.5. Quelle différence présente le son de l'enregistrement 3 par rapport aux enregistrements 1 et 2 ? Quel paramètre du son est ainsi mis en évidence ? justifier votre réponse.
 Les enregistrements des sons 1 et 2 montrent des tensions parfaitement sinusoïdales, ce qui caractérise des sons purs. Les spectres fréquentiels ne montreraient qu'un seul pic correspondant au fondamental de fréquence f_1 .
 La tension correspondant au son 3 n'est pas sinusoïdale, elle correspond à une somme de fonctions sinusoïdales. Le son 3 n'est pas un son pur.
 Le son 3 ne possède pas le même timbre que les sons 1 et 2.

2. Le détecteur oreille

Intensité sonore et niveau sonore

On s'intéresse maintenant aux caractéristiques de l'oreille quant à ses capacités à discerner la hauteur de deux sons, ainsi que la différence de niveau sonore entre deux sons.

On rappelle que l'intensité d'un son notée I est caractérisée par son niveau sonore noté L . la relation qui relie

ces deux paramètres est la suivante : $L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$

Où I_0 est une intensité de référence à savoir l'intensité minimale que peut détecter une oreille humaine normale. On donne : $I_0 = 1,0 \cdot 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$. Le niveau sonore L d'un son est donc en quelque sorte une comparaison par rapport à la référence I_0 .

On considère un son dont le niveau sonore $L = 50 \text{ dB}$.

- 2.1. Montrer en utilisant la définition du niveau sonore que l'intensité I du son correspondant vaut $I = 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ W.m}^{-2}$.

Superposition des sources sonores

On considère maintenant une source sonore d'intensité sonore I_1 et de niveau sonore L_1 . Si l'on considère maintenant la superposition de deux sources sonores identiques à la précédente, il en résulte une intensité sonore I_2 double de la précédente soit $I_2 = 2 I_1$. On note L_2 le niveau sonore résultant de la superposition de ces deux sources sonores identiques.

- 2.2. En utilisant la définition du niveau sonore, montrer que la relation entre les deux niveaux sonores L_1 et L_2 est : $L_2 = L_1 + 3 \text{ dB}$.

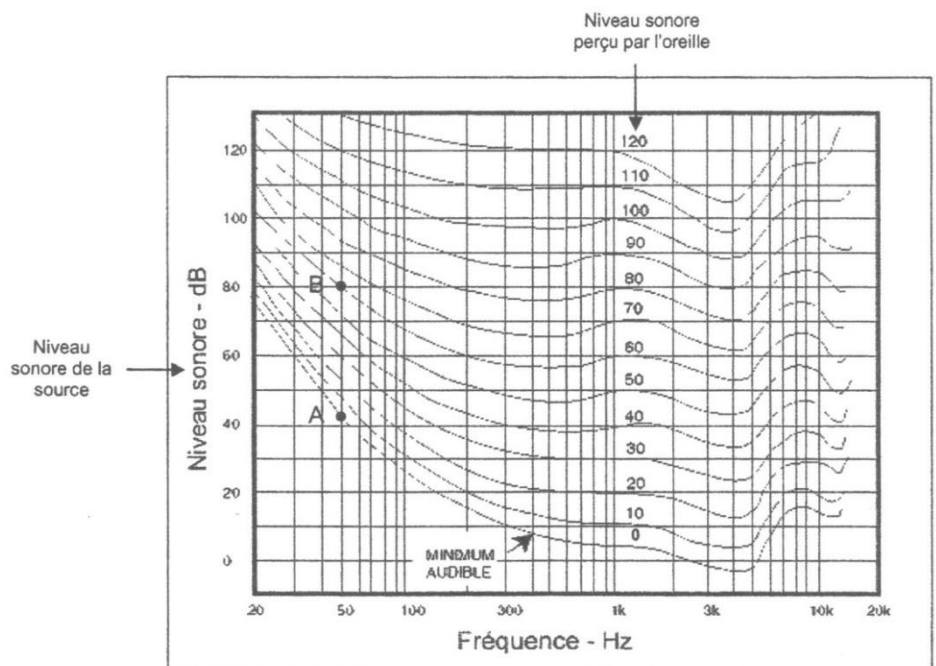
$$L_1 = 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right)$$

$$L_2 = 10 \log \left(\frac{I_2}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{2 \cdot I_1}{I_0} \right) = 10 (\log 2 + \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right)) = 10 \log 2 + 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) = 10 \log 2 + L_1$$

$$L_2 = 3 + L_1$$

- 2.3. La sensibilité de l'oreille

La sensibilité de l'oreille, c'est à dire sa capacité à entendre, ne sera pas la même selon la hauteur du son parvenant à l'oreille de l'auditeur. D'autre part, un son émis par une source avec un certain niveau sonore ne sera pas perçu par l'oreille avec ce même niveau sonore. Ces différentes caractéristiques sont résumées dans le diagramme suivant appelé diagramme de Fletcher et Munson.



Ce diagramme montre des courbes d'isotonie (même niveau sonore perçu par l'oreille) en fonction de la hauteur du son. La courbe de niveau 0, nommée sur ce graphe « MINIMUM AUDIBLE » indique le niveau sonore minimal que doit posséder un son pour que celui-ci puisse être audible.

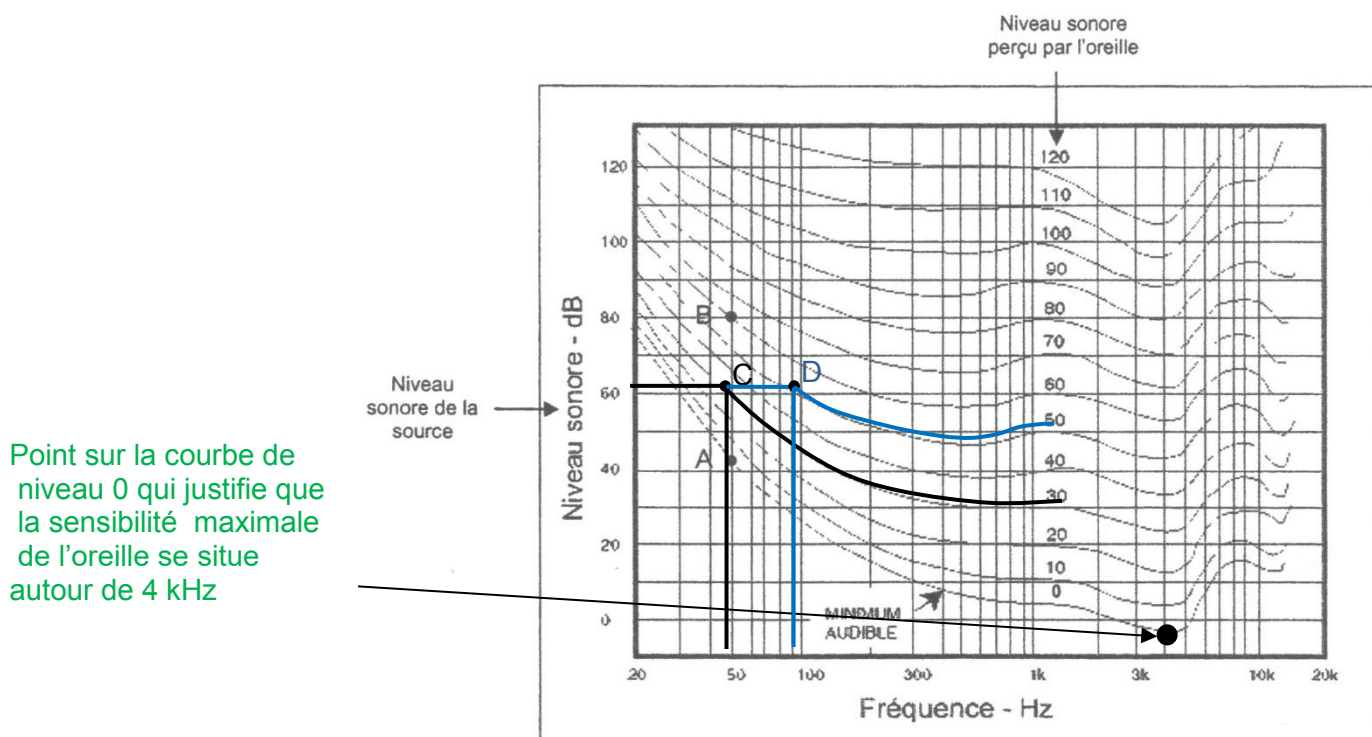
Si l'on considère par exemple un son de hauteur 50 Hz, l'oreille ne pourra le détecter que si son niveau sonore vaut environ 42 dB. (point A sur le diagramme)

De même, un son de niveau sonore 80 dB et de hauteur 50 Hz ne sera perçu au niveau de l'oreille qu'avec un niveau sonore de 60 dB. (point B sur le diagramme)

2.3.1. En analysant le diagramme de Fletcher et Munson, on constate à la lecture de l'axe des abscisses, que le domaine des fréquences audibles par l'oreille humaine se situe environ entre 20 Hz et 20 kHz. Où se situent ce qu'on appelle couramment les sons aigus ? Même question concernant les sons graves ?

Les sons aigus possèdent une fréquence élevée donc ils se situent du côté droit du diagramme vers 20 kHz, tandis que les sons graves possèdent une basse fréquence donc du côté de 20 Hz.

2.3.2. Sur le diagramme, placer le point sur la courbe de niveau 0, qui permette de justifier que la sensibilité maximale de l'oreille se situe autour de 4000 Hz.



On considère deux sons de même niveau sonore 60 dB. L'un de fréquence 50 Hz et l'autre de fréquence 100 Hz.

2.3.3. En utilisant le diagramme de Fletcher et Munson, déterminer avec quel niveau sonore sera perçu chacun de ces sons par l'oreille. On montrera par un tracé sur le diagramme de Fletcher et Munson, les points représentatifs de ces deux sons.

Le son de niveau sonore 60 dB et de fréquence 50 Hz correspond au point C. Il est perçu par l'oreille avec un niveau sonore $L_C = 30$ dB.

Le son de niveau sonore 60 dB et de fréquence 100 Hz correspond au point D. Il est perçu par l'oreille avec un niveau sonore $L_D = 50$ dB.

2.3.4. Parmi ces deux sons, lequel sera perçu avec le plus d'intensité par l'oreille ?

Plus le niveau sonore est élevé et plus l'intensité sonore est grande. $L_D > L_C$ donc le son de niveau sonore 60 dB et de fréquence 100 Hz, correspondant au point D, est perçu avec le plus d'intensité par l'oreille.

TYPE BAC 13 : PHÉNOMÈNES ACOUSTIQUES

On s'intéresse à la diffusion d'une émission de web radio amatrice par Internet.

L'animateur radio est installé, derrière une fenêtre, dans une pièce équipée d'un ordinateur auquel est relié un microphone.

L'objectif de cet exercice est de vérifier si des sources sonores parasites peuvent gêner l'émission de radio.

Lorsque l'animateur radio parle, sa voix a une puissance sonore moyenne de valeur égale à $4,0 \mu\text{W}$. On fait l'hypothèse que le son est uniformément réparti sur une sphère de rayon r centrée sur la bouche de l'animateur.

Données

- l'intensité sonore I est la puissance sonore P par unité de surface : $I = \frac{P}{S}$; S est l'aire de la surface d'une sphère de rayon r : $S = 4 \times \pi \times r^2$;

- $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ est l'intensité sonore de référence ;

- l'affaiblissement acoustique caractérise les qualités de protection acoustique d'une paroi. Il est égal à la différence des niveaux d'intensité sonore mesurés de part et d'autre de la paroi.

Le microphone est considéré dans un premier temps comme omnidirectionnel : il possède les mêmes propriétés de captation dans toutes les directions, quelle que soit la position de la source sonore.

1. Montrer que l'intensité sonore moyenne du son reçu par le microphone placé à 50 cm de la bouche de l'animateur a environ pour valeur $I_{\text{moy}} = 1,3 \times 10^{-6} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

On a : $I = \frac{P}{S}$

En réinjectant les valeurs numériques dans la relation mathématique précédente :

$$I = \frac{4,0 \times 10^{-6}}{4 \times \pi \times 0,502^2} = 1,3 \times 10^{-6} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$$

2. Déterminer le niveau d'intensité sonore moyen L_{moy} à cette distance.

Le niveau d'intensité sonore s'exprime à partir de l'intensité sonore du signal considéré et de l'intensité sonore de référence par : $L = 10 \times \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$

Avec les valeurs numériques : $I = 1,3 \times 10^{-6} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ et $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$,

on obtient : $L = 10 \times \log \left(\frac{1,3 \times 10^{-6}}{1,0 \times 10^{-12}} \right) = 61 \text{ dB}$

Un avion à réaction décolle à une distance de 4,0 km de la pièce depuis laquelle se déroule l'émission de web radio. La puissance sonore de cet avion est $P = 1,0 \times 10^5 \text{ W}$. La vitre de la fenêtre derrière laquelle est situé l'animateur a un indice d'affaiblissement acoustique de 25 dB.

3. Préciser, en l'expliquant, la nature de l'atténuation acoustique due à la vitre.

L'atténuation acoustique due à la vitre est une atténuation par absorption.

4. Déterminer, à partir de calculs, si l'avion constitue une gêne pour l'émission de radio.

La distance entre le micro et la vitre est de l'ordre du mètre. Elle représente 10^{-3} de la distance entre la source, l'avion au décollage, et la vitre. On peut donc considérer que le niveau d'intensité sonore dû au décollage de l'avion au niveau du micro peut être confondu avec celui mesuré juste derrière la vitre.

On calcule, dans, un premier temps l'intensité sonore du signal produit par l'avion au niveau de la vitre sans atténuation. $I_1 = \frac{P_1}{S_1}$

$$\text{Soit : } I = \frac{1,0 \times 10^5}{4 \times \pi \times (4,0 \times 10^3)^2} = 5,0 \times 10^{-4} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$$

Le niveau sonore sans atténuation est donc : $L_1 = 10 \times \log \left(\frac{5,0 \times 10^{-4}}{1,0 \times 10^{-12}} \right) = 87 \text{ dB}$

On calcule le niveau d'intensité sonore derrière la vitre en tenant compte de l'atténuation par absorption :
 $L'_1 = 87 - 25 = 62 \text{ dB}$ Le niveau sonore est supérieur à celui de la voix de l'animateur, donc l'avion constituera une gêne audible

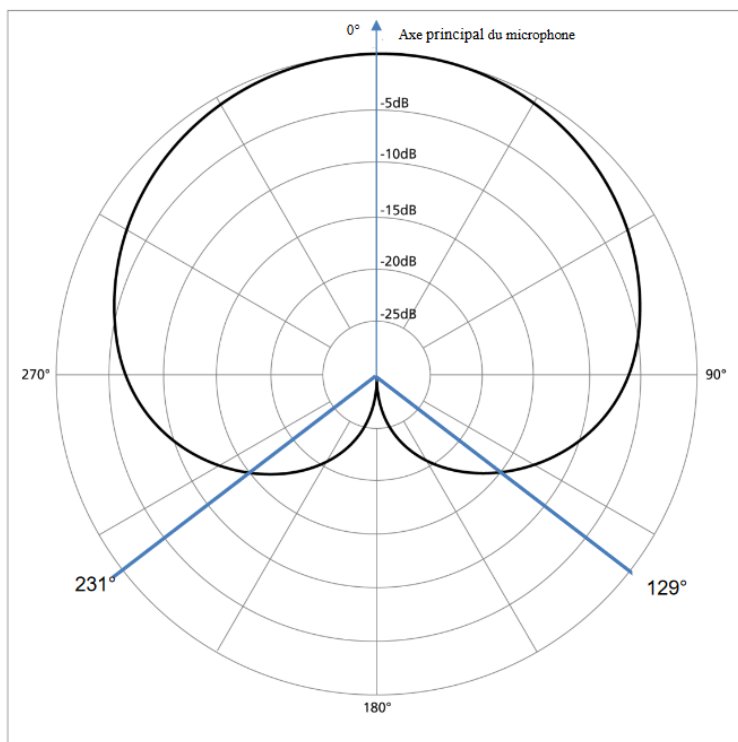
Pour permettre des discussions entre des techniciens dans la même pièce sans occasionner de gêne pour l'émission, on utilise un microphone de directivité cardioïde large.

Ce type de microphone permet de privilégier une source vers laquelle le micro est dirigé.

En effet, le signal capté est atténué en fonction de la position de la source sonore.

L'atténuation ne dépend pas de la fréquence de l'onde sonore.

Le diagramme polaire (figure 1) du microphone permet de déterminer l'atténuation du signal sonore en fonction de l'angle entre la direction de l'émission et l'axe principal du micro. Chaque cercle concentrique correspond à une valeur d'atténuation en décibel.



Donnée

- détermination de l'atténuation sonore : on trace la demi-droite partant du centre du diagramme vers la source sonore considérée. Cette demi-droite coupe la courbe cardioïde noire en un point noté M. La valeur de l'atténuation sonore se lit grâce au cercle concentrique qui passe par le point M.

On considère que la conversation n'a pas d'effet sur la qualité de l'émission si son niveau sonore capté par le micro est inférieur à 30 décibels.

La puissance sonore de la conversation est $1,0 \mu\text{W}$. On considère que la conversation a lieu à $1,5 \text{ m}$ du microphone.

5. Préciser les directions dans lesquelles la conversation peut avoir lieu sans gêner l'émission de web radio. Le candidat est invité à prendre des initiatives, notamment sur les choix des valeurs numériques éventuellement manquantes, et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti

L'intensité sonore de la conversation parasite, dont la source est située à $1,50 \text{ m}$ du récepteur, au niveau du microphone avant atténuation est $I_2 = \frac{P_2}{S_2}$

$$\text{Soit : } I_2 = \frac{1,0 \times 10^{-6}}{4 \times \pi \times 1,50^2} = 3,5 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

$$\text{Son niveau d'intensité sonore est donc : } L_2 = 10 \times \log \left(\frac{3,5 \times 10^{-8}}{1,0 \times 10^{-12}} \right) = 45 \text{ dB}$$

Pour que la conversation ne gêne pas l'émission de radio, son niveau d'intensité sonore doit valoir au maximum 30 dB. Il faut donc une atténuation minimale de $45 - 30 = 15 \text{ dB}$.

Une détermination graphique permet de mesurer, au compas, que l'angle entre l'axe principal du microphone et la direction de la conversation doit être compris entre 129° et 231° . Voir le schéma ci-après :

TYPE BAC 14 : NIVEAU D'INTENSITÉ SONORE

Données

- intensité sonore de référence : $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$;
- lien entre l'intensité sonore I et la distance r avec la source du son, dont on suppose qu'elle émet de manière identique dans toutes les directions :

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}$$

avec P la puissance sonore en watt et r la distance à la source en mètre ;

- quelques exemples de valeurs de niveaux d'intensité sonore L :

Situation	Forêt calme	Bibliothèque	Conversation	Seuil de danger	Concert
L	20 dB	40 dB	60 dB	90 dB	110 dB

Pour mettre en évidence l'atténuation passive du casque, on considère une voiture qui klaxonne. À $r_1 = 5,0 \text{ m}$ du véhicule, là où se trouve un observateur, le son produit a une intensité sonore $I_1 = 1,0 \times 10^{-3} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

1. Calculer la valeur du niveau d'intensité sonore L_1 du son reçu par la personne et qualifier ce son.

$$L = 10 \cdot \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$$

$$L = 10 \cdot \log\left(\frac{1,0 \times 10^{-3}}{1,0 \times 10^{-12}}\right) = 90 \text{ dB}$$

Le son atteint le seuil de danger.

2. Après avoir rappelé la définition de l'atténuation A en décibel, montrer que :

$$A = 10 \log\left(\frac{I_1}{I'_1}\right) \quad \text{avec } I'_1 \text{ l'intensité sonore du son atténué.}$$

Son non atténué : intensité sonore I_1 , niveau d'intensité sonore L_1

Son atténué : intensité sonore I'_1 , niveau d'intensité sonore L'_1

L'atténuation A est $A = L_1 - L'_1$

$$A = 10 \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) - 10 \log\left(\frac{I'_1}{I_0}\right) = 10 \cdot \log(I_1) - 10 \log(I_0) - 10 \log(I'_1) + 10 \log(I_0)$$

$$A = 10 \cdot \log(I_1) - 10 \cdot \log(I'_1) = 10 \log\left(\frac{I_1}{I'_1}\right)$$

3. Déterminer l'intensité sonore I'_1 entendue à travers le casque si l'atténuation est de 15 dB.

$$A = 10 \log\left(\frac{I_1}{I'_1}\right) \quad ; \quad \frac{A}{10} = \log\left(\frac{I_1}{I'_1}\right) \quad \text{Donc } \frac{I_1}{I'_1} = 10^{\frac{A}{10}}$$

$$I'_1 = \frac{I_1}{10^{\frac{A}{10}}} = \frac{1,0 \times 10^{-3}}{10^{\frac{15}{10}}} = 3,2 \times 10^{-5} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$$

4. Déterminer à quelle distance de la source sonore on doit se situer pour obtenir la même atténuation sans casque. Commenter.

Il faut tout d'abord déterminer la puissance sonore de la source, sachant qu'à $r_1 = 5,0 \text{ m}$ du véhicule, le son produit a une intensité sonore $I_1 = 1,0 \times 10^{-3} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \quad \text{donc } P = I_1 \cdot 4\pi r^2$$

$$P = 1,0 \times 10^{-3} \times 4 \times \pi \times 5,0^2 = 0,31 \text{ W}$$

On veut obtenir $I = I'_1 = 3,2 \times 10^{-5} \text{ W.m}^{-2}$, la puissance de la source ne change pas. On cherche la distance r'_1 correspondante.

$$I'_1 = \frac{P}{4\pi.r'^2_1} \text{ donc } r'^2_1 = \frac{P}{4\pi.I'_1}, \text{ soit } r'_1 = \sqrt{\frac{P}{4\pi.I'_1}} = \sqrt{\frac{3,14 \times 10^{-1}}{4\pi \times 3,16 \times 10^{-5}}} = 28 \text{ m}$$

Cette distance est grande, ce qui montre que l'atténuation due à la distance est toujours moins efficace que l'atténuation par absorption

Dans les questions suivantes, on s'intéresse aux effets de la réduction active de bruit.

5. À l'aide des données, identifier le domaine de fréquences pour lequel la réduction passive de bruit est efficace et le domaine de fréquences pour lequel la réduction active de bruit est efficace.

La réduction passive est visible dès 300 Hz, mais elle est intéressante à partir de 900 Hz.

La réduction active est efficace de 30 Hz à 900 Hz, au-delà de cette fréquence elle n'apporte pas d'atténuation supplémentaire par rapport à la réduction passive.

6. En utilisant l'ensemble des données, expliquer si la promesse du constructeur à propos de l'efficacité de son casque dans les transports est respectée et si la technologie de réduction active de bruit est nécessaire.

Le profil sonore du bruit dans un RER montre que les bruits les plus intenses possèdent des fréquences inférieures à 1000 Hz, mais avec des pics entre 20 et 100 Hz.

Or ces pics ne sont atténués que par la réduction active.

Ainsi la réduction de bruit promise est réelle.

1. Caractériser les phénomènes ondulatoires

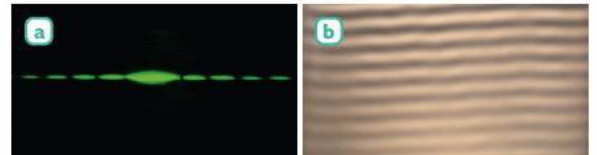
B) Diffraction et interférences.

Exercice 69 :

1. Décrire la figure obtenue sur un écran placé à quelques mètres d'une fente de petite largeur éclairée par un laser.
Lorsqu'un laser éclaire une fente de petite taille, on observe le phénomène de diffraction. Il apparaît sur l'écran une tache lumineuse (nommée tache centrale) et des taches moins larges réparties de part et d'autre de la tache centrale.
2. Citer deux exemples de la vie courante dans lesquels le phénomène de diffraction intervient.
On peut observer des phénomènes de diffraction avec des vagues qui pénètrent dans un port protégé par des digues, en acoustique avec une personne que l'on entend derrière une porte entrouverte, en optique avec la lumière sur un CD ou la lumière à travers un rideau, etc.

Exercice 70 :

- Identifier, dans les situations ci-dessous, celle dans laquelle le phénomène de diffraction intervient.
Le phénomène de diffraction intervient dans la situation a .



Exercice 71 : L'image ci-contre est la photographie de la propagation d'ondes progressives périodiques à la surface de l'eau dans une cuve à ondes. Les ondes se propagent vers la droite.

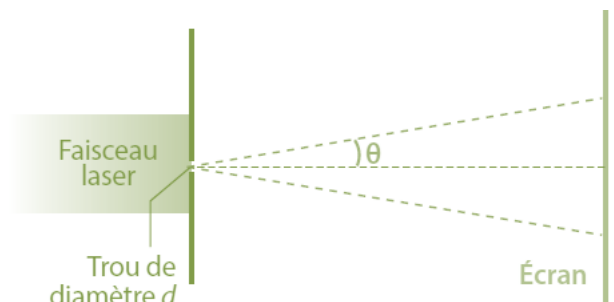


1. Expliquer ce que cette expérience illustre.
À la traversée de l'obstacle, on constate que l'onde se propage sur deux dimensions (forme circulaire des fronts d'onde). Il s'agit du phénomène de diffraction.
2. Comparer les dimensions de l'ouverture de l'obstacle avec la longueur d'onde.
On s'aperçoit qu'elles sont du même ordre de grandeur.
3. Comparer la longueur d'onde des ondes avant et après l'ouverture. Conclure.
La longueur d'onde est identique avant et après l'ouverture. La fréquence ne change pas non plus.

Exercice 72 : En éclairant une ouverture de diamètre $d = 30 \mu\text{m}$ à l'aide d'une radiation de longueur d'onde $\lambda = 532 \text{ nm}$, on obtient sur un écran une figure de diffraction.

Donnée : $\theta = 1,22 \times \frac{\lambda}{d}$

1. Schématiser le dispositif expérimental.
On obtient des anneaux de diffraction avec une tache centrale nettement plus lumineuse que les autres.
2. Calculer l'angle caractéristique de diffraction θ .



L'angle caractéristique de diffraction est : $\theta = 1,22 \times \frac{\lambda}{d} = 1,22 \times \frac{532 \times 10^{-9}}{30 \times 10^{-6}} = 2,2 \times 10^{-2} \text{ rad}$

Exercice 73 : Un élève règle une cuve à ondes de manière à observer le phénomène de diffraction avec les ondes mécaniques à la surface de l'eau.

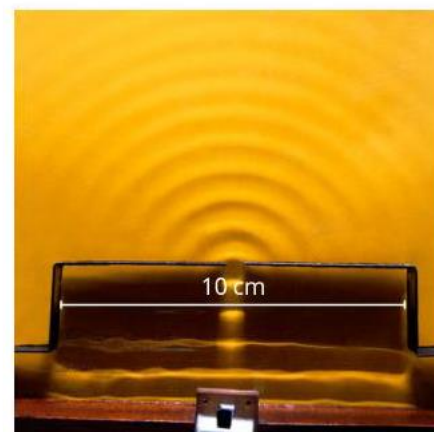
1. Déterminer la longueur d'onde des ondes avant l'ouverture et après l'ouverture. Conclure.

Par proportionnalité, on détermine la taille réelle de la longueur d'onde avant obstacle :

3,6 cm	100 mm
$3\lambda_{\text{avant}} = 0,9 \text{ cm}$	$3\lambda_{\text{avant}} = ?$

$$3\lambda_{\text{avant}} = \frac{0,9 \times 100}{3,6} = 25 \text{ mm}$$

On en déduit $\lambda_{\text{avant}} = \frac{25}{3} = 8,3 \text{ mm}$



De même après l'obstacle, en comptant 6λ : $6\lambda = 1,8 \text{ cm}$ sur la photo, alors $\lambda = 0,3 \text{ cm}$ sur la photo. Par proportionnalité :

3,6 cm	100 mm
$\lambda_{\text{après}} = 0,3 \text{ cm}$	$\lambda_{\text{après}} = ?$

$$\lambda_{\text{après}} = \frac{0,3 \times 100}{3,6} = 8,3 \text{ mm}$$

On en conclut que l'onde, bien que diffractée, ne change pas de longueur d'onde après l'obstacle.

2. Calculer l'angle caractéristique de la diffraction θ , et le mettre en évidence sur la photo.

On rappelle l'expression de l'angle caractéristique de diffraction : $\theta = \frac{\lambda}{a}$

a se détermine en mesurant à la règle sur la photo la largeur de l'ouverture et en posant le tableau de proportionnalité :

3,6 cm	100 mm
$a = 0,2 \text{ cm}$	$a = ?$

$$a = \frac{0,2 \times 100}{3,6} = 5,6 \text{ mm}$$

$$\theta = \frac{8,3}{5,6} = 1,50 \text{ rad} = 86^\circ$$

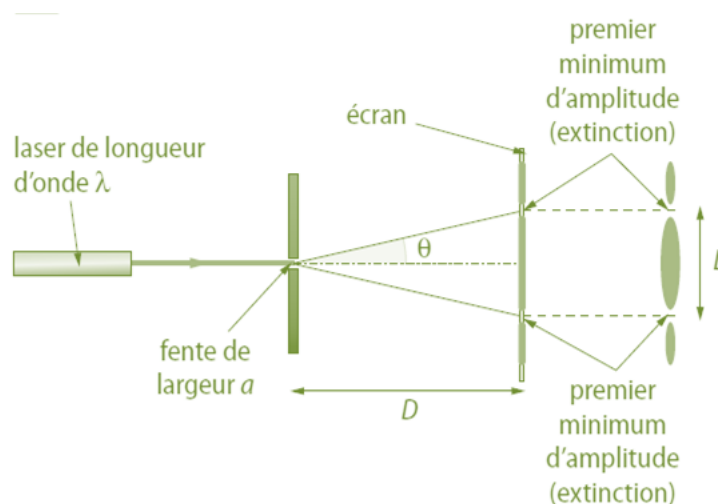
Avec un rapporteur, on peut bien le mettre en évidence sur la photo.

Exercice 74 :

1. Reproduire le schéma et indiquer la position des premières extinctions, la largeur L de la tâche centrale de diffraction et l'angle caractéristique de diffraction θ .

2. Rappeler l'expression de l'angle caractéristique de diffraction, en précisant la signification et l'unité des grandeurs.

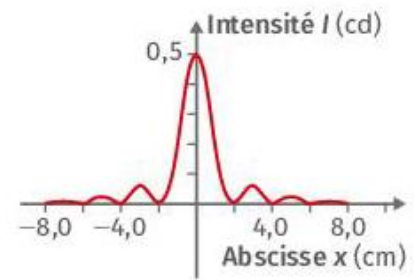
L'expression de l'angle caractéristique de diffraction est : $\theta = \frac{\lambda}{a}$, avec θ l'angle caractéristique de diffraction (en rad), λ la longueur d'onde (en m) et a la taille de l'ouverture (en m).



3. En se plaçant dans l'approximation des petits angles, où $\tan(\theta) \approx \theta$, établir la relation liant θ , a , λ , L et D .

Dans l'approximation des petits angles, $\tan(\theta) \approx \theta$, $\tan(\theta) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{L/2}{D}$, en égalisant avec la relation obtenue à la question 1, on obtient : $\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D}$

Exercice 75 : Une fente verticale de largeur $a = 35 \mu\text{m}$ est éclairée par un laser rouge. Le profil en intensité de la figure de diffraction est obtenu à une distance de $1,10 \text{ m}$ de la fente.



1. Déterminer précisément la largeur L de la tache centrale de diffraction. En déduire la valeur de la longueur d'onde λ du laser. D'après le profil de la figure de diffraction, on peut lire que la largeur de la tache centrale est $L = 4,0 \text{ cm}$. On peut voir également que $4L = 16,0 \text{ cm}$. Pour rappel, l'angle caractéristique de diffraction correspond à : $\theta = \frac{\lambda}{a}$

En utilisant les relations de trigonométrie : $\tan(\theta) = \frac{L}{2D}$

En considérant l'approximation des petits angles ($\tan(\theta) \approx \theta$), on peut déduire la longueur d'onde du laser :

$$\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D} ; \lambda = \frac{L.a}{2D} = \frac{4,0 \times 10^{-2} \times 35 \times 10^{-6}}{2 \times 1,10} = 6,4 \times 10^{-7} \text{ m} = 640 \text{ nm}$$

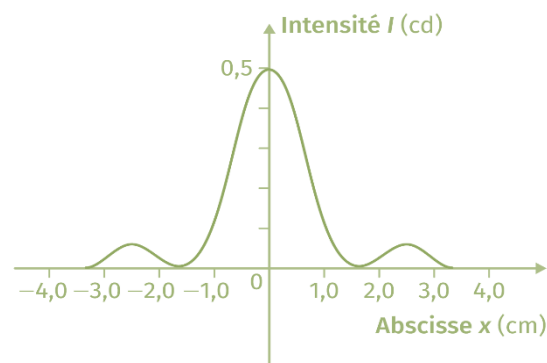
2. Calculer la valeur de la largeur de la tache centrale de diffraction si un laser de longueur d'onde $\lambda = 532 \text{ nm}$ est utilisé.

Si la longueur d'onde vaut 532 nm : $\lambda = \frac{L.a}{2D}$

$$L = \frac{2D\lambda}{a} = \frac{2 \times 1,10 \times 532 \times 10^{-9}}{35 \times 10^{-6}} = 3,3 \times 10^{-2} \text{ m} = 3,3 \text{ cm}.$$

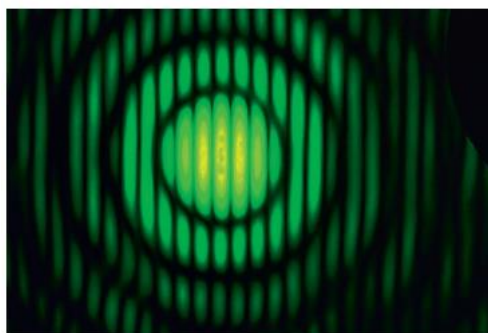
3. Représenter l'allure du profil en intensité de la figure de diffraction obtenue avec ce laser.

On présente le graphique suivant représentant l'allure du profil en intensité :



Exercice 76 : Une source de lumière monochromatique éclaire deux trous d'Young. Un écran est placé à quelques mètres du dispositif.

1. Comment se nomme le phénomène observé ?
Le phénomène observé est le phénomène d'interférences.
2. Décrire la figure observée sur l'écran.
On observe des franges d'interférences équidistantes disposées au sein de la figure de diffraction d'un trou circulaire (anneaux concentriques) comme ci-dessous par exemple.



Le phénomène d'interférences est le plus visible au niveau de la tache centrale.

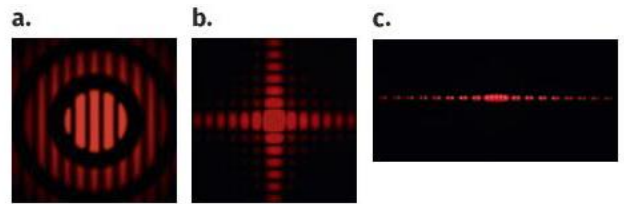
3. Parmi les situations suivantes, repérer celle qui met en jeu un phénomène d'interférences.
 - a. Casque antibruit qui émet des ondes sonores en opposition de phase avec le bruit ambiant.
 - b. Discours entendu derrière une porte entrouverte.

Le phénomène d'interférences intervient dans le cas a ; on a des interférences destructives.

Exercice 77 : Thomas Young élabore en 1801 un dispositif pour démontrer la nature ondulatoire de la lumière. Cette expérience est restée célèbre sous le nom d'expérience des trous d'Young. Vers 1818, le français Augustin Fresnel a l'idée de remplacer les trous par des fentes.

- Parmi les trois photographies ci-dessous, identifier celles qui correspondent aux deux expériences décrites dans l'énoncé. Justifier.

La photographie qui correspond à l'expérience des trous d'Young est la photographie **a.** (taches en forme de disques concentriques lumineux présentant une alternance de franges). La photographie correspondant à l'expérience de Fresnel avec des fentes est la photographie **c.** (taches alignées lumineuses présentant une alternance de franges).

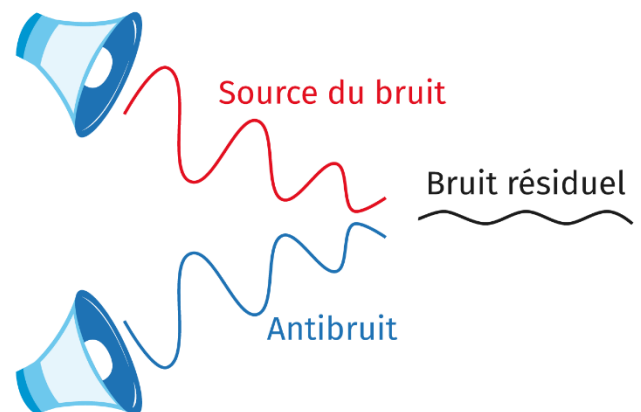


Exercice 78 : Une vidéo a créé le buzz en montrant un appareil capable d'annuler le bruit venant de l'extérieur d'un appartement en le ventousant simplement sur la fenêtre. Si cette technologie existe pour les casques audio à réduction active de bruit, qu'en est-il pour une pièce entière ?

- Nommer le phénomène sur lequel repose le principe de fonctionnement des casques à réduction active de bruit.

Les casques à réduction active de bruit reposent sur le principe des interférences. On cherche à ce que les interférences générées soient destructives pour annuler le son parasite.

- Schématiser simplement le principe physique de fonctionnement d'un tel appareil.



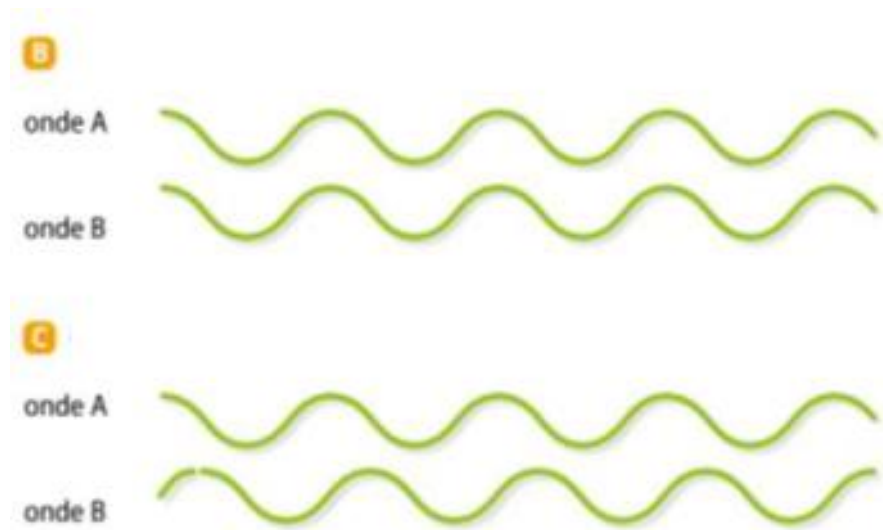
Exercice 79 : Deux ondes planes à la surface de l'eau ont la même longueur d'onde et sont issues de la même source.

- Comment qualifie-t-on ces deux ondes ?

Les deux ondes sont qualifiées de synchrones ou cohérentes parce qu'elles vibrent à la même fréquence avec un déphasage constant.

- Voici trois situations où les ondes A et B se superposent, vue de profil :





Dans chaque cas, attribuer à chaque situation la (ou les) expressions(s) qui lui convient : Interférences constructives – interférences destructives – ondes en phase – onde en opposition de phase – zone sombre – zone peu éclairée – zone éclairée.

Situation A : les deux ondes sont en opposition de phase, c'est-à-dire que lorsqu'une est au maximum, l'autre est au minimum ; si l'une est croissante, l'autre est décroissante, etc. Leur superposition donne des interférences destructives et la zone est sombre.

Situation B : les deux ondes sont en phase, c'est-à-dire que les ondes sont au maximum ensemble ou au minimum ensemble ; elles ont le même sens de variation. Leur superposition donne des interférences constructives et la zone est éclairée.

Situation C : les ondes sont décalées d'un déphasage quelconque, il n'y a ni interférences constructives ni interférences destructives, la zone est donc peu éclairée.

3. Qu'entendrait-on dans chacune des trois situations si les ondes étaient sonores ?

Situation A : on n'entendrait rien.

Situation B : on entendrait le son avec deux fois plus d'intensité.

Situation C : on n'entend ni le son deux fois plus fort, ni le son assourdi. On pourrait dire que l'on entend le son d'un niveau intermédiaire entre le maximum et le minimum.

Exercice 80 : Deux haut-parleurs sont alimentés par un même générateur qui émet une onde sonore de longueur d'onde 2,0 m.

1. Un point situé à 1 m du premier haut-parleur et à 4 m du deuxième correspond-il à un maximum ou un minimum d'amplitude ?

La différence de chemin entre les deux points vaut $\delta = 4 - 1 = 3$ m et, puisque la longueur d'onde vaut 2 m, le point est tel que $\delta = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$

Ici, $\delta = 3 \times \frac{\lambda}{2}$. Il est donc sur un minimum d'amplitude.

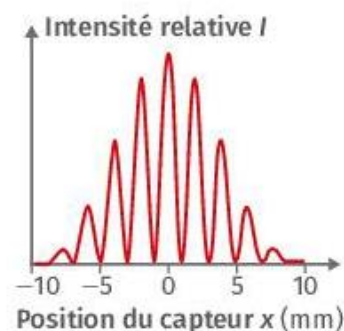
2. Comment qualifier les interférences en ce point ?

On les qualifie d'interférences destructives.

3. Même question pour un point situé à 6 m de l'un et 14 m de l'autre.

La différence de chemin entre les deux points vaut : $\delta = 14 - 6 = 8$ m. Le point est tel que $\delta = k \cdot \lambda$. Ici, $4\delta = \lambda$. Il est donc sur un maximum d'amplitude. On parle d'interférences constructives.

Exercice 81 : Une expérience d'interférences est réalisée avec deux fentes fines parallèles éclairées par un faisceau laser de longueur d'onde $\lambda = 520 \text{ nm}$. Le profil en intensité lumineuse récupéré par le capteur situé à $1,50 \text{ m}$ des fentes est donné ci-contre.



1. Déterminer la valeur de l'interfrange i avec le plus de précision possible.

Sur le profil d'interférence, on peut constater la succession de 5 pics d'intensité maximale entre -5 et 5 mm autour de la position centrale. Cela se traduit par la présence de 5 interfranges :

$$5i = \Delta x$$

$$i = \frac{\Delta x}{5} = \frac{5 - (-5)}{5} = 2,0 \text{ mm}$$

2. Calculer la valeur de l'écartement a entre les fentes.

On utilise l'expression de l'interfrange : $i = \frac{D\lambda}{a}$

$$a = \frac{D\lambda}{i} = \frac{520 \times 10^{-9} \times 1,50}{2,0 \times 10^{-3}} = 3,9 \times 10^{-4} \text{ m} = 390 \text{ }\mu\text{m}$$

Exercice 82 : On réalise une figure d'interférences lumineuses à l'aide de fentes d'Young séparées par une distance $b = 0,20 \text{ mm}$.

La figure est obtenue sur un écran situé à une distance $D = 2,0 \text{ m}$.

Dans une telle situation, la valeur de l'interfrange est donnée par la relation : $i = \frac{\lambda \times D}{b}$

1. Donner l'expression de la longueur d'onde en fonction de l'interfrange i , de b et de D .

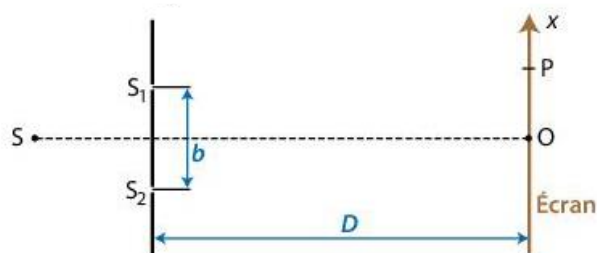
La longueur d'onde a pour expression : $\lambda = \frac{i \times b}{D}$

2. Calculer la longueur d'onde de la lumière utilisée sachant que, dans les conditions de l'expérience, on mesure $i = 6,3 \text{ mm}$.

$$\lambda = \frac{i \times b}{D} = \frac{6,3 \times 10^{-3} \times 0,20 \times 10^{-3}}{2,0} = 6,3 \times 10^{-7} \text{ m soit environ } 630 \text{ nm.}$$

Exercice 83 : On réalise, dans l'air, une expérience d'interférences avec un système de deux fentes d'Young éclairées par une source de radiation de longueur d'onde $\lambda_0 = 650 \text{ nm}$.

On observe la figure d'interférences sur un écran.



1. Qu'observe-t-on sur l'écran au point O ?

Au point O, la différence de chemin optique est $\Delta L = 0$; on a donc une condition d'interférences constructives ($\Delta L = k \times \lambda_0$ avec $k = 0$). On observera donc une frange brillante.

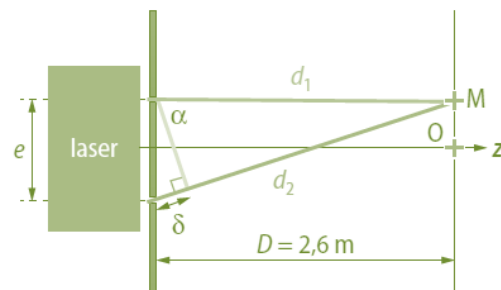
2. Les ondes arrivent en P avec une différence de chemin optique $\Delta L = 1,625 \text{ }\mu\text{m}$. Qu'observe-t-on en P ?

Au point P, on a $\Delta L = 1,625 \text{ }\mu\text{m}$.

On calcule $\frac{\Delta L}{\lambda_0} = \frac{1,625 \times 10^{-6}}{650 \times 10^{-9}}$ soit $\frac{\Delta L}{\lambda_0} = 2,5$, ce qui correspond à un nombre demi-entier.

Donc $\Delta L = (k + \frac{1}{2}) \times \lambda_0$ avec $k = 2$. Les interférences sont destructives et on observe une frange sombre.

Exercice 84 : Un laser rouge, de longueur d'onde $\lambda = 633\text{nm}$, éclaire deux petits trous espacés d'un écartement e . On se place au point M.



1. Définir la différence de chemin optique δ . Reproduire le schéma et la représenter dessus.

La différence de chemin optique est $\delta = d_2 - d_1$, ce qui donne sur le schéma :

2. Le point O, au centre de l'écran, est-il sur une frange sombre ou brillante ?

Le point O au centre de l'écran est sur une frange brillante, car il est tel que $\delta = 0$. En effet, les interférences sont constructives si $\delta = k \cdot \lambda$, et ici, $k = 0$.

3. On établit que la différence de chemin optique s'écrit : $\delta = \frac{e \cdot x}{D}$, x étant l'abscisse du point M. Rappeler à quelle condition on observe le premier maximum d'amplitude, autre que pour $x = 0$.

Il y aura le premier maximum d'intensité lumineuse pour $\delta = \lambda$, et ici $k = 1$ (1^{er} maximum d'amplitude).

4. Ce premier maximum d'amplitude définit la valeur de l'interfrange i , on a alors : $x = i$. Exprimer littéralement l'interfrange i en fonction de λ , e et D .

Puisque $\delta = \frac{e \cdot x}{D}$, que $x = i$ et $\delta = \lambda$, alors $\delta = \frac{e \cdot i}{D} = \lambda$, ce qui permet d'écrire : $i = \frac{\lambda \cdot D}{e}$

5. En déduire l'écartement e entre les deux trous pour un interfrange de 3,4 mm mesuré sur l'écran.

On en déduit que l'écartement entre les trous s'exprime :

$$e = \frac{\lambda \cdot D}{i} = \frac{633 \times 10^{-9} \times 2,6}{3,4 \times 10^{-3}} = 4,8 \times 10^{-4} \text{ m} = 480 \mu\text{m}.$$

L'écartement entre les deux trous mesure donc 480 μm .

Exercice 85 : Deux vibreurs V_1 et V_2 synchrones de fréquence 200 Hz produisent des ondes à la surface d'un liquide qui se propagent à la célérité $c = 4,0 \text{ m.s}^{-1}$. La distance qui les sépare est $a = 16 \text{ cm}$.

1. Déterminer la longueur d'onde des ondes produites par chacun des deux vibreurs.

On calcule la longueur d'onde des ondes produites à la surface de l'eau par les deux vibreurs :

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{4,0}{200} = 0,020 \text{ m} = 2,0 \text{ cm}$$

2. Un point P est situé sur l'axe reliant V_1 et V_2 à une distance b du vibreur V_1 . Faire un schéma et exprimer la différence de chemin optique $\delta = V_1P - V_2P$ au point P entre les deux ondes en fonction de a et b .

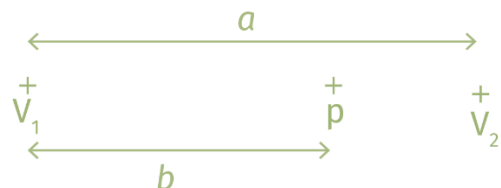
Le schéma ci-dessous présente la différence de chemin :

La différence de chemin vaut :

$$\delta = V_1P - V_2P$$

$$\delta = b - (a - b)$$

$$\delta = 2b - a$$



3. Exprimer la relation entre la différence de chemin optique et la longueur d'onde λ pour des interférences constructives.

La différence de chemin doit être un nombre entier de longueur d'onde, donc $\delta = k \cdot \lambda$, avec k un entier relatif.

4. Préciser les valeurs de b pour lesquelles l'amplitude des ondes au point P est maximale.

Il faut tester tous les cas possibles en respectant $\delta = k \cdot \lambda$.

$$2b - a = k \cdot \lambda$$

$$b = \frac{k \cdot \lambda + a}{2}$$

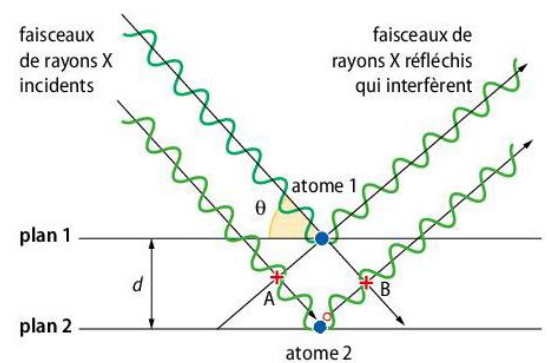
Compte-tenu des dimensions, et en considérant uniquement les valeurs de b comprises entre 0 cm et 16 cm (entre les deux vibreurs), les possibilités sont les suivantes :

$k = -8$	$b = 0 \text{ cm}$	$k = -2$	$b = 6 \text{ cm}$	$k = 4$	$b = 12 \text{ cm}$
$k = -7$	$b = 1 \text{ cm}$	$k = -1$	$b = 7 \text{ cm}$	$k = 5$	$b = 13 \text{ cm}$
$k = -6$	$b = 2 \text{ cm}$	$k = 0$	$b = 8 \text{ cm}$	$k = 6$	$b = 14 \text{ cm}$
$k = -5$	$b = 3 \text{ cm}$	$k = 1$	$b = 9 \text{ cm}$	$k = 7$	$b = 15 \text{ cm}$
$k = -4$	$b = 4 \text{ cm}$	$k = 2$	$b = 10 \text{ cm}$	$k = 8$	$b = 16 \text{ cm}$
$k = -3$	$b = 5 \text{ cm}$	$k = 3$	$b = 11 \text{ cm}$		

5. Calculer le nombre de franges d'interférences d'amplitude maximale entre les deux vibreurs.
On dénombre donc 15 franges d'intensité maximale entre les deux vibreurs si on ne compte pas les points correspondant aux sources.

Exercice 86 : Les rayons X sont utilisés pour explorer la matière, par exemple pour évaluer la distance d entre deux plans 1 et 2 voisins d'atomes dans un cristal. Lorsqu'on envoie un faisceau de rayons X de longueur d'onde λ sur un cristal, ils sont réfléchis par les atomes qui constituent le cristal. Les ondes réfléchies par les atomes interfèrent. On peut représenter de façon très simplifiée cette situation par le schéma suivant :

Données : la différence de chemin optique entre deux ondes incidentes qui se réfléchissent sur deux plans successifs est donnée par la relation : $\delta = 2d \cdot \sin(\theta)$, où d est la distance entre deux atomes voisins et θ l'angle entre le rayon et le plan : $\theta = 11,5^\circ$ et $\lambda = 145 \text{ pm}$.



1. En exploitant le schéma précédent, évaluer la différence de chemin optique.
La différence de chemin optique vient de la différence de parcours des deux ondes incidentes et réfléchies.
Elle correspond à deux fois la longueur du segment gris, qui se calcule en utilisant la formule du cosinus :

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{\text{coté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{d}{\delta/2}$$

$$\text{Or } \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta, \text{ donc } \delta = 2d \cdot \sin \theta.$$

2. Préciser à quelles conditions les rayons X, qui interfèrent après réflexion, donnent des interférences destructives ou constructives.

Les interférences constructives se produisent quand $\delta = k \cdot \lambda$.

Les interférences destructives se produisent quand $\delta = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$.

3. Déterminer la valeur de d dans le cristal dans le cas où l'on obtient des interférences constructives pour une différence de chemin optique minimale.

Pour une différence de chemin optique minimale, et pour des interférences constructives, il faut prendre $k = 1$:

$$\delta = \lambda = 2d \cdot \sin \theta, \text{ ce qui permet d'isoler } d = \frac{\lambda}{2 \sin(\theta)}.$$

$$d = \frac{145}{2 \sin(11,5^\circ)} = 364 \text{ pm}$$

La distance minimale entre deux plans est donc 364 pm.

TYPE BAC 15 : ÉTUDE D'UN FILM DE SAVON

Données :

- la valeur de la célérité c de la lumière dans le vide et dans l'air est supposée connue du candidat ;
- la valeur de l'indice de réfraction à l'intérieur du film de savon est $n = 1,34$ pour toutes les longueurs d'onde.

1. Le phénomène d'interférences

Le film de savon éclairé en lumière blanche est photographié. L'image est traitée par un logiciel qui permet de sélectionner une couleur correspondant à la longueur d'onde λ dans l'air égale à 600 nm. Le résultat est présenté en figure 3.

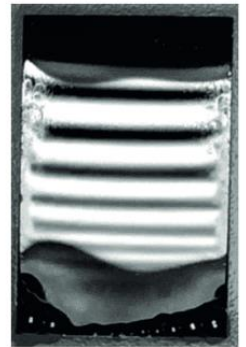


Figure 3. Interférences sur le film de savon

1.1. En utilisant la figure 3, expliquer comment distinguer les zones où les interférences sont constructives de celles où les interférences sont destructives.

Les zones où les interférences sont destructives apparaissent sombres tandis que les zones claires indiquent des interférences constructives.

1.2. Donner qualitativement la condition d'interférences constructives et celle d'interférences destructives.

Si les rayons lumineux sont en phase alors les interférences sont constructives tandis que si les rayons sont en opposition de phase alors les interférences sont destructives.

1.3. Sur la figure 4, on représente le film de savon dans le cas où la lumière arrive perpendiculairement à sa surface. Au voisinage du point M, on considère que les deux faces du film de savon sont parallèles et que l'épaisseur du film e est égale à 900 nm

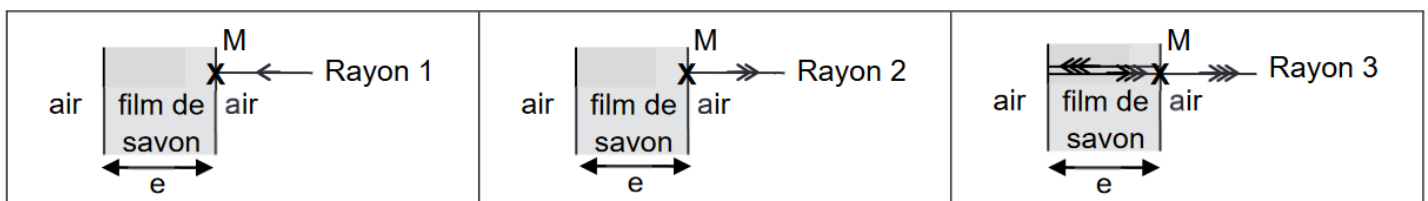


Figure 4. Représentation du trajet des rayons 1, 2 et 3 tels que définis en introduction

Dans les conditions d'éclairage et d'épaisseur de film précédentes, on admet que la différence de chemin optique $\delta(M)$ au point M entre les rayons 3 et 2 a pour expression : $\delta(M) = 2 n \cdot e - \frac{\lambda}{2}$

Déterminer à l'aide d'un calcul si les interférences au point M sont destructives ou constructives.

$$\delta(M) = 2 \times 1,34 \times 900 - 600/2 = 2112 \text{ nm}$$

On sait que les interférences sont constructives si $\delta = k \cdot \lambda$ avec k entier relatif.

$$\text{On calcule } \delta/\lambda = 2112 / 600 = 3,5.$$

$$\text{Ici } \delta = 3,5 \cdot \lambda = 7\lambda/2$$

Or les interférences sont destructives si $\delta = (2k+1) \cdot \lambda/2$, c'est le cas ici avec $k = 3$

2. Comparaison du phénomène d'interférences suivant la longueur d'onde étudiée

La photo de l'expérience est traitée à l'aide d'un logiciel pour réaliser l'étude du phénomène en lumière bleue ($\lambda_{\text{bleu}} = 458 \text{ nm}$) et en lumière rouge-orangée ($\lambda_{\text{rouge}} = 600 \text{ nm}$).

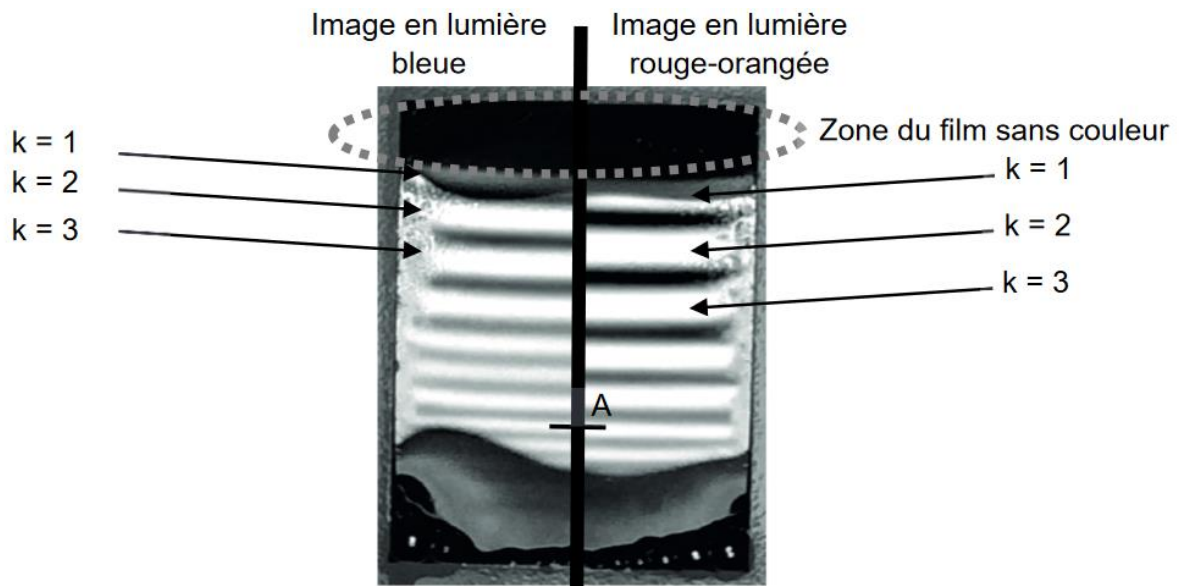


Figure 5. Montage photo des résultats des deux expériences

En raison des phénomènes de réflexion des rayons, les interférences constructives apparaissent pour différentes épaisseurs du film de savon.

2.1. Montrer que les épaisseurs correspondant à des interférences constructives sont données par la relation suivante : $e_k = \left(\frac{2k+1}{4}\right) \cdot \frac{\lambda}{n}$ avec n l'indice de réfraction du milieu, e_k l'épaisseur du film, k un nombre entier avec $k \geq 0$ et λ la longueur d'onde dans l'air sélectionnée par le traitement de l'image.

$$\delta(M) = 2n \cdot e - \frac{\lambda}{2} \text{ et } \delta = k \cdot \lambda$$

$$2n \cdot e - \frac{\lambda}{2} = k \cdot \lambda \quad ; \quad 2n \cdot e = k \cdot \lambda + \frac{\lambda}{2} \quad ; \quad 2n \cdot e = (2k+1) \cdot \left(\frac{\lambda}{2}\right) \quad ; \quad n \cdot e = (2k+1) \cdot \left(\frac{\lambda}{4}\right)$$

$$e_k = \left(\frac{2k+1}{4}\right) \cdot \frac{\lambda}{n}$$

2.2. Calculer l'épaisseur minimale pour que des interférences constructives en lumière bleue apparaissent.

L'épaisseur e est minimale avec $k = 0$.

$$e_k = \left(\frac{1}{4}\right) \times \frac{\lambda}{n} = \left(\frac{1}{4}\right) \times \frac{458}{1,34} = 85,4 \text{ nm}$$

2.3. La zone sans couleur de la figure 5 en haut du support correspond à une épaisseur de film très faible. On obtient alors des interférences destructives. On observe qu'au cours du temps la surface de cette zone s'étend vers le bas. Proposer une explication.

L'introduction du sujet indique « L'épaisseur du film n'est pas la même partout : elle est plus importante en bas du dispositif du fait de l'action de la gravité. » C'est donc en raison de la gravité que cette zone s'étend vers le bas.

2.4. Sur la photo de la figure 5, au niveau du point A, on observe des interférences constructives à la fois en lumière bleue et en lumière rouge-orangée. Déterminer l'épaisseur du film de savon au point A afin de rendre compte de ces observations.

Le point A se situe dans la zone où $k = 8$ en lumière bleue et où $k = 6$ en lumière rouge-orangée.

$$e_k = \left(\frac{2k+1}{4}\right) \times \frac{\lambda}{n}$$

Calcul avec lumière bleue

$$e_8 = \left(\frac{2 \times 8 + 1}{4}\right) \times \frac{458}{1,34} = 1452 \text{ nm} = 1,45 \text{ } \mu\text{m}$$

Calcul avec lumière rouge-orangée

$$e_6 = \left(\frac{2 \times 6 + 1}{4}\right) \times \frac{600}{1,34} = 1,46 \text{ } \mu\text{m}$$

Il s'agit bien de la même épaisseur vu le manque de précision sur les valeurs des longueurs d'onde.

TYPE BAC 16 : GRANULOMÉTRIE

On attribue la découverte de la diffraction à Francesco Grimaldi (1618-1663). Le but de l'exercice est d'étudier une application pratique de la diffraction : la détermination de la taille moyenne de poudre de cacao par granulométrie.

Partie 1 : Vérification de la longueur d'onde d'une des diodes laser utilisées

1.1. Rappeler les trois principales propriétés du faisceau d'un laser.

Les principales propriétés du faisceau d'un laser sont :

- sa directivité,
- sa monochromaticité (longueur d'onde unique),
- sa cohérence (ondes lumineuses de déphasage constant).

1.2. Pour une longueur d'onde donnée, décrire l'évolution du demi-angle θ_0 en fonction du diamètre a du fil. Donner la relation qui lie λ , θ_0 et a .

L'importance du phénomène de diffraction est liée au rapport de la longueur d'onde aux dimensions de l'ouverture ou de l'obstacle ; ainsi, si la longueur d'onde est fixée, le demi-angle θ_0 sera plus élevé si le diamètre du fil est faible. On retrouve cette idée dans la relation $\theta_0 = \frac{\lambda}{a}$.

1.3. On fait l'hypothèse que l'angle θ_0 est petit. Dans ce cas, on peut écrire $\tan \theta_0 \approx \theta_0$ avec θ_0 en radian.

À l'aide du schéma, démontrer que la largeur de la tache centrale est donnée par l'expression :

$$L = k \cdot \frac{1}{a} \quad \text{avec} \quad k = 2\lambda \cdot D$$

À l'aide du schéma, on peut écrire : $\tan(\theta_0) = \frac{\frac{L}{2}}{D} = \frac{L}{2D}$.

Dans le cadre de l'approximation des petits angles donné : $\theta_0 \approx \tan(\theta_0) = \frac{L}{2D}$.

Or $\theta_0 = \frac{\lambda}{a}$ (question 1.2.) donc $\theta_0 = \frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D}$.

On en déduit que $L = \frac{2\lambda \cdot D}{a}$ que l'on peut écrire $L = k \cdot \frac{1}{a}$ avec $k = 2 \cdot \lambda \cdot D$

1.4. Expérimentalement, on mesure la largeur de la tache centrale L pour des fils calibrés de différentes valeurs de diamètre a . on porte les valeurs obtenues sur le graphique ci-dessous.

À partir du graphique, déterminer la longueur d'onde λ de la diode laser utilisée.

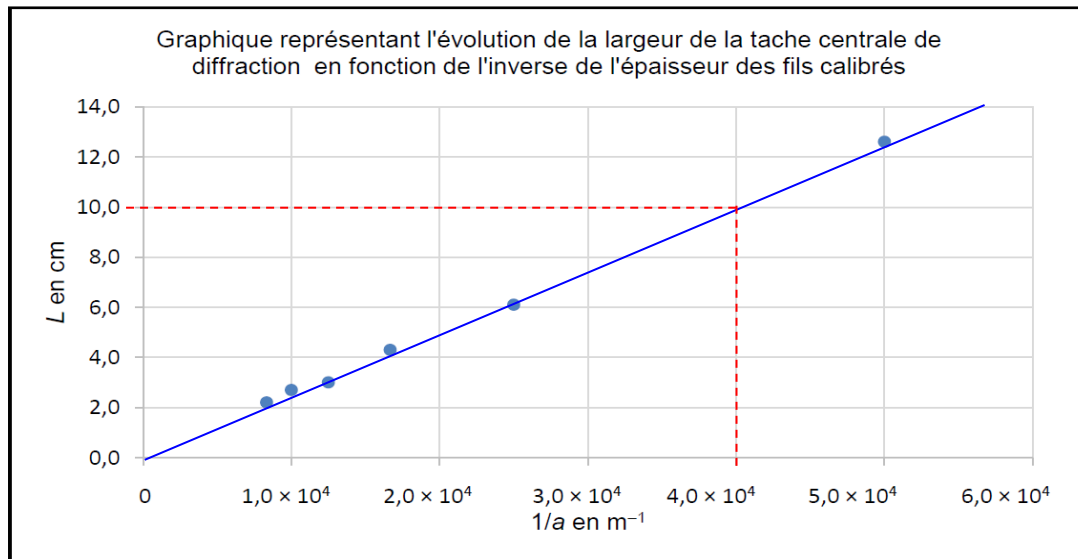
Vu que $L = k \cdot \frac{1}{a}$ avec $k = 2 \cdot \lambda \cdot D$, la courbe $L = f\left(\frac{1}{a}\right)$ est une droite passant par l'origine de coefficient directeur k .

On trace la droite modélisée (passant au plus près de tous les points expérimentaux), on détermine son

coefficient directeur : $k = \frac{\Delta L}{\Delta\left(\frac{1}{a}\right)} = \frac{10,0 \times 10^{-2} - 0}{4,0 \times 10^{-4} - 0} = 2,5 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

(ATTENTION L doit être en mètre pour que la relation soit homogène)

Or $k = 2 \cdot \lambda \cdot D$ donc $\lambda = \frac{k}{2D}$; $\lambda = \frac{2,5 \times 10^{-6}}{2 \times 200 \times 10^{-2}} = 6,25 \times 10^{-7} \text{ m} = 6,3 \times 10^{-7} \text{ m}$



1.5. L'incertitude absolue sur la longueur d'onde λ , notée $\Delta\lambda$, peut être déterminée à partir de la relation suivante :

$$\Delta\lambda = \lambda \sqrt{\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2 + \left(\frac{\Delta k}{k}\right)^2}$$

L'incertitude absolue sur la valeur du coefficient directeur est $\Delta k = 1,2 \times 10^{-7} \text{ m}^2$.

Exprimer la valeur de la longueur d'onde λ avec son incertitude. Confronter aux valeurs données par le fabricant de l'appareil ; conclure.

L'incertitude absolue sur la valeur du coefficient directeur est $\Delta k = 1,2 \times 10^{-7} \text{ m}^2$.

Exprimer la valeur de la longueur d'onde λ avec son incertitude. Confronter aux valeurs données par le fabricant de l'appareil ; conclure.

Conformément aux recommandations de la métrologie, nous faisons le choix de la notation $U(x)$ pour l'incertitude (Uncertainty) sur la mesure de x plutôt que la notation Δx .

$$U(\lambda) = \lambda \cdot \sqrt{\left(\frac{U(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{U(k)}{k}\right)^2}$$

Sur la figure, on lit $D = 200,0 \pm 0,1 \text{ cm}$, on en déduit que $U(D) = 0,1 \text{ cm}$

$$U(\lambda) = 6,25 \times 10^{-7} \times \sqrt{\left(\frac{0,1}{200,0}\right)^2 + \left(\frac{1,2 \times 10^{-7}}{2,5 \times 10^{-6}}\right)^2} = 3 \times 10^{-8} \text{ m}$$

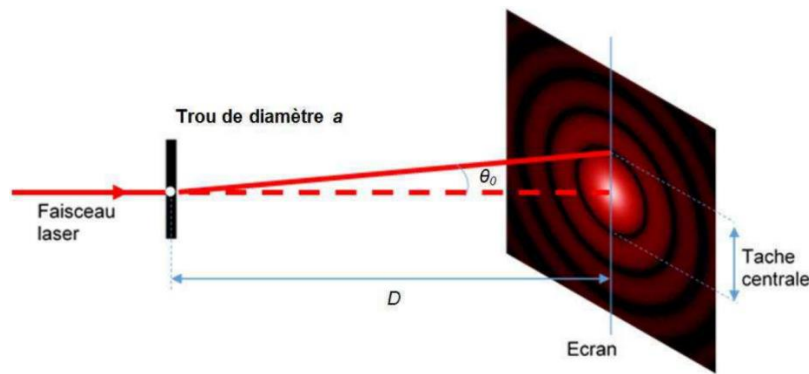
Ainsi : $\lambda = (6,3 \pm 0,3) \times 10^{-7} \text{ m}$

La valeur de $635 \text{ nm} = 6,35 \times 10^{-7} \text{ m}$ donnée par le fabricant est bien incluse dans l'intervalle de confiance. Les mesures sont validées.

Partie 2 : Etude de la diffraction par la poudre de cacao

Dans cette partie, on considère que l'on peut déterminer le diamètre moyen des grains de cacao d'une poudre donnée en utilisant une figure de diffraction réalisée avec la diode laser de longueur d'onde $\lambda = 635 \text{ nm}$.

Donnée : Expérience de diffraction par un trou circulaire :



La figure de diffraction obtenue par un trou circulaire est constituée de cercles concentriques alternativement brillants et sombres avec :

$$\sin \theta_0 = \frac{1,22 \cdot \lambda}{a}$$

λ : longueur d'onde du faisceau laser, exprimée en mètre

a : diamètre du trou, exprimée en mètre

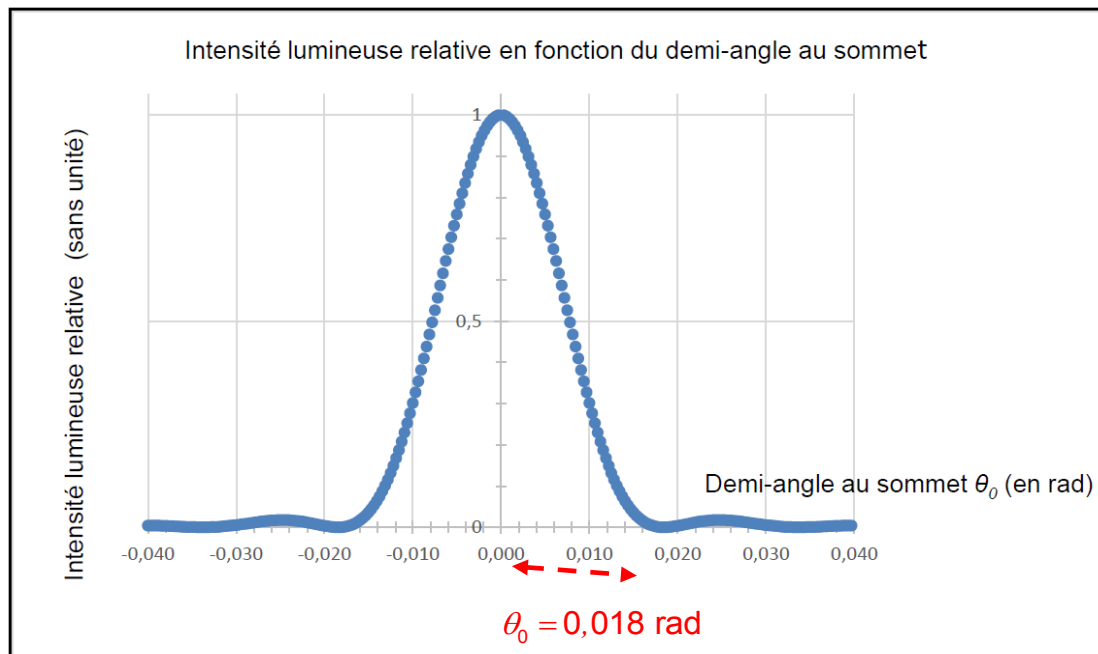
θ_0 : demi-angle au sommet, exprimée en radian

2.1. En utilisant un montage proche de celui donné ci-dessus, on réalise l'expérience sur un échantillon de poudre de cacao.

Sachant que les grains de cacao sont assimilés à des sphères, justifier le fait qu'on observe une figure de diffraction identique à celle obtenue avec un trou circulaire.

Le grain sphérique se comporte comme un obstacle circulaire et donne donc la même figure de diffraction qu'un trou de même dimension (tout comme une fente et un fil de mêmes dimensions donnent la même figure de diffraction).

2.2. Après traitement informatique des résultats expérimentaux lors du contrôle d'un échantillon de poudre de cacao, on obtient le graphe ci-dessous donnant l'intensité lumineuse relative sur l'écran en fonction du demi-angle θ_0 . Peut-on utiliser cet échantillon pour un chocolat de couverture ?



D'après la courbe fournie, $\theta_0 = 0,018 \text{ rad}$

Or $\sin(\theta_0) = \frac{1,22 \cdot \lambda}{a}$ donc $a = \frac{1,22 \cdot \lambda}{\sin(\theta_0)}$

$$a = \frac{1,22 \times 635 \times 10^{-9}}{\sin(0,018)} = 4,3 \times 10^{-5} \text{ m} = 43 \mu\text{m}$$

D'après le document 2, ces grains sont trop gros pour être utilisés comme chocolat de couverture dont le diamètre moyen vaut $a = 10 \mu\text{m}$.

TYPE BAC 17 : QUELLE TAILLE POUR LES MAILLES D'UN TAMIS

Les artémies (voir photo ci-contre) sont des crustacés élevés pour nourrir les poissons des aquariums. Leur taille doit être adaptée à l'espèce de poisson à nourrir. On utilise des tamis calibrés pour les sélectionner.



Source :

<https://fr.m.wikipedia.org>

On se propose dans cet exercice de déterminer la taille des mailles d'un tamis en utilisant une diode laser de longueur d'onde $\lambda = (650 \pm 10) \text{ nm}$.

1. Vérification de la valeur de la longueur d'onde de la diode laser utilisée

Pour vérifier la valeur de la longueur d'onde de la diode laser annoncée par le constructeur, on réalise une expérience dont le schéma est donné ci-dessous (figure 1).

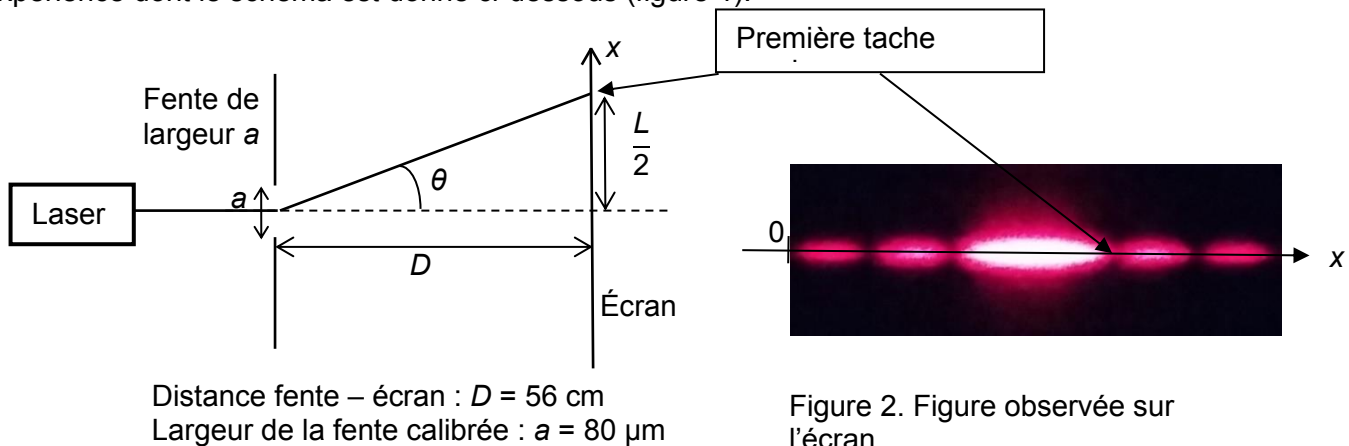


Figure 1. Schéma de l'expérience (échelle non respectée)

Figure 2. Figure observée sur l'écran

1. Nommer le phénomène physique responsable des taches lumineuses observées sur l'écran. Discuter qualitativement de l'influence de la largeur de la fente et de la longueur d'onde de l'onde incidente sur le phénomène observé.

Ce phénomène se nomme la diffraction. Ce phénomène est d'autant plus marqué que la largeur de la fente a est petite face à la longueur d'onde λ de la lumière, ainsi l'écart angulaire θ sera plus grand.

2. On rappelle que l'angle θ est donné par la relation $\theta = \frac{\lambda}{a}$ et on considère que $\tan \theta \approx \theta$ pour les petits angles ($\theta \ll 1 \text{ rad}$). Déterminer l'expression de l'angle θ en fonction de la largeur L de la tache centrale et de D . En déduire l'expression de la longueur d'onde λ en fonction de L , a et D .

On a un triangle rectangle dont le côté opposé a une longueur égale à $L/2$ et le côté adjacent a une longueur égale à D .

$$\tan(\theta) \approx \theta = \frac{L/2}{D} \quad \text{ainsi } \theta = \frac{L}{2D}$$
$$\text{Et comme } \theta = \frac{\lambda}{a} \text{ alors } \frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D}, \text{ finalement } \lambda = \frac{L \cdot a}{2D}$$

Pour faire une mesure précise, on remplace l'écran par une caméra qui permet d'obtenir l'intensité lumineuse relative* en fonction de la position x , repérée selon l'axe indiqué sur la photo de la figure 2. L'origine $x = 0 \text{ m}$ est prise sur le bord du capteur de la caméra. On obtient alors la figure 3.

3. Déterminer la valeur de la longueur d'onde de la diode laser utilisée en exploitant la courbe obtenue sur la figure 3. La comparer à la valeur indiquée par le constructeur.

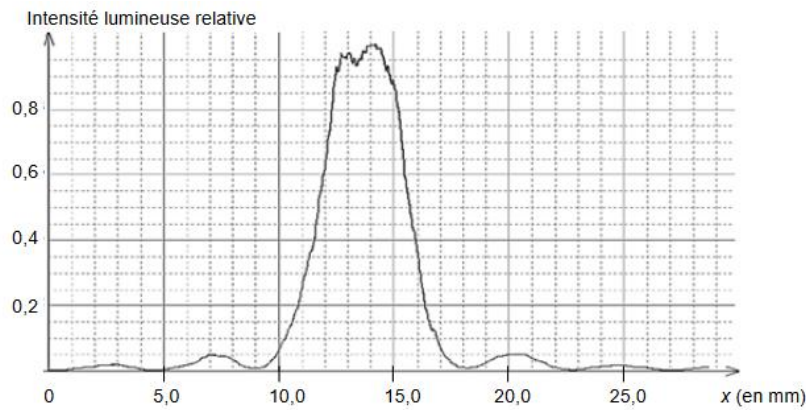


Figure 3. Intensité lumineuse relative en fonction de la position sur l'écran

Sur la figure 3, on mesure la largeur L de la tache centrale $L = 18,0 - 9,0 = 9,0$ mm.

$$\lambda = \frac{L \cdot a}{2D} = \frac{9,0 \times 10^{-3} \times 80 \times 10^{-6}}{2 \times 56 \times 10^{-2}} = 6,4 \times 10^{-7} \text{ m} = 643 \text{ nm}.$$

Le fabricant indique $\lambda = (650 \pm 10)$ nm, ainsi en tenant compte de l'incertitude de 10 nm, on constate que notre mesure est compatible avec celle du fabricant.

2. Calibrage du tamis de récupération

Le but de cette partie est de vérifier que le tamis disponible, dont le maillage est représenté sur la figure 5, permet de récupérer toutes les artémies d'une taille supérieure à 150 μm . On réalise une expérience d'interférences pour évaluer les dimensions du tamis en utilisant la diode laser précédente. La largeur du fil plastique constituant le tamis est égale à 230 μm .

L'expérience d'interférences est décrite ci-dessous :

- le montage utilisé est donné sur la figure 4 ;
- on utilise la diode laser de longueur d'onde $\lambda = (650 \pm 10)$ nm. La distance entre le tamis et l'écran vaut $D = (7,75 \pm 0,03)$ m ;
- on note b la distance entre les centres de deux trous consécutifs du maillage du tamis ;
- la figure d'interférences obtenue est donnée sur les figures 6 et 7.

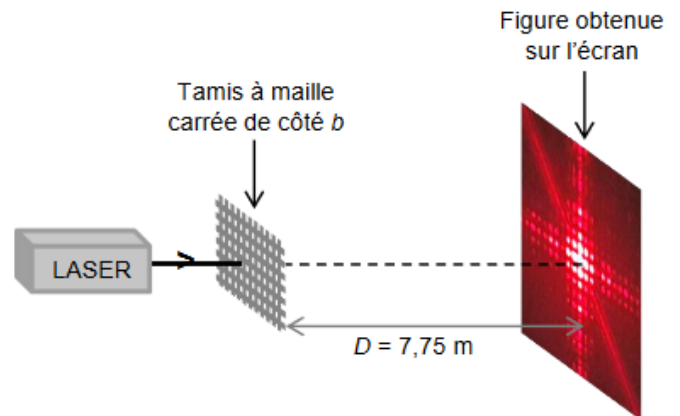


Figure 4. Montage utilisé (échelle non respectée)

1. Expliquer brièvement, sans calcul, l'origine de la présence de zones sombres et de zones brillantes dans une figure d'interférences lumineuses.

Chaque maille du tamis se comporte comme une source de lumière. Toutes ces sources interfèrent entre elles. Les zones sombres sont dues à des interférences destructives : en ces points de l'écran les ondes parviennent en opposition de phase. Tandis que les zones brillantes correspondent à des interférences constructives où les ondes parviennent en phase.

Le centre de la figure d'interférences de la figure 6 est représenté sur la figure 7 ci-dessus à l'échelle 1/1. L'interfrange, noté i , est défini comme la distance entre les centres de deux taches lumineuses successives selon l'axe identifié sur la figure 7.

L'expression de l'interfrange est donnée par la relation : $i = \frac{\lambda \times D}{b}$.

L'incertitude-type $u(b)$ sur la grandeur b peut se calculer à partir de la relation :

$$\frac{u(b)}{b} = \sqrt{\left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{u(i)}{i}\right)^2 + \left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2}$$

où $u(x)$ désigne l'incertitude-type associée à la grandeur x

Le centre de la figure d'interférences de la figure 6 est représenté sur la figure 7 ci-dessus à l'échelle 1/1.
L'interfrange, noté i , est défini comme la distance entre les centres de deux taches lumineuses successives selon l'axe identifié sur la figure 7.

L'expression de l'interfrange est donnée par la relation : $i = \frac{\lambda \times D}{b}$.

L'incertitude-type $u(b)$ sur la grandeur b peut se calculer à partir de la relation :

$$\frac{u(b)}{b} = \sqrt{\left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{u(i)}{i}\right)^2 + \left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2}$$

où $u(x)$ désigne l'incertitude-type associée à la grandeur x

- 2.** Évaluer la valeur de l'interfrange i en explicitant la méthode suivie pour obtenir la meilleure précision.
Évaluer l'incertitude-type $u(i)$ sur la mesure de l'interfrange i .

Pour une meilleure précision, on mesure plusieurs interfranges.

$$4i = 5,9 \text{ cm}$$

$$i = 1,5 \text{ cm}$$

Lors d'une mesure à la règle, on peut estimer l'incertitude égale à la demi-graduation donc à $u(i) = 0,05 \text{ cm}$.

On accepte aussi $u(i) = 0,1 \text{ cm}$.

- 3.** Calculer b puis évaluer $u(b)$.

$$i = \frac{\lambda \cdot D}{b} \text{ donc } b = \frac{\lambda \cdot D}{i}$$

$$b = \frac{650 \times 10^{-9} \times 7,75}{1,5 \times 10^{-2}} = 3,4 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\frac{u(b)}{b} = \sqrt{\left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{u(i)}{i}\right)^2 + \left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2}$$

$$u(b) = b \cdot \sqrt{\left(\frac{u(D)}{D}\right)^2 + \left(\frac{u(i)}{i}\right)^2 + \left(\frac{u(\lambda)}{\lambda}\right)^2}$$

$$u(b) = 3,358 \times 10^{-4} \cdot \sqrt{\left(\frac{0,03}{7,75}\right)^2 + \left(\frac{0,05}{1,5}\right)^2 + \left(\frac{10}{650}\right)^2} = 1,3 \times 10^{-5} \text{ m}$$

On arrondit par excès à un seul chiffre significatif $u(b) = 2 \times 10^{-5} \text{ m} = 0,2 \times 10^{-4} \text{ m}$

$$b = (3,4 \pm 0,2) \times 10^{-4} \text{ m}$$

- 4.** Indiquer si le tamis étudié permet de récupérer les artémies voulues. Justifier.

On veut récupérer les artémies d'une taille supérieure à $150 \mu\text{m}$.

La largeur du fil plastique constituant le tamis est égale à $230 \mu\text{m}$.

t largeur du trou, f largeur du fil

$$b = t + f$$

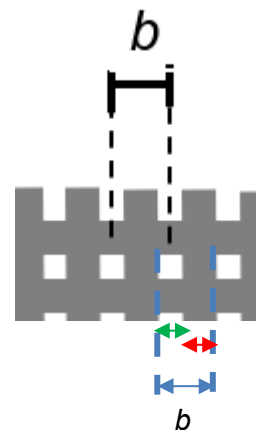
$$t = b - f$$

$$t = 3,4 \times 10^{-4} - 230 \times 10^{-6} = 3,4 \times 10^{-4} - 2,30 \times 10^{-4} = 1,1 \times 10^{-4} \text{ m} < 150 \times 10^{-6} \text{ m}$$

En considérant la valeur maximale de b : $b = (3,4 + 0,2) \times 10^{-4} = 3,6 \times 10^{-4} \text{ m}$

$$t = 3,6 \times 10^{-4} - 230 \times 10^{-6} = 3,6 \times 10^{-4} - 2,30 \times 10^{-4} = 1,3 \times 10^{-4} \text{ m} < 150 \times 10^{-6} \text{ m}$$

Les artémies sont plus larges que le trou, elles seront donc bien récupérées dans le tamis.

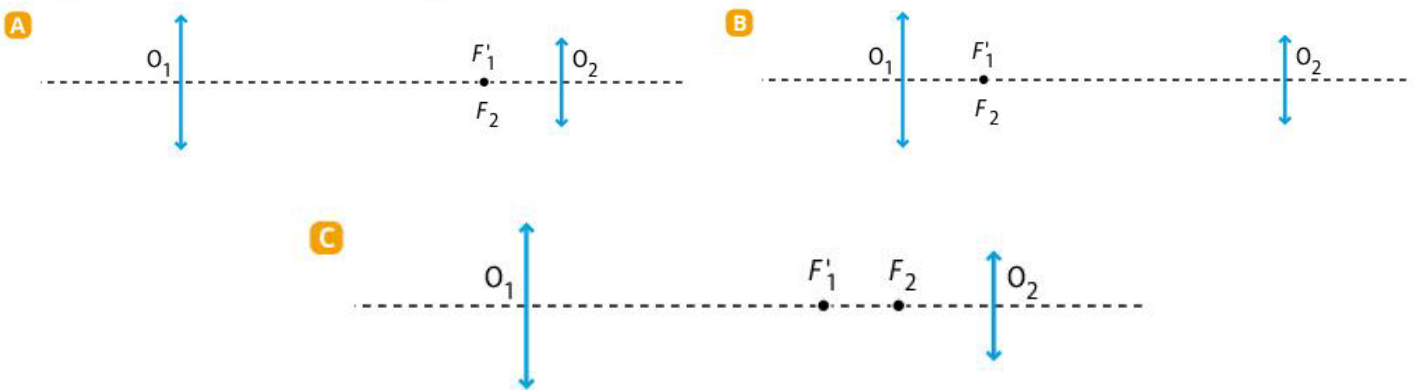


2. Former des images

Exercice 87 : La lumière issue d'un point objet B, situé à l'infini, traverse une lunette astronomique afocale, modélisée par deux lentilles minces convergentes.

- Les affirmations ci-dessous sont-elles exactes ? Corriger celles qui sont incorrectes.
 - L'image B_1 du point objet B donnée par l'objectif se situe dans le plan perpendiculaire à l'axe optique contenant le foyer image de la lentille modélisant l'objectif de la lunette.
Affirmation correcte.
 - L'image B_1 devient un objet pour l'oculaire.
Affirmation correcte.
 - Le point B_1 se situe dans le plan perpendiculaire à l'axe optique contenant le foyer image de la lentille modélisant l'oculaire de la lunette.
Le point B_1 se situe dans le plan perpendiculaire à l'axe optique contenant le foyer objet de la lentille modélisant l'oculaire de la lunette ce qui revient aussi à dire que le point B_1 se situe dans le plan perpendiculaire à l'axe optique contenant le foyer image de la lentille modélisant l'objectif.
 - Le faisceau émergent de l'oculaire est toujours parallèle à l'axe optique.
Le faisceau émergent de l'oculaire est toujours un faisceau parallèle.

Exercice 88 :



- Parmi les modélisations suivantes, identifier celle qui correspond à une lunette astronomique afocale.
La modélisation A est correcte.
- Expliquer pourquoi les autres ne conviennent pas.
La modélisation B ne convient pas car la distance focale de l'objectif doit être plus grande que celle de l'oculaire.
La modélisation C ne convient pas car la lunette n'est pas afocale (F'_1 ne coïncide pas avec F_2).

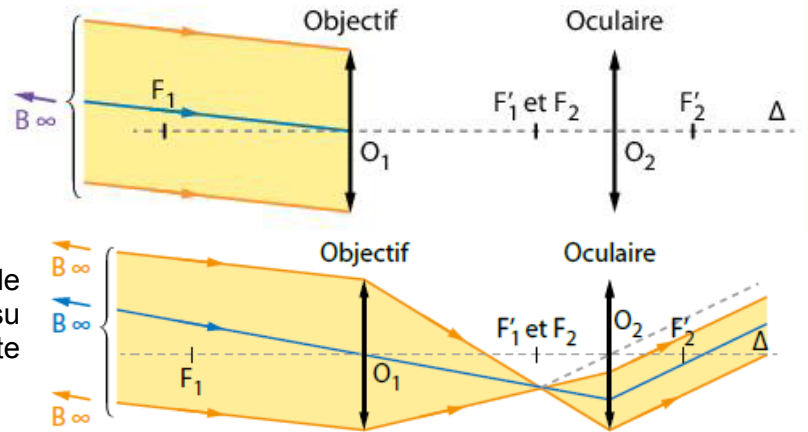
Exercice 89 : On modélise une lunette afocale par deux lentilles minces convergentes, un objectif de distance focale 20,0 cm et un oculaire de distance focale 5,0 cm.

- Définir une lunette astronomique afocale.
Une lunette astronomique afocale est constituée de deux lentilles minces convergentes, l'objectif et l'oculaire. Les deux lentilles ont le même axe optique. La distance focale de l'objectif est supérieure à la distance focale de l'oculaire. Le foyer image de l'objectif est confondu avec le foyer objet de l'oculaire.
- Schématiser cette lunette afocale (échelle : 1,0cm sur le schéma représente 5,0 cm dans la réalité).

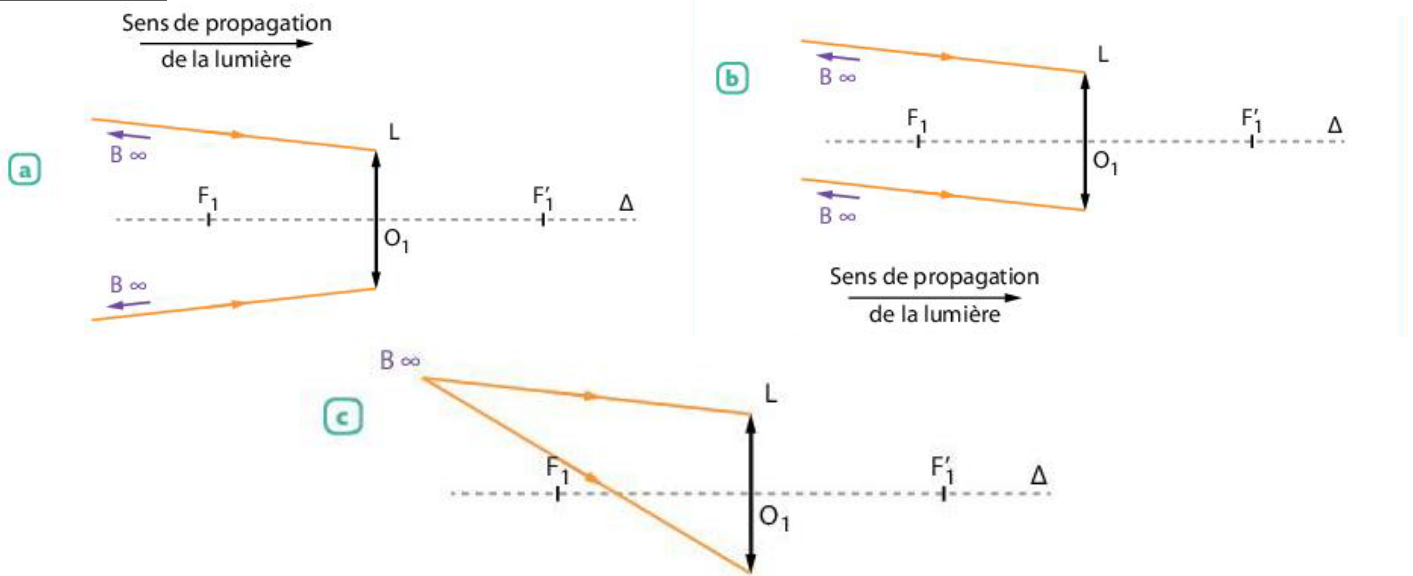


Exercice 90 : On a schématisé ci-contre une lunette astronomique afocale modélisée par deux lentilles minces convergentes. On a représenté le faisceau lumineux issu d'un point objet B situé à l'infini éclairant l'objectif de la lunette.

- Reproduire le schéma et représenter le faisceau émergent du point objet issu du point B après traversée de cette lunette.



Exercice 91 :

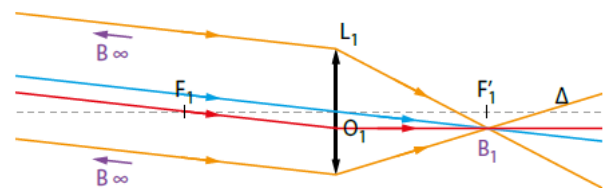


- Quelle est la schématisation représentant correctement le faisceau lumineux issu d'un point objet B situé à l'infini et qui éclaire une lentille mince convergente parmi les propositions ci-dessous ? Justifier le choix.

C'est la configuration **b** : l'objectif reçoit un faisceau parallèle issu d'un objet situé à l'infini.

- Reproduire le schéma correct et construire l'image B_1 et B à travers la lentille L.

Construction :



- Appliquer la relation de conjugaison à l'objectif de la lunette astronomique pour montrer que l'image intermédiaire d'un objet situé à l'infini se forme dans le plan focal image de la lentille.

Application de la relation de conjugaison à l'objectif : $\frac{1}{O_1A_1} = \frac{1}{O_1A} + \frac{1}{f'_1}$

L'objet AB étant à l'infini : $\overline{O_1A} \rightarrow \infty$, donc $\frac{1}{O_1A} \rightarrow 0$

Soit $\overline{O_1A_1} = f'_1 = \overline{O_1F'_1}$

Le point A_1 image du point A est donc confondu avec le foyer image F'_1 et l'image intermédiaire A_1B_1 se forme dans le plan focal image de l'objectif.

- À quelle distance de l'objectif faut-il placer l'oculaire pour qu'un œil normal puisse observer l'image définitive sans accommoder ?

Application de la relation de conjugaison à l'oculaire : $\frac{1}{O_2A'} = \frac{1}{O_2A_1} + \frac{1}{f'_2}$

L'image A'B' doit être à l'infini pour qu'un œil normal observe sans accommoder :

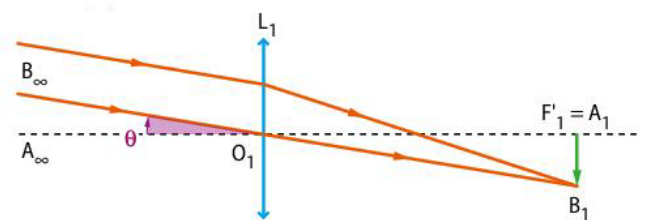
$$\overline{O_2 A'} \rightarrow \infty, \text{ donc } \frac{1}{\overline{O_2 A'}} \rightarrow 0$$

$$\text{Soit } \overline{O_2 A_1} = -f'_2 = -\overline{O_2 F'_2} = \overline{O_2 F_2}$$

Le point A₁ image du point A est donc confondu avec le foyer objet F₂ et l'image intermédiaire A₁B₁ se forme dans le plan focal objet de l'oculaire.

Exercice 92 : L'objectif L₁ de la lunette astronomique donne d'un objet AB de diamètre apparent θ , situé à l'infini, une image intermédiaire A₁B₁ comme indiqué sur le schéma suivant.

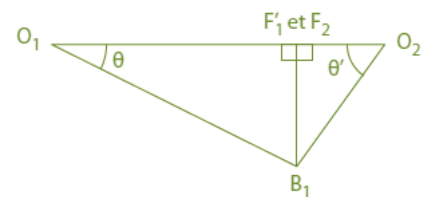
Données : Le diamètre apparent vaut 30' d'arc ;
L'objectif de la lunette a une distance focale $f'_1 = 80$ cm ;
L'oculaire de la lunette a une distance focale $f'_2 = 20$ mm.



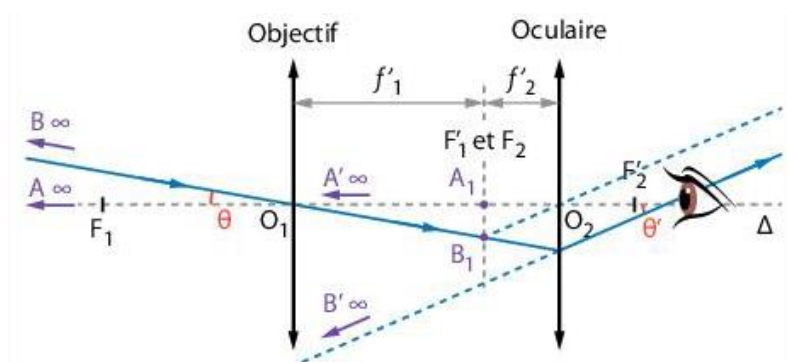
- Déterminer par le calcul la taille de l'image A₁B₁.
En appliquant les relations trigonométriques dans le triangle rectangle O₁A₁B₁, on obtient :
 $A_1B_1 = \tan(\theta) \cdot f'_1 = \tan(0,51^\circ) \times 80 = 0,7$ cm de haut.
- Expliquer pourquoi il n'est pas possible de déterminer le grandissement.
Le grandissement est défini comme le rapport de la taille de l'image sur la taille de l'objet. Comme on n'a pas accès à la taille de l'objet, on ne peut pas déterminer le grandissement.
- À quelle distance de l'objectif faut-il placer l'oculaire pour que l'image définitive se forme à l'infini ?
Pour que l'image définitive se forme à l'infini, il faut placer l'oculaire de telle manière que l'image intermédiaire A₁B₁ se forme dans le plan focal objet de l'oculaire. La distance entre l'objectif et l'oculaire vaut alors $O_1O_2 = f'_1 + f'_2 = 82$ cm.
- L'image définitive est-elle réelle ou virtuelle ?
L'image définitive est observée à travers la lunette, elle est donc virtuelle.
- L'image définitive est-elle dans le même sens ou renversée par rapport à l'objet visé ?
L'image définitive est dans le même sens que l'image intermédiaire, elle est donc renversée par rapport à l'objet.

Exercice 93 :

- Exprimer la tangente de l'angle θ dans le triangle B₁O₁F'₁.
D'après le schéma, $\tan(\theta) =$
- Dans le triangle B₁O₂F₂, on écrit : $\tan(\theta') = \frac{F_2 B_1}{O_2 F_2}$.
 - Reproduire le schéma et repérer l'angle θ' .
En appliquant la définition de θ' donnée dans l'énoncé :
 - À quelle condition peut-on écrire que $\theta' = \frac{F_2 B_1}{O_2 F_2}$?
Il faut que l'angle θ' soit petit et exprimé en radian (inférieur à 0,3 rad, soit 17°).



Exercice 94 : On a représenté ci-contre le schéma d'une lunette afocale.



- Justifier que $\tan(\theta) = \frac{A_1B_1}{O_1F'_1}$.

Dans le triangle $O_1A_1B_1$, l'angle $\widehat{A_1O_1B_1}$ est opposé par le sommet à l'angle θ et vaut donc θ .

Le point A_1 est placé sur le foyer image de l'objectif et donc $O_1A_1 = O_1F'_1$.

Le triangle $O_1A_1B_1$ est rectangle en A_1 et on a bien : $\tan \theta = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{A_1B_1}{O_1F'_1}$.

- Exprimer $\tan(\theta')$ en fonction de A_1B_1 et O_2F_2 .

La lunette est afocale de sorte que le foyer objet F_2 de l'oculaire est confondu avec le foyer image F'_1 de l'objectif : $O_2F'_1 = O_2F_2 = O_2A_1$.

Dans le triangle $O_2A_1B_1$ rectangle en A_1 , l'angle $\widehat{A_1O_2B_1}$ est égal à θ' (angles correspondants).

On a donc : $\tan \theta' = \frac{A_1B_1}{O_2F'_1} = \frac{A_1B_1}{O_1F_2}$

- Les angles θ et θ' étant petits, exprimer le grossissement G en fonction de f'_1 et f'_2 .

$\frac{\tan \theta'}{\tan \theta} = \frac{O_1F'_1}{O_2F_2} = \frac{f'_1}{f'_2}$; les angles sont petits, on peut confondre la mesure de $\tan \theta$ avec celle de θ .

$$\text{D'où : } G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{f'_1}{f'_2}$$

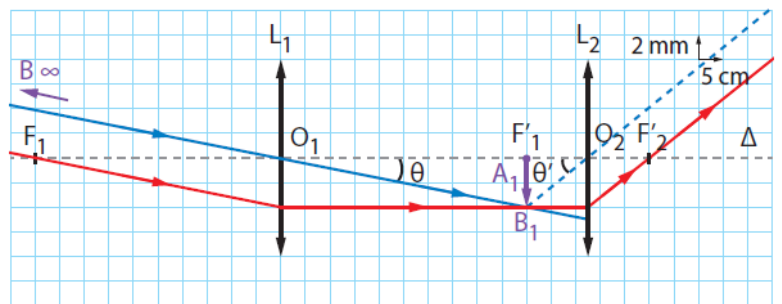
Exercice 95 : On réalise la maquette d'une lunette astronomique afocale à l'aide de deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2 afin d'observer la Lune.

On choisit deux points A et B diamétralement opposés, l'objet AB ainsi défini est considéré à l'infini.

On a représenté, sur le schéma à l'échelle ci-dessous, les deux lentilles, ainsi que l'image intermédiaire A_1B_1 de la Lune donnée par l'objectif.

- Reproduire la figure à l'aide de l'échelle et tracer le trajet lumineux de deux rayons issus du point objet B.

Les rayons issus de $B \infty$ sont parallèles.



- Représenter sur la figure l'angle θ sous lequel on voit la Lune à l'œil nu. Le calculer.

On a : $\tan(\theta) = \frac{A_1B_1}{O_1F'_1}$; on relève $A_1B_1 = 4 \text{ mm}$ (on compte 2 divisions et 1 division fait 2 mm).

On relève aussi : $O_1F'_1 = 50 \text{ cm}$.

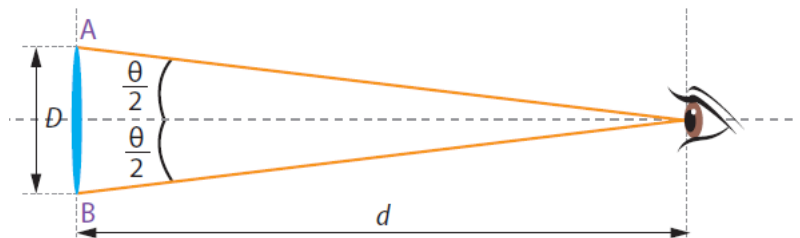
On en déduit $\tan \theta = 8 \times 10^{-3}$.

Cette tangente étant petite, on l'assimile à l'angle.

L'angle sous lequel on voit la Lune à l'œil nu est $\theta = 8 \times 10^{-3} \text{ rad}$, soit environ $0,5^\circ$.

- Calculer la distance Terre-Lune sachant que le diamètre de la Lune est $D = 3,47 \times 10^3 \text{ km}$.

Le diamètre apparent de la Lune est l'angle sous lequel on voit la Lune à l'œil nu :



On a : $\frac{D}{2} = d \times \tan \frac{\theta}{2}$; ici $\frac{D}{2} = d \times \frac{\theta}{2}$ (angle θ petit) et donc :

$D = d \times \theta$ d'où l'on tire : $d = \frac{D}{\theta} = \frac{3,47 \times 10^3}{8 \times 10^{-3}} = 4 \times 10^5 \text{ km}$.

- Sous quel angle θ' l'image de la Lune donnée par la lunette est-elle vue ?

$\tan(\theta') = \frac{A_1B_1}{O_2A_1} = \frac{A_1B_1}{O_2F'_1}$;

ici $O_2F'_1 = 125 \text{ mm}$ et $A_1B_1 = 4,0 \text{ mm}$; on calcule alors l'angles sous lequel on voit l'image donnée

par la lunette : $\theta' = 3,2 \times 10^{-2}$ rad, soit $1,8^\circ$.

Exercice 96 :

1. Quelles sont les indications numériques qui caractérisent l'objectif d'une lunette astronomique ?
Les indications sont le diamètre de l'objectif D et la distance focale de l'objectif f'_1 .
2. Quelle est l'unité de ces deux grandeurs ?
 D et f'_1 sont données en mm.

Exercice 97 :

1. Quelle est la distance focale de l'objectif de cette lunette astronomique ?
Le deuxième nombre indiqué correspond à la distance focale, en millimètre, de l'objectif de la lunette commerciale. On a $f' = 900$ mm.
2. Quelle est le diamètre de l'objectif de cette lunette astronomique ?
Le premier nombre indiqué correspond au diamètre, en millimètre, de l'objectif de la lunette commerciale. On a $D = 70$ mm.



Exercice 98 : Voici un extrait de la notice d'une lunette astronomique :

Ouverture : 50 mm **Longueur focale :** 600 mm
Livrée avec : 3 oculaires de 20 mm, 12 mm et de 4 mm

1. À quelles caractéristiques de la lunette correspondent les différentes valeurs exprimées en mm ?
L'ouverture correspond au diamètre de l'objectif, la longueur focale à la distance focale de l'objectif et les 3 oculaires sont caractérisés par leurs distances focales.
2. Calculer les valeurs de grossissement possibles.

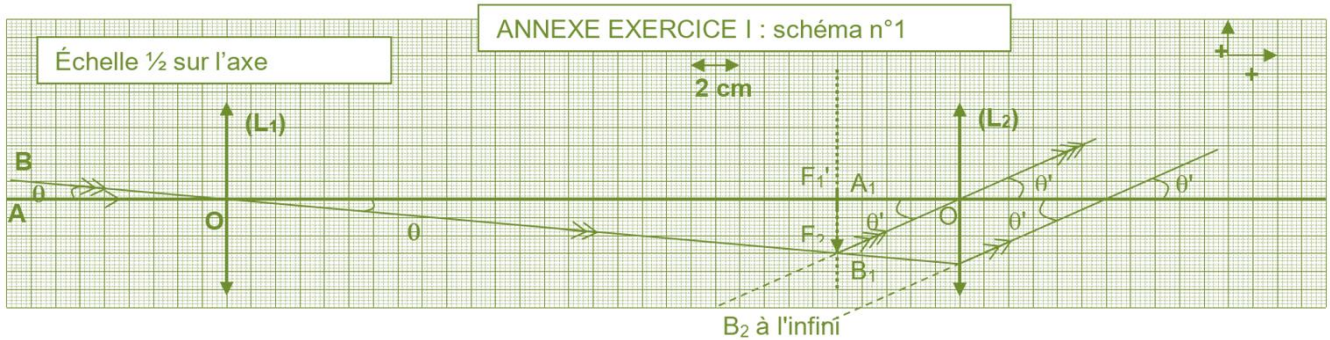
Par définition : $\bar{G} = \frac{f'_1}{f'_2}$. Il y a donc 3 valeurs possibles de grossissement :

$$-\frac{600}{20} = -30 ; -\frac{600}{12} = -50 ; -\frac{600}{4} = -150 ;$$

TYPE BAC 18 : LA LUNETTE DE KEPLER

1. Schéma de la lunette

Compléter le schéma n°1 reproduit à l'échelle $\frac{1}{2}$ sur l'axe horizontal, de **L'ANNEXE** en plaçant la lentille (L_2) de telle façon que le foyer objet F_2 de l'oculaire coïncide avec le foyer image F'_1 de l'objectif.



2. Images et grossissement

L'astre observé est à l'infini, son diamètre AB est perpendiculaire à l'axe optique en A. Tous les rayons issus de B sont parallèles entre eux et font avec l'axe optique un angle θ qui est le diamètre apparent de l'astre. Un des rayons issus de B est représenté sur les schémas de **L'ANNEXE**

2.1. L'objectif (L_1) donne, de l'astre observé, une image A_1B_1 .

Sur le schéma n°1 de **L'ANNEXE**, recopier et construire l'image A_1B_1 en justifiant la méthode choisie.

Construction de l'image intermédiaire A_1B_1 :

L'objet est à l'infini, son image se trouve donc dans le plan focal image de la lentille (L_1) (tracé en pointillé sur le schéma).

On peut le vérifier en appliquant les relations de conjugaison de Descartes : $\frac{1}{O_1A_1} - \frac{1}{O_1A_\infty} = \frac{1}{O_1F'_1}$
comme $\overline{O_1A_\infty} = -\infty$ alors $\frac{1}{O_1A_1} - 0 = \frac{1}{O_1F'_1}$ donc $\overline{O_1A_1} = \overline{O_1F'_1}$ A_1 est confondu avec F'_1 .

D'autre part le rayon issu de B et passant par le centre optique de la lentille n'est pas dévié. On place B_1 à l'intersection de ce rayon et du plan focal image de L_1 .

2.2. Où se forme l'image définitive A_2B_2 donnée par l'oculaire (L_2) ? Justifier la réponse.

L'image définitive A_2B_2 donnée par l'oculaire (L_2) se retrouve rejetée à l'infini, car A_1B_1 est un objet pour l'oculaire et il se trouve dans le plan focal objet de cet oculaire (L_2). Ainsi l'œil observe A_2B_2 sans accommoder et donc sans fatigue oculaire.

Formule de conjugaison de Descartes : $\frac{1}{O_2A_2} - \frac{1}{O_2A_1} = \frac{1}{O_2F'_2}$

or A_1 confondu avec F_2 donc $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2F_2} = -\overline{O_2F'_2}$

$$\frac{1}{O_2A_2} + \frac{1}{O_2F'_2} = \frac{1}{O_2F'_2} \quad \text{soit} \quad \frac{1}{O_2A_2} = 0 \quad \text{donc} \quad O_2A_2 = \infty.$$

2.3. Compléter la figure en traçant le rayon émergent de la lunette correspondant au rayon incident tracé issu de B. Justifier les tracés nécessaires à cette construction.

On trace un rayon passant par B_1 et le centre optique O_2 de la lentille, ce rayon n'est pas dévié. Le rayon incident issu de B, ressort de la lentille parallèlement au rayon précédent. Voir schéma.

2.4. On appelle grossissement G d'un instrument d'optique le rapport $G = \frac{\theta'}{\theta}$.

Avec θ' est l'angle sous lequel on voit l'image donnée par l'instrument et θ est l'angle sous lequel on voit l'objet à l'œil nu. Pour les angles petits et exprimés en radians, $\tan \theta \approx \theta$

Après avoir indiqué θ' sur le schéma n°1 de **L'ANNEXE**, recopier et montrer que, pour la lunette de Kepler modélisée à la question 1, le grossissement a pour expression $G = \frac{f'_2}{f'_1}$.

En déduire la valeur du grossissement de cette lunette.

Dans le triangle $F_2O_2B_1$ rectangle en O_2 , on peut écrire $\tan \theta' = \frac{A_1B_1}{O_2F_2} = \frac{A_1B_1}{f'_2}$

comme θ' est petit on peut écrire $\theta' = \tan \theta' = \frac{A_1B_1}{f'_2}$

Dans le triangle $F_2O_1B_1$ rectangle en F_2 , on peut écrire $\tan \theta = \frac{A_1B_1}{O_1F_2} = \frac{A_1B_1}{f'_1} = \theta$ car θ est petit.

$$G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1B_1} = \frac{f'_1}{f'_2} \quad G = \frac{250}{50} = 5,0$$

2.5. L'expérience montre que les plus belles images du ciel s'obtiennent avec des grossissements dont la valeur est inférieure à un nombre N .

Ce nombre est identique à la valeur du diamètre D de l'objectif, exprimé en millimètre, soit ici 25. L'idéal pour l'instrument étudié ici est de disposer d'une gamme d'oculaires permettant des grossissements de $N/7$ à N . À partir d'un grossissement égal à N les images paraissent floues à l'œil humain.

Déterminer pour l'instrument étudié, les deux valeurs extrêmes de f'_2 correspondant à ces grossissements.

Pour avoir une image correcte, il faut : $\frac{N}{7} < G < N$ donc $\frac{N}{7} < \frac{f'_1}{f'_2} < N$

$$\frac{N}{7} \times \frac{1}{f'_1} < \frac{1}{f'_2} < N \times \frac{1}{f'_1} \quad \text{soit } \frac{25}{7 \times 250} < \frac{1}{f'_2} < 25 \times \frac{1}{250}$$

$$10 \text{ mm} < f'_2 < 70 \text{ mm}$$

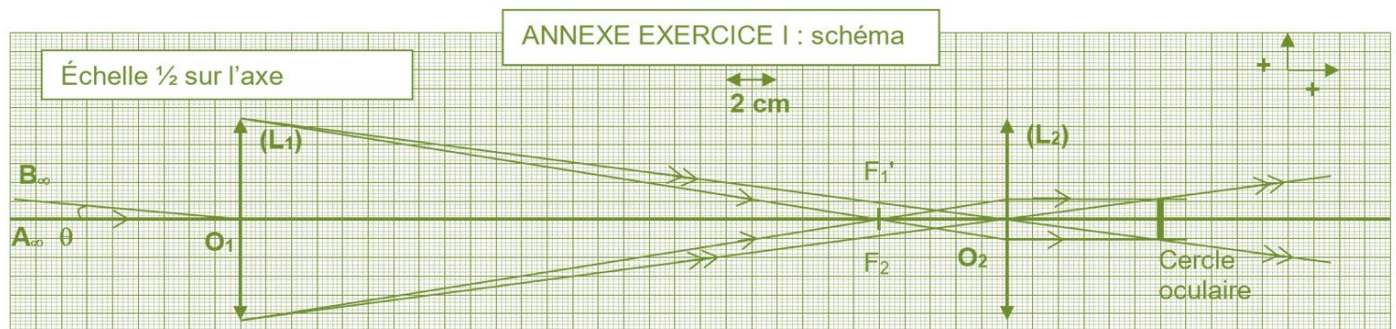
3. Cercle oculaire

3.1. Définir le cercle oculaire

Le cercle oculaire est l'image du bord circulaire de l'objectif formée par l'oculaire.

3.2. Sur le schéma n°2 de **L'ANNEXE**, recopier et construire le cercle oculaire. Quel est son intérêt pratique ?

Construction du cercle oculaire, voir schéma. Cette position d'observation permet à l'œil de collecter toute la lumière issue de l'objectif L_1 . Ainsi l'image A_2B_2 observée est plus lumineuse en cette position.



4. Nouvelle image et grandissement

On approche l'oculaire de 5 mm vers l'objectif.

4.1. Déterminer, par le calcul, la position de l'image définitive A_3B_3 .

A_3B_3 est l'image définitive de A_1B_1 par l'oculaire (L_2). La distance entre l'image intermédiaire A_1B_1 et l'oculaire (L_2) valait 50 mm. L'oculaire est plus proche de 5 mm donc maintenant : $\overline{O_2A_1} = -45 \text{ mm}$.

Appliquons les formules de conjugaison : $\frac{1}{\overline{O_2A_3}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}}$

$$\frac{1}{\overline{O_2A_3}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}} + \frac{1}{\overline{O_2A_1}}, \text{ on réduit au même dénominateur soit } \frac{1}{\overline{O_2A_3}} = \frac{\overline{O_2A_1} + \overline{O_2F'_2}}{\overline{O_2F'_2} \times \overline{O_2A_1}} \text{ donc } \overline{O_2A_3} = \frac{\overline{O_2F'_2} \times \overline{O_2A_1}}{\overline{O_2A_1} + \overline{O_2F'_2}}$$

$$\text{Il vient : } \overline{O_2A_3} = \frac{50 \times (-45)}{50 - 45} = \frac{50 \times (-45)}{5} = -450 \text{ mm}$$

4.2. Calculer le grandissement γ de l'oculaire dans ce cas.

$$\gamma = \frac{\overline{A_3B_3}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_2A_3}}{\overline{O_2A_1}} = \frac{-450}{-45} = 10.$$

TYPE BAC 19 : LUNETTE ASTRONOMIQUE

En 1611, Kepler propose le principe de la lunette astronomique, avec des lentilles convergentes pour l'oculaire et l'objectif. Il améliore la lunette de Galilée, mais l'image est renversée. Kepler ne mettra cependant pas son idée en pratique, et il faudra attendre 1617 pour voir apparaître les premières lunettes astronomiques.

On se propose de modéliser une lunette astronomique à l'aide de deux lentilles convergentes :

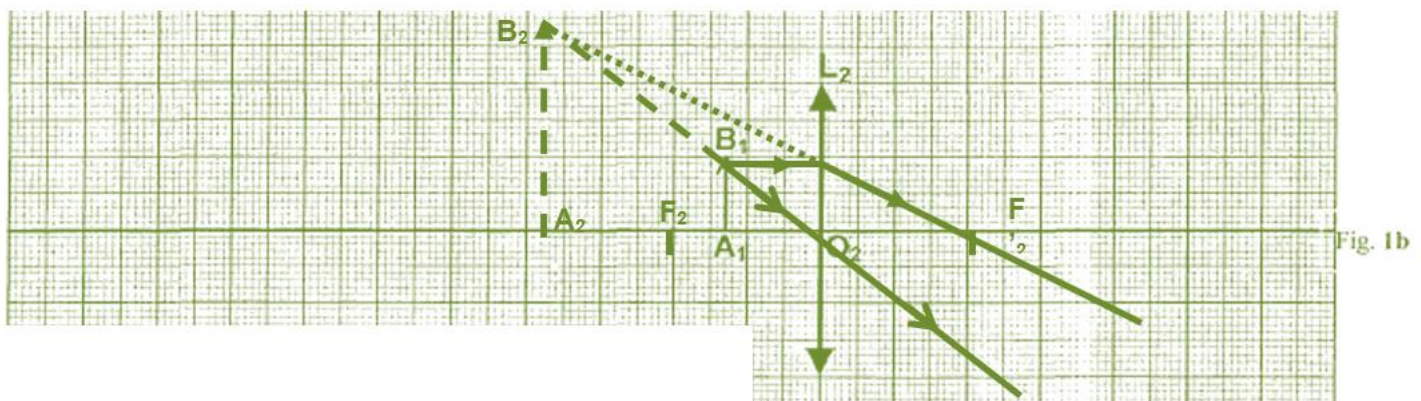
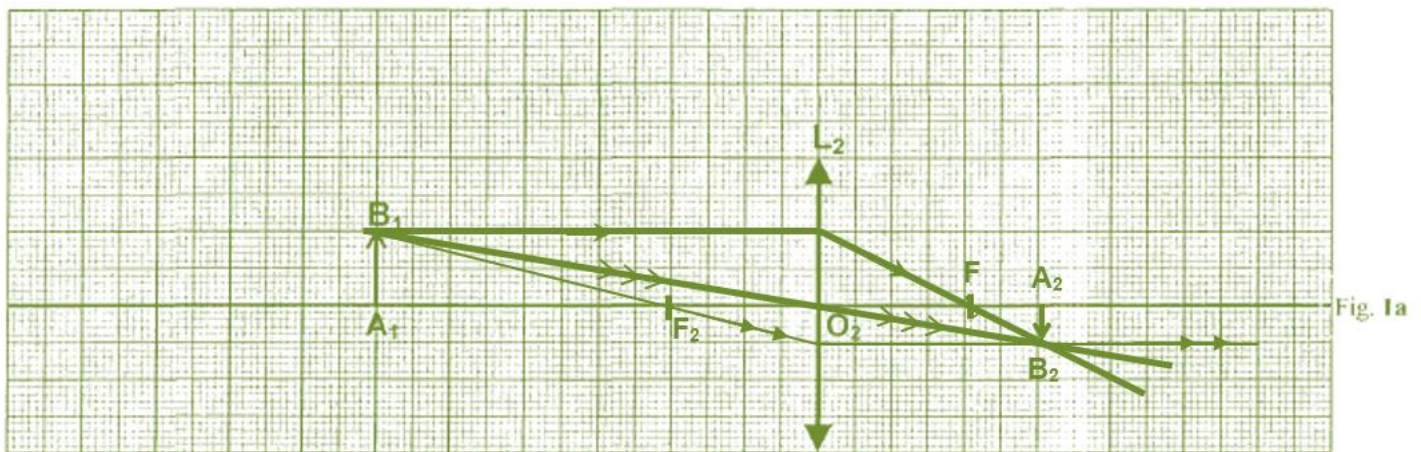
- une lentille L_1 de distance focale $f'_1 = 60$ cm
- une lentille L_2 de distance focale $f'_2 = 10$ cm

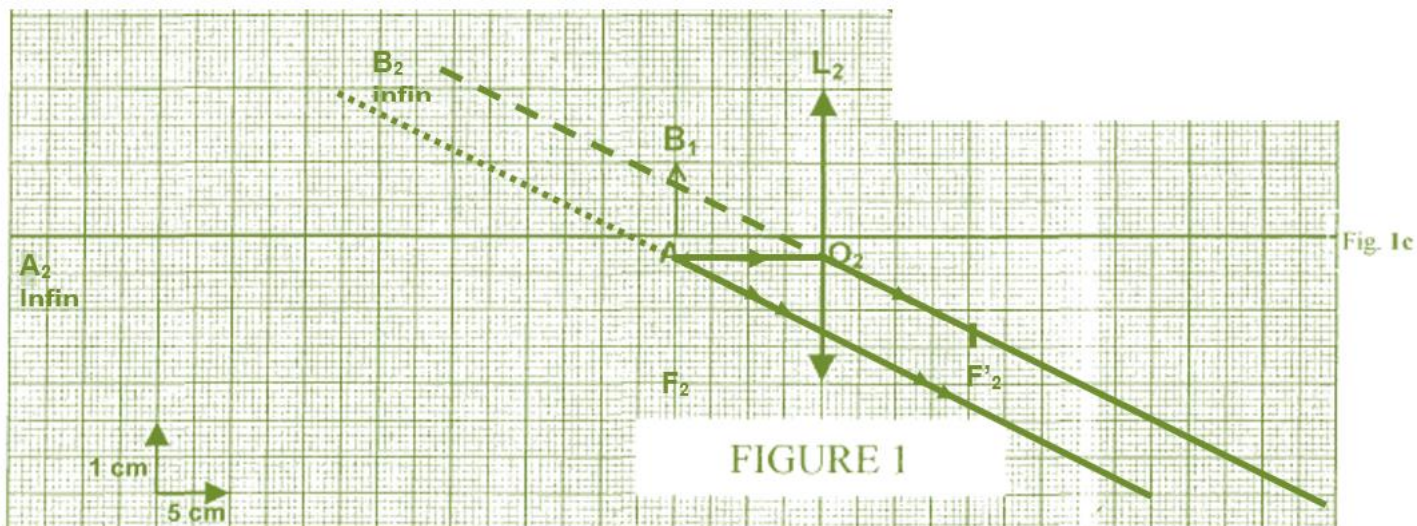
A – Étude de la lentille L_2

1. Calculer la vergence de la lentille L_2 .

$$C_2 = \frac{1}{f'_2} \quad C_2 = \frac{1}{0,10} = 10 \text{ δ}$$

2. Recopier et compléter les figures 1.a, 1.b et 1.c **l'annexe** en indiquant dans chaque cas les foyers de la lentille L_2 et la construction de l'image A_2B_2 de l'objet A_1B_1 .
Les échelles indiquées sur l'annexe correspondent à : horizontalement (1/5) et verticalement (1/1)





$$\overline{O_2A_1} = -1,3 \text{ cm schéma} \quad \text{soit } -1,3 \times 5 = -6,5 \text{ cm réels}$$

$$\frac{1}{\overline{O_2A_2}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}} + \frac{1}{\overline{O_2A_1}} \quad \frac{1}{\overline{O_2A_2}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{-6,5}$$

$$\overline{O_2A_2} = -18,6 \text{ cm} \quad \text{soit } -3,7 \text{ cm schéma}$$

Taille de l'image A_2B_2 : relation de grandissement

$$\gamma = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_2A_2}}{\overline{O_2A_1}} \quad \text{soit } \overline{A_2B_2} = \frac{\overline{O_2A_2}}{\overline{O_2A_1}} \times \overline{A_1B_1} = 2,9 \text{ cm schéma}$$

3. Dans le cas de la figure 1.a. retrouver par le calcul la position de l'image.

En appliquant les formules de conjugaison, il vient : $\frac{1}{\overline{O_2A_2}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}}$

$$\frac{1}{\overline{O_2A_2}} = \frac{1}{\overline{O_2F'_2}} + \frac{1}{\overline{O_2A_1}}$$

$$\overline{O_2A_2} = \frac{\overline{O_2F'_2} \times \overline{O_2A_1}}{\overline{O_2A_1} + \overline{O_2F'_2}}$$

D'après le graphique A_1 se trouve à 6 cm en avant de O_2 , soit 30 cm réels: $\overline{O_2A_1} = -30 \text{ cm}$

$$\overline{O_2A_2} = \frac{10 \times -30}{-30 + 10} = \frac{30}{2} = 15 \text{ cm réels}$$

soit 3 cm sur le schéma, ce qui est confirmé par la construction graphique.

B – Étude d'un modèle de lunette astronomique

On reprend la lentille L_2 à laquelle on associe la lentille L_1 , placée devant L_2 , pour simuler sur le banc d'optique une lunette astronomique utilisée pour observer un objet AB. On se place dans le cas où l'image intermédiaire A_1B_1 est située dans le plan focal objet de la lentille L_2 . La distance entre les centres optiques des deux lentilles est fixée à 70 cm.

1. Quel rôle joue A_1B_1 pour la lentille L_2 ?

A_1B_1 joue le rôle d'objet pour la lentille L_2 .

2. Comment, dans ce système optique, nomme-t-on les lentilles L_1 et L_2 ?

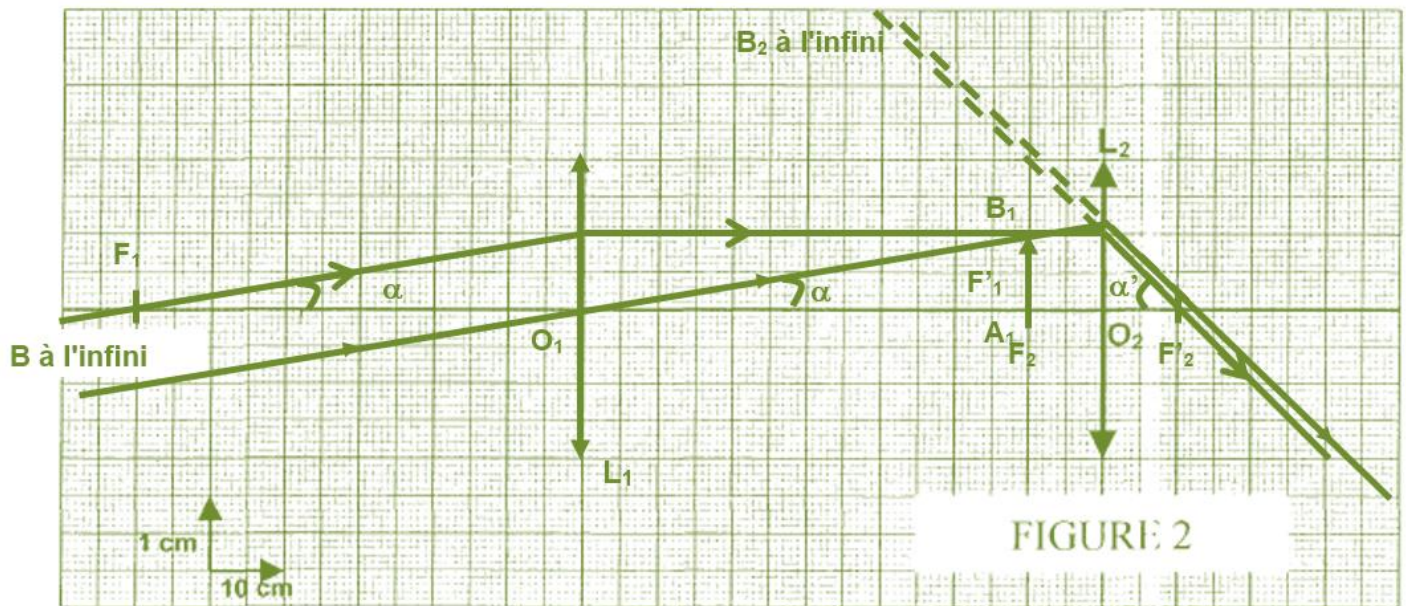
La lentille L_1 s'appelle l'objectif (elle est du côté de l'objet) et la lentille L_2 l'oculaire (du côté de l'œil de l'astronome).

3. Recopier et compléter la figure 2 en traçant :

- la lentille L_1 et son centre optique O_1 .
- les foyers des deux lentilles L_1 et L_2 .

- l'image intermédiaire A_1B_1 de hauteur 1cm.
- le tracé de deux rayons lumineux traversant les deux lentilles du système optique en passant par B_1 .

Les échelles indiquées sur l'annexe correspondent à : horizontalement (1 /10) et verticalement (1 /1)



4. D'après la construction précédente, où se trouve l'objet AB ? Où se trouve l'image définitive A_2B_2 ?
5. L'objet AB est situé à l'infini en avant de L_1 car A_1 est confondu avec F'_1 foyer principal image de L_1 (A étant sur l'axe optique.)
6. L'image définitive A_2B_2 est rejetée à l'infini car A_1 est confondu avec F_2 foyer principal objet de L_2 . (A_2 étant sur l'axe optique). Il faut regarder dans L_2 pour pouvoir l'observer (et ce sans fatigue oculaire).
7. Une des caractéristiques de ce système optique est son grossissement défini par le rapport du diamètre apparent de l'image à celui de l'objet : $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$

a) Définir le diamètre apparent α de l'objet et le diamètre apparent α' de l'image.

Le diamètre apparent α de l'objet est l'angle sous lequel on observe l'objet AB à l'œil nu.

Le diamètre apparent de l'image α' est l'angle sous lequel on voit l'objet à travers l'oculaire.

Les diamètres apparents s'expriment en radians.

b) Indiquer ces deux diamètres apparents sur la figure 2.

Voir figure 2.

c) Exprimer G en fonction des distances focales des deux lentilles puis le calculer.

Dans le triangle (O_2, F'_2, K) rectangle en O_2 , avec K projeté de B_1 sur L_2 (*non marqué sur la figure 2, faute de place*) on peut écrire: $\tan \alpha' = \frac{O_2K}{O_2F'_2} = \alpha'$ car α' est petit.

$$O_2K = A_1B_1 \text{ et } O_2F'_2 = O_2F_2 = f'_2$$

$$\text{soit } \alpha' = \frac{A_1B_1}{f'_2}$$

Dans le triangle (O_1, B_1, A_1) rectangle en A_1 on peut écrire $\tan \alpha = \frac{A_1B_1}{O_1A_1} = \frac{A_1B_1}{f'_1} = \alpha$ car α est petit.

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A_1B_1}{f'_2} \times \frac{f'_1}{A_1B_1} = \frac{f'_1}{f'_2}$$

$$G = \frac{60}{10} = 6,0$$

d) En déduire un moyen d'augmenter le grossissement d'une lunette astronomique.

Pour augmenter le grossissement il suffit d'augmenter la distance focale f'_1 de l'objectif ou de diminuer la distance focale f'_2 de l'oculaire.

3. Étudier la dynamique d'un système électrique

Exercice 99 :

1. Quelle relation permet de définir l'intensité du courant électrique pendant une durée Δt ? L'illustrer par un schéma.

La charge électrique augmente proportionnellement à la durée d'après le graphique.

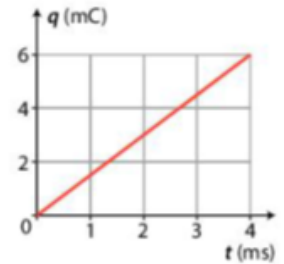
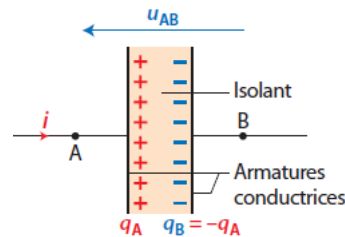
2. Comment l'intensité du courant électrique est-elle définie dans une portion de conducteur ?

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{6,0 \times 10^{-3}}{4,0 \times 10^{-3}} = 1,5 \text{ A}.$$

Exercice 100 : La charge électrique q traversant une section de conducteur est étudiée ci-contre :

1. Comment la charge évolue-t-elle au cours du temps ?

L'isolant est situé entre les armatures représentées par les traits verticaux : leur surface interne porte des charges de signes opposés, en égale quantité.



2. Déterminer l'intensité du courant correspondante.

On a $i = \frac{dq_A}{dt} > 0$. La charge q_A est une fonction croissante du temps puisque sa dérivée est positive.

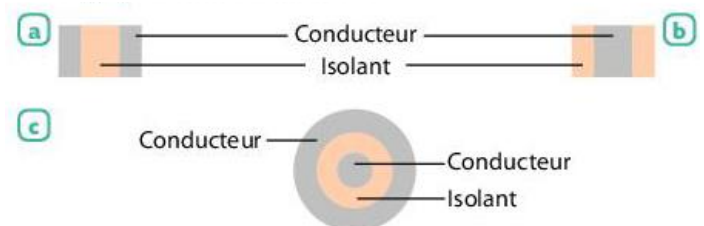
Exercice 101 : Un circuit comportant un condensateur est parcouru par un courant électrique d'intensité variable.

1. Quelle relation lie la tension aux bornes du condensateur à sa capacité ? Préciser les notations sur un schéma.

On a $q_A = q = C \times U_{AB}$ que l'on peut noter $q = C \times U_C$ où $U_C = U_{AB}$ désigne la tension aux bornes du condensateur.

2. En déduire une relation entre l'intensité du courant et la tension aux bornes du condensateur.

En dérivant cette relation par rapport au temps t , on obtient : $\frac{dq}{dt} = C \times \frac{dU_C}{dt}$ soit $i = C \times \frac{dU_C}{dt}$



Exercice 102 :

- Parmi les schémas ci-contre, le(s)quel(s) représente(nt) un condensateur ?

Dans les schémas **a** et **c**, on a deux conducteurs en regard, séparés par un isolant. Ces deux schémas représentent des condensateurs.

Exercice 103 : Les flashes d'appareil photographique contiennent des condensateurs. La décharge rapide du condensateur dans une lampe permet l'émission du flash.

- Déterminer la charge électrique maximale que peut stocker ce condensateur.

Sur la photographie, on peut lire : $C = 150 \mu\text{F}$; $U_{\text{max}} = 200 \text{ V}$.

On a donc $q_{\text{max}} = C \times U_{\text{max}}$ soit : $q_{\text{max}} = 150 \times 10^{-6} \times 200 = 3,00 \times 10^{-2} \text{ C}$.

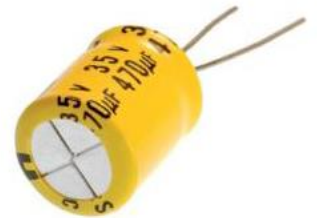


Exercice 104 : Un condensateur possède deux armatures A et B. L'armature A porte une charge électrique $q_A = 4,8 \mu\text{C}$.

1. Que vaut la charge électrique portée par l'armature B ?
Si $q_A = 4,8 \mu\text{C}$, alors $q_B = -4,8 \mu\text{C}$.
2. L'armature B possède-t-elle un excès ou un défaut d'électrons ?
Comme $q_B < 0$, elle porte un excès d'électrons.
3. Lequel de ces schémas représente correctement l'état électrique de ce condensateur ?
Cette situation est donc représentée par le schéma C.
4. Déterminer le signe de la tension U_{AB} entre les deux armatures.
Dans ce cas, le signe de la tension u_{AB} est positive.

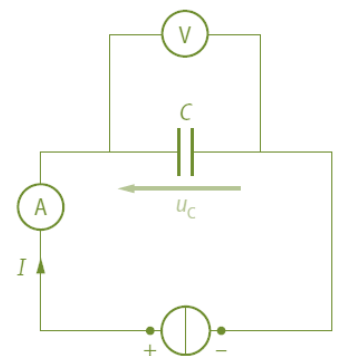
Exercice 105 : Un condensateur initialement déchargé est relié à un courant d'intensité constante I égale à 12 mA.
Au bout d'une minute, la tension aux bornes de ce condensateur vaut 1,5 V.

1. Calculer la valeur de la capacité de ce condensateur.
 $C = I \cdot \frac{\Delta t}{U} = 12 \times 10^{-3} \times \frac{60}{1,5} = 0,48 \mu\text{F}$
2. Ce résultat est-il cohérent avec la photographie ci-contre ?
Sur la photo 480 μF . Ce résultat n'est pas cohérent, il y a un facteur 1 000.
3. Est-ce une valeur courante pour un condensateur ?
0,48 F est une valeur élevée pour la capacité d'un condensateur

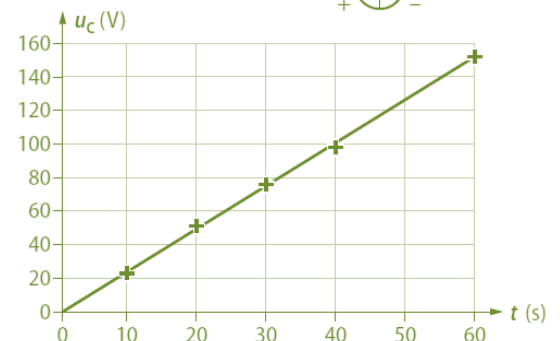


Exercice 106 : On réalise le circuit schématisé ci-contre afin de charger un condensateur de capacité C avec un générateur de courant d'intensité constante $I = 1,0 \text{ mA}$.

On mesure la tension aux bornes du condensateur avec un voltmètre à différents instants. On obtient les résultats suivants.



1. Reproduire le schéma électrique en faisant apparaître le voltmètre permettant la mesure de U_C et de l'intensité du courant délivré par le générateur.
2. Représenter le graphique des variations de U_C en fonction du temps.



3. Quelle information apporte ce graphique ?
D'après le graphique, on peut dire que la tension u_C et la durée de fonctionnement sont proportionnelles. Ce résultat expérimental est cohérent avec la relation vue en cours.
4. En déduire la valeur de la capacité du condensateur utilisé.

Le coefficient directeur de la droite est relié à la valeur de la capacité du condensateur.
 $Q = C \cdot u_C$ et $q = I \cdot \Delta t$ donc $u_C = \frac{1}{C} \cdot \Delta t$

Le calcul du coefficient directeur permet donc de calculer la capacité C du condensateur :

$$C = \frac{I \cdot \Delta t}{u_C} = \frac{1,0 \times 10^{-3} \times 60}{152} = 3,9 \times 10^{-4} \text{ F}$$

Exercice 107 : Un dipôle RC est constitué par l'association d'un condensateur de capacité $C = 47 \mu\text{F}$ et d'un conducteur ohmique de résistance $R = 1,0 \text{ k}\Omega$.

1. Calculer le temps caractéristique de ce dipôle.
On a $\tau = R \times C$, soit :
 $\tau = 1,0 \times 10^3 \times 47 \times 10^{-6} = 47 \times 10^{-3} \text{ s}$.
Le temps caractéristique est 47 ms.

2. À partir de la loi d'ohm et de la relation $i = C \times \frac{dU_C}{dt}$, vérifier par une analyse dimensionnelle que l'expression du temps caractéristique est homogène.

D'après la loi d'Ohm, $u = R \times i$ donc $1 \Omega = 1 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1}$.

D'après la relation $i = C \times \frac{du_C}{dt}$, on déduit : $1 \text{ F} = 1 \text{ A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1}$.

Ainsi, le produit $R \times C$ s'exprime en : $\text{V} \cdot \text{A}^{-1} \times \text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1} = \text{s}$.

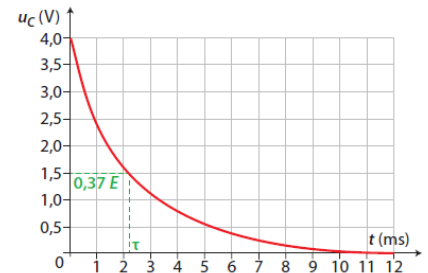
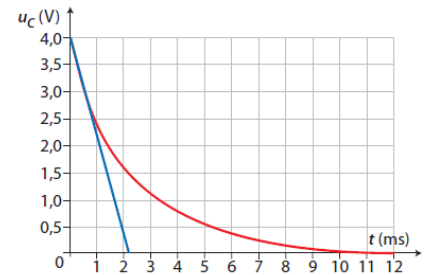
Exercice 108 : Un condensateur de capacité C inconnue est associé à un conducteur ohmique de résistance $R = 1,0 \text{ k}\Omega$. La courbe ci-dessous représente la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps lors de sa décharge.

1. Déterminer graphiquement le temps caractéristique de la décharge de ce dipôle.

Graphiquement, par la méthode de la tangente à l'origine, ou par détermination de t pour $u_C = 0,37 \times E$, soit $u_C = 0,37 \times 4,0 = 1,48 \text{ V}$, on lit $\tau = 2,2 \text{ ms}$.

2. En déduire la capacité C du condensateur.

Comme $\tau = R \times C$, on a : $C = \frac{\tau}{R} = \frac{2,2 \times 10^{-3}}{1,0 \times 10^3} = 2,2 \times 10^{-6} \text{ F}$
soit $2,2 \mu\text{F}$.



Exercice 109 : Un appareil photographique est équipé d'un flash alimenté par une batterie. Il comporte un circuit électronique dont une partie est schématisée ci-contre.

Lors de la prise d'une photographie avec flash, le condensateur emmagasine de l'énergie fournie par la batterie pendant quelques secondes, puis la restitue dans une lampe en $0,1 \text{ s}$. La Lampe L émet alors un éclair lumineux intense.

1. Sur quelle position faut-il placer l'interrupteur pour que le condensateur se charge ?

Pour que le condensateur se charge, il est nécessaire de placer l'interrupteur en position 1.

2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur lors de sa charge.

D'après la loi des mailles : $u_R + u_C = E$.

D'après la loi d'Ohm, $u_R = R \times i$ avec $i = \frac{dq}{dt} = C \times \frac{dU_C}{dt}$

On en déduit l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur lors de sa charge :

$$R \times C \times \frac{dU_C}{dt} + u_C = E.$$

$$\text{Ce qui s'écrit aussi : } \frac{dU_C}{dt} = \frac{-1}{RC} \times u_C + \frac{E}{RC}$$

3. Résoudre l'équation différentielle et montrer que $u_C = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ lors de sa charge.

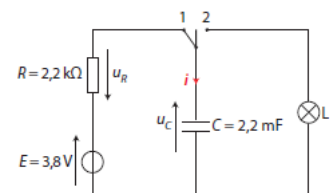
Les solutions d'une équation de la forme $y' = ay + b$ (avec $a \neq 0$) sont de la forme $y = K \times e^{ax} - \frac{b}{a}$ avec K une constante d'intégration réelle.

$$\text{Par identification, on trouve } a = \frac{-1}{R \times C} \text{ et } b = \frac{E}{R \times C} \quad \text{donc } \frac{b}{a} = -E.$$

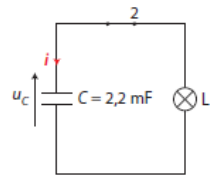
$$\text{Donc } u_C = K \times e^{-\frac{t}{R \times C}} + E$$

Pour $t = 0 \text{ s}$, on a $u_C = K + E = 0 \text{ V}$ d'après les conditions initiales.

$$\text{Ainsi } K = -E \text{ et } u_C = -E \times e^{-\frac{t}{R \times C}} + E = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$



4. Schématiser le circuit correspondant à la décharge du condensateur.
Le circuit correspondant à la décharge est celui pour lequel l'interrupteur est en position 2.

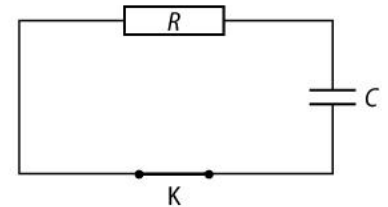


5. Calculer la résistance de la lampe si la durée Δt nécessaire pour que le condensateur soit déchargé à 99 % est 0,1s.
La durée nécessaire pour que le condensateur soit déchargé à 99 % est $\Delta t = 5\tau$. Ainsi :
 $\Delta t = 5R \times C \Rightarrow R = \frac{\Delta t}{5C}$

$$\text{soit } R = \frac{0,1}{5 \times 2,2 \times 10^{-3}} = 9 \, \Omega.$$

Exercice 110 : On considère le circuit schématisé ci-contre où le condensateur est initialement chargé tel que la tension aux bornes du condensateur vaut E. À l'instant initial, on ferme l'interrupteur et on étudie la décharge du condensateur.

Données : E = 9,0 V ; R = 2,2 k Ω ; C = 470 μ F



1. Rappeler les relations entre u_C et i puis entre u_R et i .
 $i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$ et $U_R = R \cdot i$
2. En déduire l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$.
La loi d'additivité des tensions donne : $u_R + u_C = 0$
En reportant l'expression, on obtient l'équation différentielle sur u_C :
 $RC \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$
3. Montrer que la fonction $u_C(t) = E \times e^{-\frac{t}{RC}}$ est solution de cette équation différentielle.

On remplace l'expression $u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ dans l'équation précédente.

Si l'expression $u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ est une solution elle doit vérifier l'expression précédente.

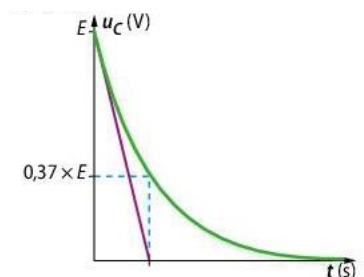
$$\frac{dU_C}{dt} = -\frac{E}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{il vient : } R \cdot C \cdot \left(-\frac{E}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$$\text{En simplifiant par } E \text{ et en mettant } e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ en facteur : } e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \left(\frac{R \cdot C}{\tau} + 1 \right) = 0$$

$$\text{Comme } e^{-\frac{t}{\tau}} \neq 0 \text{ quel que soit } t, \text{ on a : } \left(-\frac{R \cdot C}{\tau} + 1 \right) = 0 \text{ d'où } \frac{R \cdot C}{\tau} = 1 \text{ soit } \tau = R \cdot C$$

4. Vers quelle limite tend $u_C(t)$ lorsque t tend vers l'infini ?
Décharge du condensateur, u_C tend vers 0
5. Estimer la durée nécessaire pour atteindre cette valeur limite à partir du calcul de la valeur du temps caractéristique τ .
 $\tau = R \cdot C = 2,2 \times 10^3 \times 470 \times 10^{-6} = 1,0 \text{ s}$ donc $5\tau = 5 \text{ s}$
6. Représenter l'allure de la courbe $u_C(t)$.



Exercice 111 : Afin d'évaluer la capacité d'un condensateur, on réalise le circuit ci-contre où le générateur débite un courant d'intensité constante. Un microcontrôleur permet d'enregistrer la tension U_C en fonction du temps.

1. Écrire la relation entre l'intensité I du courant, la charge q portée par l'armature du condensateur et la durée de charge Δt .

$$i = \frac{q}{\Delta t}$$

2. Écrire la relation entre la charge q , la capacité C du condensateur et la tension U_C .

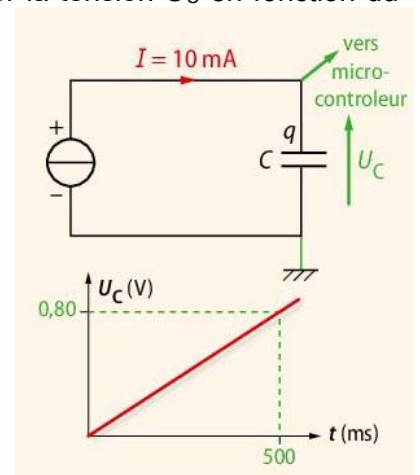
$$q = C \cdot u_C$$

3. Calculer la valeur de la charge électrique q portée par l'armature pour une durée de 500 ms.

$$q = i \cdot \Delta t = 1,0 \times 10^{-3} \times 500 \times 10^{-3} = 5,0 \times 10^{-4} \text{ C}$$

4. En déduire la valeur de la capacité C du condensateur utilisé.

$$C = \frac{q}{U_C} = \frac{5,0 \times 10^{-4}}{0,80} = 6,3 \times 10^{-4} \text{ F}$$



TYPE BAC 20 : LA VOITURE ELECTRIQUE

1. Étude théorique préalable de la décharge du supercondensateur

On étudie la décharge du supercondensateur, celui-ci ayant été au préalable chargé sous la tension d'utilisation $E = 2.7 \text{ V}$.

Le schéma du circuit électrique de décharge est donné **figure 2**.

Avec l'orientation choisie, l'intensité i du courant s'exprime par la relation $i = \frac{dq}{dt}$

où q est la charge positive portée par l'armature N du condensateur. La tension aux bornes du dipôle NM s'exprime par la relation $u_C = \frac{q}{C}$.

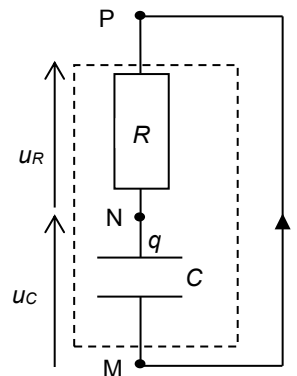


Figure 2.
Circuit de décharge

1.a) Exprimer la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique en fonction de sa résistance R et de i , puis en fonction de R , C et $\frac{du_C}{dt}$.

La loi d'Ohm impose : $u_R = R.i$. (convention récepteur).

Par ailleurs : $q = C.u_C$ et $i = \frac{dq}{dt}$ donc : $i = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$ car C est constant.

Finalement, en reportant l'expression de l'intensité i dans u_R , il vient :

$$u_R = RC \cdot \frac{du_C}{dt} \quad (1)$$

1.b) Établir la relation entre u_R et u_C et en déduire l'équation différentielle vérifiée par u_C .

La loi d'additivité des tensions donne : $u_R + u_C = 0$

En reportant l'expression (1), on obtient l'équation différentielle sur u_C :

$$RC \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \quad (2)$$

1.c) En vérifiant que l'expression $u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de l'équation différentielle, montrer que l'expression de la constante de temps τ est égale à RC .

MÉTHODE 1 : On remplace l'expression $u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ dans l'équation précédente.

Si l'expression $u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ est une solution elle doit vérifier l'expression précédente.

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{E}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3)$$

En reportant (3) et l'expression de $u_C(t)$ dans (2), il vient : $R \cdot C \cdot \left(-\frac{E}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$

En simplifiant par E et en mettant $e^{-\frac{t}{\tau}}$ en facteur : $e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot \left(-\frac{RC}{\tau} + 1\right) = 0$

Comme $e^{-\frac{t}{\tau}} \neq 0$ quel que soit t , on a : $\left(-\frac{RC}{\tau} + 1\right) = 0$ d'où $\frac{RC}{\tau} = 1$ soit $\tau = RC$

MÉTHODE 2 : On détermine la solution de l'équation précédente

$\frac{du_C}{dt} = -\frac{u_C}{RC}$ est une équation différentielle de type $y' = a y$ qui a pour solution $y = K e^{at}$

Nous avons la constante $a = -\frac{1}{RC}$ et la variable $y = u_C$

Ce qui nous donne pour solution $u_C = K e^{-t/RC}$

Aux conditions initiales, à $t = 0 \text{ s}$, le condensateur est totalement chargé ce qui donne :

$u_C(t = 0 \text{ s}) = E = K e^{-0/RC} = K$ car $e^0 = 1$

La constante K est donc égale à E .

L'expression finale de la solution est donc bien $u_C = E \cdot e^{-t/RC}$ avec $RC = \tau$.

1.d) L'expression de l'intensité i peut se mettre sous la forme $i(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$. Montrer que l'intensité I_0 à $t = 0$ est égale à $-\frac{E}{R}$.

On a : $i = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$ et $\frac{dU_C}{dt} = -\frac{E}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ donc $i(t) = -C \frac{E}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{CE}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ (4)

D'après (4) $i(0) = -\frac{E}{R} e^0 = -\frac{E}{R}$ et d'après $i(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$ $i(0) = I_0 \cdot e^0 = I_0$;

donc par identification $I_0 = -\frac{E}{R}$

2. Étude de la variation de l'intensité du courant lors de la décharge du supercondensateur

On mesure, avec un capteur de courant spécifique, l'intensité i du courant lors de la décharge du supercondensateur. La courbe donnant l'intensité i en fonction du temps t est donnée **SUR LA FIGURE A1**. Le logiciel de traitement a permis de tracer la tangente à l'origine.

2.a) Déterminer graphiquement la valeur de I_0 . En déduire la valeur de la résistance R . Vérifier qu'elle est en accord avec celle du tableau.

Graphiquement $I_0 = i(0) = -7,7 \text{ kA}$.

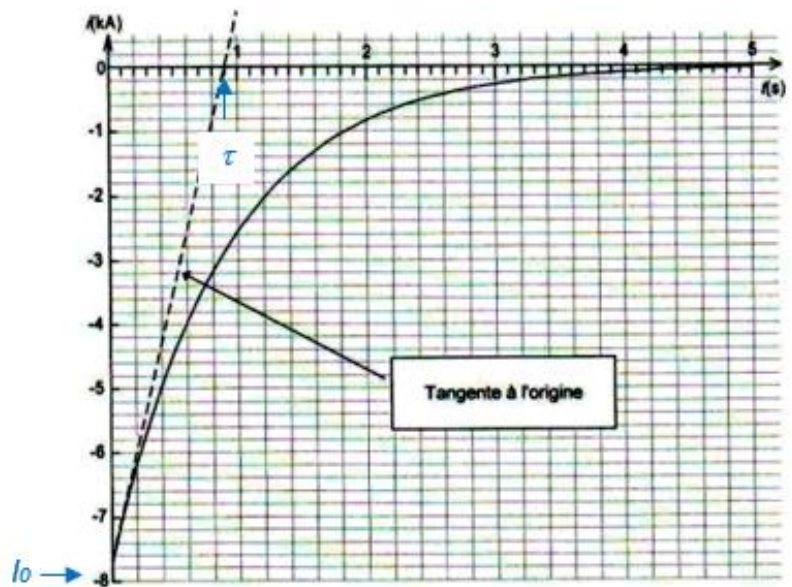
$$I_0 = -\frac{E}{R} \text{ donc } R = -\frac{E}{I_0}$$

$$R = -\frac{2,7}{(-7,7 \times 10^3)} = 3,5 \times 10^{-4} \Omega = 0,35 \text{ m}\Omega.$$

La valeur trouvée est bien en accord avec celle du tableau, $0,35 \text{ m}\Omega$.

2.b) Déterminer graphiquement la valeur de la constante de temps τ .

Graphiquement la valeur de la constante de temps τ est l'abscisse du point d'intersection entre la tangente à l'origine et l'axe des abscisses : $\tau = 0,90 \text{ s}$.



2.c) En déduire la valeur de la capacité C . Est-elle en accord avec la valeur indiquée dans les caractéristiques techniques ?

$$\tau = R \cdot C \text{ donc } C = \frac{\tau}{R}$$

$$\text{Soit } C = \frac{0,90}{3,5 \times 10^{-4}} = 2,6 \times 10^3 \text{ F}.$$

Cette valeur est bien en accord avec celle indiquée dans les caractéristiques techniques ($C = 2,6 \times 10^3 \text{ F}$).

3. Étude énergétique

3.a) Calculer la valeur de l'énergie électrique maximale E_C emmagasinée et restituée par le condensateur lors de sa décharge en prenant la valeur de la capacité fournie dans le tableau.

Energie électrique maximale E_C emmagasinée par le supercondensateur :

$$E_C = \frac{1}{2} C \cdot E^2 \text{ soit } E_C = \frac{1}{2} \times 2,6 \times 10^3 \times (2,7)^2 = 9,5 \times 10^3 \text{ J} = 9,5 \text{ kJ}.$$

3.b) Comparer cette valeur de l'énergie avec celle obtenue en utilisant les valeurs de la masse et de l'énergie spécifique de ce supercondensateur.

En multipliant l'énergie spécifique massique par la masse du supercondensateur, il vient :

$$1,9 \times 10^4 \times 0,500 = 9,5 \times 10^3 \text{ J} = 9,5 \text{ kJ}. \text{ On retrouve bien la valeur de l'énergie électrique maximale } E_C \text{ emmagasinée par le supercondensateur.}$$

TYPE BAC 21 : LE CONDENSATEUR

1. Charge d'un condensateur à courant constant

1.a) Montrer que le graphe $i(t)$ est obtenu à partir de l'enregistrement de $u_R(t)$.

La loi d'Ohm, en convention récepteur, s'écrit : $u_R(t) = R \cdot i(t) \Rightarrow i(t) = \frac{u_R(t)}{R}$

Ainsi, les mesures de $u_R(t)$ à chaque instant, permettent de calculer les valeurs de $\frac{u_R(t)}{R}$ et donc de tracer le graphe $i(t)$.

1.b) Utiliser l'un des graphes pour déterminer la relation numérique entre la tension u aux bornes du condensateur et le temps. Justifier le calcul.

Le graphe $u(t)$ est une droite passant par l'origine modélisée par une fonction linéaire donc : $u = k \cdot t$ où k le coefficient directeur de la droite.

Entre l'origine et le dernier point du graphe : $k = \frac{4,5-0}{18-0} = 0,25 \text{ V.s}^{-1}$ donc : $u = 0,25.t$

1.c) En considérant qu'à $t = 0 \text{ s}$ le condensateur est déchargé, donner l'expression littérale de la charge q_A portée par l'armature A du condensateur en fonction du temps.

En convention récepteur : $i(t) = \frac{dq_A}{dt} = I$, avec $I = 0,25 \text{ A}$ donc $q_A(t) = I.t + Cte$

À $t = 0 \text{ s}$ le condensateur est déchargé, donc $q_A(0) = 0 + Cte = 0 \text{ C}$ d'où $Cte = 0$, ainsi $q_A(t) = I.t$

1.d) Calculer le quotient $\frac{q_A}{u}$. Que représente-t-il ?

$$\frac{q_A}{u} = \frac{I.t}{k.t} = \frac{I}{k} = \frac{0,25}{0,25} = 1,0 \text{ C.V}^{-1}.$$

Or $q_A(t) = C.u(t)$ donc le quotient $\frac{q_A}{u} = C$ représente la capacité du condensateur.

On a $C = 1,0 \text{ F}$.

2. Charge d'un condensateur à tension constante.

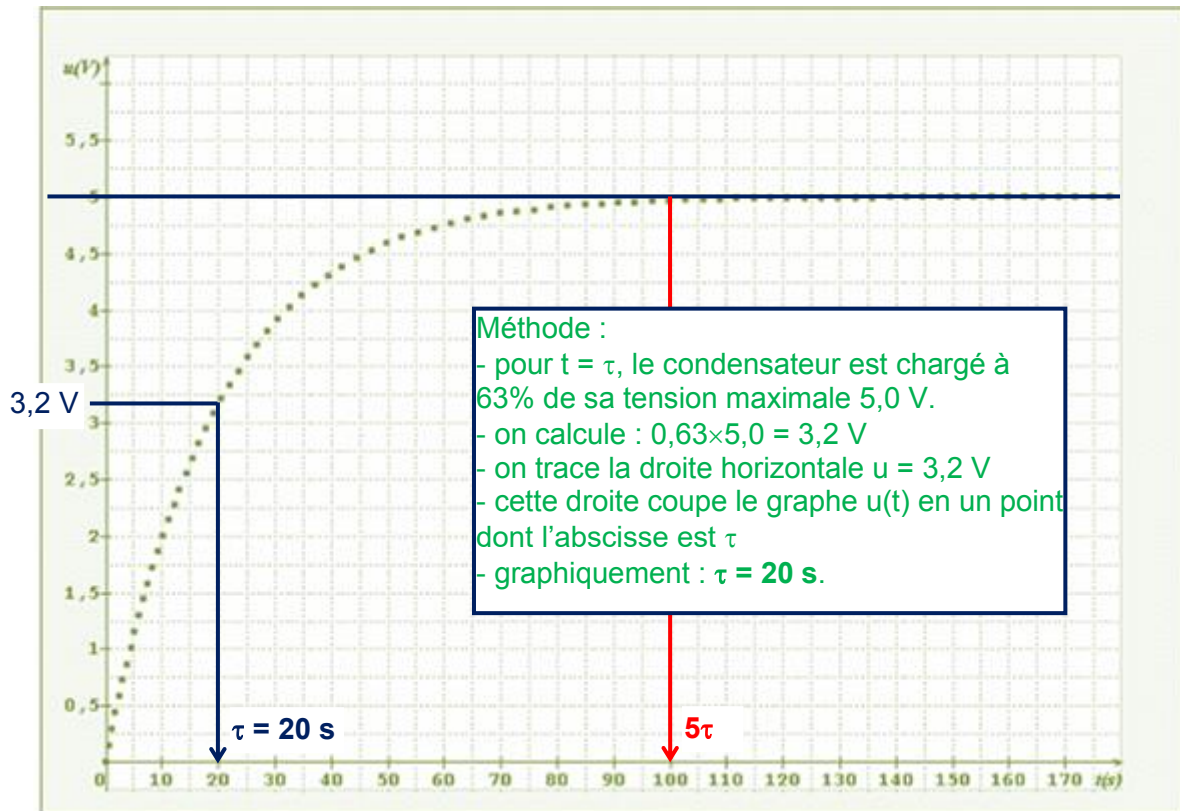
2.a) D'après les graphes, quelles sont les valeurs de u et i lorsque le condensateur est chargé ?

D'après les graphes, lorsque le condensateur est chargé, pour $t \rightarrow \infty$: $u = 5,0 \text{ V}$ et $i = 0 \text{ A}$.

2.b) Rappeler l'expression de la constante de temps τ du circuit. La déterminer graphiquement en précisant la méthode.

Constante de temps $\tau = RC$. Détermination graphique

:



2.c) En déduire la valeur de la capacité du condensateur. Comparer avec la valeur obtenue dans la partie 1, question 1.4.

$$C = \frac{\tau}{R} \text{ soit } C = \frac{20}{20} = 1,0 \text{ F.}$$

La valeur de la capacité est égale à celle obtenue dans la partie 1, question 1.4.

2.d) En respectant les notations du montage, montrer que la tension u vérifie l'équation différentielle :

$$E = RC \cdot \frac{du}{dt} + u$$

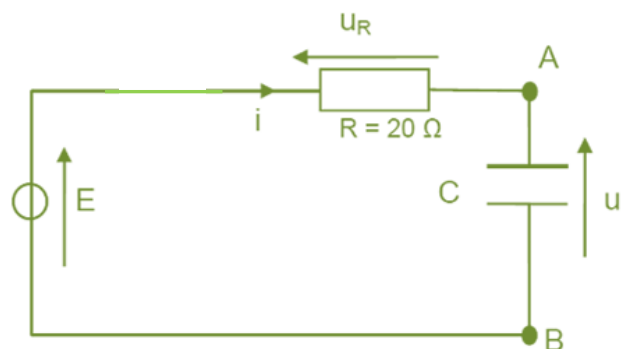
Avec les notations du montage, ci-contre :

Loi d'additivité des tensions : $E = u_R(t) + u(t)$ (1)

Loi d'Ohm : $u_R(t) = R \cdot i(t)$ (2)

Intensité : $i(t) = \frac{dq_A}{dt}$ avec $q_A(t) = C \cdot u(t)$, comme C est une

constante : $i(t) = \frac{dq_A}{dt} = \frac{d(C \cdot u)}{dt} = C \cdot \frac{du}{dt}$



en reportant dans (2) : $u_R(t) = R \cdot i(t) = R \cdot C \cdot \frac{du}{dt}$ finalement en reportant dans (1) : $E = RC \cdot \frac{du}{dt} + u$

2.e) La solution de cette équation différentielle est de la forme $u(t) = E (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ où τ est la constante de temps du circuit. Montrer que pour $t = 5\tau$, le condensateur est quasiment chargé. Le vérifier graphiquement.

$$u(5\tau) = E \cdot (1 - e^{-5\tau/\tau}) = E \cdot (1 - e^{-5}) \approx E \cdot (1 - 0,0067) \approx E = 5,0 \text{ V.}$$

Donc pour $t = 5\tau$, le condensateur est quasiment chargé.

Graphiquement, pour $5\tau = 100$ s, on vérifie que $u(5\tau) \approx E$.

TYPE BAC 22 : UNE LAMPE

1. Le dipôle RC

1.a) Vérifier par une analyse dimensionnelle que la constante de temps τ est homogène à un temps.

D'après 1.1., on a $i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$, soit $[i] = [C] \cdot \frac{[U]}{[T]}$ donc $[C] = \frac{[i] \cdot [T]}{[U]}$

D'après la loi d'Ohm, $u_R = R \cdot i$ soit $[U] = [R] \cdot [i]$ donc $[R] = \frac{[U]}{[i]}$

$$[\tau] = [R \cdot C] = [R] \cdot [C]$$

$$[\tau] = \frac{[U]}{[i]} \cdot \frac{[i] \cdot [T]}{[U]} = [T] \text{ la constante de temps est homogène à une durée.}$$

1.b) Montrer que $u_C(t) = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de l'équation différentielle précédente.

Montrer que $u_C(t) = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de l'équation différentielle précédente.

Avec $u_C = U_0 \cdot e^{-t/\tau}$ (1), alors $\frac{du_C}{dt} = \frac{dU_0 \cdot e^{-t/\tau}}{dt}$ avec $U_0 = \text{Cte}$ donc $\frac{du_C}{dt} = -\frac{U_0}{\tau} \cdot e^{-t/\tau}$ (2)

Introduisons ces expressions (1) et (2) dans l'équation différentielle :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot u_C = -\frac{U_0}{\tau} \cdot e^{-t/\tau} + \frac{1}{\tau} \cdot U_0 \cdot e^{-t/\tau} = e^{-t/\tau} \cdot \left(-\frac{U_0}{\tau} + \frac{1}{\tau} \cdot U_0\right) = 0 \text{ quel que soit } t.$$

La solution proposée convient.

1.c) En déduire qu'une durée environ égale à 5τ permet une décharge quasi-complète du condensateur.

En déduire qu'une durée environ égale à 5τ permet une décharge quasi-complète du condensateur.

$$u_C(5\tau) = U_0 \cdot e^{-5\tau/\tau} = U_0 \cdot e^{-5}$$

$$u_C(5\tau) = 6,74 \times 10^{-3} \cdot U_0$$

La tension u_C au bout d'une durée égale à 5τ est égale à 0,674 % de sa valeur initiale U_0 , on peut considérer que la décharge est complète.

1.d) Si l'on considère que cette durée est égale à vingt minutes, déterminer la valeur de la résistance R du conducteur ohmique qu'il faut alors associer au condensateur de capacité $C = 1,0 \text{ F}$.

$5\tau = 20 \text{ min}$ et $\tau = R \cdot C$ donc $R = \tau/C$ avec τ en secondes.

$$R = \frac{\frac{20 \times 60}{5}}{1,0} = 2,4 \times 10^2 \Omega$$

2. Énergie emmagasinée dans le dipôle RC

2.a) Lors du « secouement » de la lampe, il y a conversion d'énergie. Choisir parmi les propositions suivantes celle qui décrit le mieux la situation :

- i) Conversion d'énergie électrique en énergie mécanique ;
- ii) Conversion d'énergie chimique en énergie électrique ;
- iii) Conversion d'énergie mécanique en énergie électrique ;
- iv) Conversion d'énergie mécanique en énergie chimique.

La proposition iii) convient, il y a conversion d'énergie mécanique en énergie électrique.

2.b) Rappeler l'expression de l'énergie $E(t)$ emmagasinée dans le condensateur au cours du temps en fonction de $u_C(t)$ et C .

$$E(t) = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_C(t)^2$$

2.c) Calculer l'énergie $E_{\max}$ emmagasinée dans le condensateur à l'issue de sa charge lorsque la tension à entre ses bornes est $U_0 = 3,6 \text{ V}$. Vérifier qu'elle ne dépasse pas les performances annoncées par le constructeur.

$$E_{\max} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u_0^2$$

$$E_{\max} = 0,5 \times 1,0 \times 3,6^2 = 6,5 \text{ J} < 12 \text{ J ne dépassant pas les performances annoncées par le constructeur.}$$

2.d) Vérifier par un calcul que la lampe ne pourra pas fonctionner sans être « secouée » après plusieurs semaines sans utilisation.

Le texte indique que le condensateur perd 8 mJ (8×10^{-3} J) par heure.

Calculons la durée nécessaire pour qu'il perde toute son énergie électrique.

$$\Delta t = \frac{E_{\max}}{8 \times 10^{-3}} = \frac{\frac{1}{2} C u_0^2}{8 \times 10^{-3}}$$

$$\Delta t = 8,1 \times 10^2 \text{ h}$$

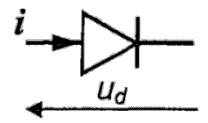
$$\Delta t = \frac{8,1 \times 10^2}{7 \times 24} = 4,8 \text{ semaines.}$$

Au bout d'environ 5 semaines sans utilisation, le condensateur a perdu toute son énergie électrique. Il faut alors secouer la lampe pour qu'elle fonctionne.

3. Simulation de l'éclairage

On peut simuler le fonctionnement de la lampe en ajoutant en série, dans le circuit de décharge du condensateur, une diode électroluminescente (DEL) composant polarisé.

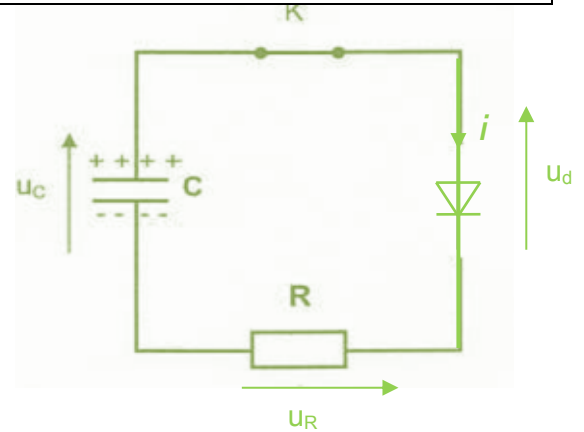
Une diode ne laisse passer le courant que dans le sens indiqué sur le schéma ci-dessous (appelé sens passant) et à la condition que la tension u_d entre ses bornes soit supérieure ou égale à une tension appelée tension de seuil soit ici $U_{\text{seuil}} = 3,0 \text{ V}$. De plus, on considère que la diode possède une résistance r supposée constante.



3.a) Recopier le schéma du circuit représenté figure 1, et ajouter, en série avec la résistance R , une diode électroluminescente qui laisse passer le courant lors de la décharge du condensateur.

3.b) Pourquoi le condensateur ne peut-il pas se décharger complètement ?

Dès que la tension aux bornes de la diode est inférieure ou égale à $U_{\text{seuil}} = 3,0 \text{ V}$, le courant ne peut plus circuler dans le circuit. Le condensateur ne peut plus se décharger alors qu'il y a encore de la tension à ses bornes.



3.c) La durée d'évolution de la tension aux bornes du condensateur de 3,6 V à 3,0 V est-elle modifiée par la présence de la DEL dans le montage ? Justifier.

Le texte indique que la diode possède une résistance r .

Lors de la décharge $u_c = U_0 \cdot e^{-t/\tau}$ avec $\tau = (R+r) \cdot C$ donc la durée d'évolution de la tension aux bornes du condensateur de 3,6 V à 3,0 V est modifiée par la présence de la DEL.

3.d) Pour décharger complètement le condensateur dans le montage précédent, on propose plusieurs solutions :

- Inverser le sens de la diode ;
- Augmenter la valeur de la résistance R ;
- Court-circuiter le condensateur ;
- Court-circuiter la diode ;

Choisir la ou les solution(s) permettant la décharge complète en donnant un argument justifiant ce choix.

Pour décharger complètement le condensateur, deux solutions sont possibles :

- on peut court-circuiter le condensateur, un fil reliant ses armatures permet aux électrons accumulés sur l'armature chargée négativement de passer instantanément sur l'armature chargée positivement.
- on peut court-circuiter la diode, elle n'empêche plus le courant de circuler lors de la décharge.

L'énergie : conversions et transferts

1. Décrire un système thermodynamique : exemple du modèle du gaz parfait

2. Effectuer des bilans d'énergie sur un système : le premier principe de la thermodynamique

Exercice 112 :

1. À l'échelle microscopique, à quelle propriété d'un gaz est liée la valeur de :
 - a. La température
la température est liée au degré d'agitation des molécules ;
 - b. La pression
la pression est liée à la fréquence des chocs sur les parois ;
 - c. La masse volumique
la masse volumique est liée au nombre et à la masse des particules.
2. La modification de la vitesse des constituants microscopiques d'un volume de gaz donné conduit au changement de la valeur de :
 - a. La température mesurée
 - b. La pression mesurée
 - c. La masse volumique mesuréeEn effet, si la vitesse des constituants microscopiques change, alors la fréquence de leurs chocs sur les parois sera également modifiée.
3. On considère un volume constant de gaz. Initialement $\theta = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$, $P = 1013\text{ hPa}$ et $\rho = 1,2\text{ kg.m}^{-3}$. Trois scénarios sont envisagés :
 - a) Les molécules se déplacent moins vite
Dans le scénario a., les molécules se déplacent moins vite : les valeurs de la température et de la pression mesurées diminuent mais la valeur de la masse volumique mesurée reste constante (réponse f.).
 - b) Les molécules sont plus nombreuses
Dans le scénario b., les molécules sont plus nombreuses : les valeurs de la pression et de la masse volumique mesurées augmentent mais la valeur de la température mesurée reste constante (réponse d.).
 - c) Les molécules sont remplacées par des particules de masse plus faible.
Dans le scénario c., les molécules sont remplacées par des particules de masse plus faible : la valeur de la masse volumique diminue mais les valeurs de la température et de la pression mesurées restent constantes (réponse e.).

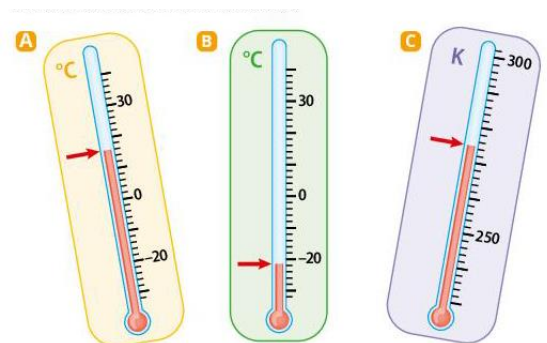
Associer à chaque scénario, les valeurs des grandeurs macroscopiques mesurées adaptées :

- i. $\theta = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$, $P = 1025\text{ hPa}$ et $\rho = 1,5\text{ kg.m}^{-3}$
- ii. $\theta = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$, $P = 1013\text{ hPa}$ et $\rho = 1,0\text{ kg.m}^{-3}$
- iii. $\theta = 18\text{ }^{\circ}\text{C}$, $P = 1005\text{ hPa}$ et $\rho = 1,2\text{ kg.m}^{-3}$

Exercice 113 :

1. Qu'appelle-t-on température thermodynamique d'un système ? Quel lien existe-t-il avec la température Celsius ?

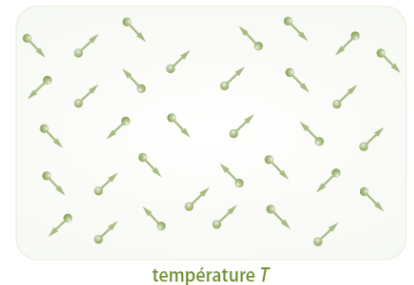
La température thermodynamique (aussi nommée température absolue) traduit le degré d'agitation des molécules d'un système. Notée T et exprimée en kelvin (K), elle est liée à la température θ de l'échelle Celsius ($^{\circ}\text{C}$) par la relation suivante : $T = \theta + 273,15$



- Classer par ordre de degré d'agitation moléculaire décroissante, les systèmes dont les valeurs de la température sont mesurées ci-contre.
A $\theta = 16\text{ }^{\circ}\text{C}$; **B** $\theta = -22\text{ }^{\circ}\text{C}$; **C** $T = 274\text{ K}$ donc $\theta = 0,85\text{ }^{\circ}\text{C}$.
 Donc, par ordre de degré d'agitation moléculaire décroissante : **A > C > B** .
- Quelle est la signification microscopique du zéro sur l'échelle de la température thermodynamique ?
 Quand il n'y a plus d'agitation des particules microscopiques d'un système, la température thermodynamique est nulle : $T = 0\text{ K}$, c'est le zéro absolu. La température thermodynamique est donc obligatoirement positive.

Exercice 114 :

- Deux récipients de même volume séparés par une paroi isolante et amovible contiennent le même gaz. L'un d'eux est plus chaud que l'autre.
 - Identifier, en justifiant la réponse, le récipient dans lequel la valeur de la température mesurée est la plus grande. En déduire le corps chaud et corps froid.
 L'agitation des particules est plus importante dans le récipient 1 que dans le 2. Le gaz du récipient 1 est donc plus chaud : $T_1 > T_2$.
 - La valeur de la masse volumique mesurée est-elle la même pour chaque gaz ? Justifier la réponse.
 La valeur de la masse volumique mesurée est la même pour chaque gaz. En effet, un même nombre de molécules de même masse occupe le même volume.
 - La valeur de la pression mesurée est-elle la même pour chaque gaz ? Justifier la réponse.
 La valeur de la pression mesurée est plus importante dans le récipient 1 que dans le 2. En effet, les molécules présentes en même nombre dans chaque récipient se déplacent plus rapidement dans le récipient 1 que dans le 2. Les chocs des molécules sur les parois y seront donc plus fréquents.
- On retire la plaque amovible séparant les deux récipients. Un transfert de l'énergie thermique s'effectue jusqu'à l'équilibre thermique du corps chaud vers le corps froid.
 - Proposer qualitativement une représentation du gaz à l'équilibre à l'échelle microscopique.



- Quelle propriété des constituants microscopiques du gaz provoque cet échange d'énergie ?
 L'agitation des constituants microscopiques du gaz permet cet échange d'énergie.
- Comparer les valeurs des températures T_1 , T_2 , et T du gaz à l'équilibre thermique.
 À l'équilibre, $T_1 > T > T_2$.

Exercice 115 : Répondre par Vrai ou Faux pour chaque proposition ci-dessous. Un gaz est parfait :

- Si la distance qui sépare deux molécules du gaz est en moyenne très petite. **Faux**
- S'il est fortement comprimé. **Faux**
- Si le volume qu'il occupe est très grand par rapport au nombre de particules présentes. **Vrai**
- Si le nombre de chocs entre particules du gaz est élevé. **Faux**

Exercice 116 : La masse volumique de l'air assimilé à un gaz parfait dans les conditions normales de température et de pression ($T_1 = 273\text{ K}$ et $P_1 = 1,013 \times 10^5\text{ Pa}$) est $1,293\text{ g}\cdot\text{L}^{-1}$.

Données : Constant des gaz parfaits : $R = 8,314\text{ Pa}\cdot\text{m}^3\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Équation d'état du gaz parfait : $P \times V = n \times R \times T$

- Calculer la masse volumique de l'air dans les conditions standard de température et de pression ($T_2 = 298\text{ K}$ et $P_2 = 1,000 \times 10^5\text{ Pa}$).

Nous savons que $\rho = \frac{P \times M}{R \times T}$ où M est la masse d'une mole d'air compte tenu de sa composition. Donc si

1 désigne les conditions « normales » et 2 les « conditions standard », on a : $\rho_1 = \frac{P_1 \times M}{R \times T_1}$ et $\rho_2 = \frac{P_2 \times M}{R \times T_2}$

$$\text{d'où } \rho_2 = \rho_1 \times \frac{P_2 \times T_1}{P_1 \times T_2} = 1,293 \times \frac{1\,000 \times 10^{-5} \times 273}{1\,013 \times 10^{-5} \times 298} = 1,17\text{ g}\cdot\text{L}^{-1}.$$

Exercice 117 :

Données : Constant des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ Pa.m}^3.\text{mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$; $M_{\text{air}} = 28,9 \text{ g.mol}^{-1}$;

1. Un ballon de volley-ball de 4,8 L contient 7,5 g d'air à la température de 17 °C. L'air est assimilé à un gaz.
 - a. Calculer la quantité de matière de gaz dans le ballon.
La quantité de matière n contenue dans la masse m de gaz considéré est donnée par :
$$n = \frac{m}{M} = \frac{7,5}{28,9} = 2,6 \times 10^{-1} \text{ mol}$$
 - b. Convertir la température en K et le volume en m^3 .
On applique la relation : $T \text{ (en K)} = \theta \text{ (en } ^\circ\text{C)} + 273,15 = 273,15 + 17 = 290,15 \text{ K}$
 $1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ L}$, donc $V = 4,8 \times 10^{-3} \text{ m}^3$.
 - c. Écrire l'équation d'état du gaz parfait et en déduire la valeur de la pression de l'air dans le ballon.
L'équation d'état du gaz parfait s'écrit : $P.V = n.R.T$
soit : $P = \frac{n.R.T}{V} = \frac{2,6 \times 10^{-1} \times 8,314 \times 290,15}{4,8 \times 10^{-3}} = 1,30 \times 10^5 \text{ Pa}$
2. La température est doublée et sa valeur atteint 34 °C. La variation de volume du ballon est négligeable.
 - a. Pourquoi la valeur de la pression mesurée n'est-elle pas également doublée ?
La valeur de la pression mesurée est proportionnelle à la valeur de la température thermodynamique exprimée en K, non en °C.
 - b. Donner la nouvelle valeur de la pression de l'air dans le ballon.
Pour $\theta = 34 \text{ } ^\circ\text{C}$, alors $T = 273,15 + 34 = 307,15 \text{ K}$.
$$P = \frac{n.R.T}{V} = \frac{2,6 \times 10^{-1} \times 8,314 \times 307,15}{4,8 \times 10^{-3}} = 1,38 \times 10^5 \text{ Pa}$$
 - c. Pour quelle température en °C la valeur de la pression serait-elle doublée ?
Pour $T = 290,15 \times 2 = 580,3 \text{ K} = 307,15 \text{ } ^\circ\text{C}$, la valeur de la pression serait doublée.

Exercice 118 :

Données : Constant des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ Pa.m}^3.\text{mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

Constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

1. Calculer la quantité de matière de diazote contenue dans un récipient d'un litre à la pression de 1,1 bar et à la température de 25 °C.
D'après l'équation d'état du gaz parfait : $P.V = n.R.T$
il vient : $n = \frac{P.V}{R.T} = \frac{1,1 \times 10^5 \times 1,0 \times 10^{-3}}{8,314 \times (273,15 + 25)} = 4,4 \times 10^{-2} \text{ mol}$
 $P = 1,1 \text{ bar} = 1,1 \times 10^5 \text{ Pa}$, $V = 1,0 \text{ L} = 1,0 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ et $T = (273,15 + 25) \text{ K}$.
2. En déduire le nombre de molécules puis le volume propre des molécules (le volume d'une molécule de diazote est estimé à $7,0 \times 10^{-28} \text{ L}$).
La constante d'Avogadro N_A permet le passage du macroscopique au microscopique selon la relation : $N = n \cdot N_A = 4,4 \times 10^{-2} \times 6,02 \times 10^{23} = 2,6 \times 10^{22} \text{ molécules}$
Le volume propre occupé par l'ensemble des molécules vaut alors : $V = N \cdot V \text{ (molécule)}$
 $V = 2,6 \times 10^{22} \times 7,0 \times 10^{-28} = 1,9 \times 10^{-5} \text{ L} = 19 \text{ } \mu\text{L}$
3. Comparer le volume occupé par les molécules à celui occupé par le gaz. Dans ces conditions, le diazote peut-il être assimilé à un gaz parfait ?
Le volume propre des molécules (19 μL) est négligeable devant celui qu'elles occupent (1 L). Le diazote peut être assimilé à un gaz parfait.

Exercice 119 :

- L'affirmation suivante est-elle correcte ?
« Lorsqu'un solide cristallin au repos macroscopique s'échauffe, son énergie cinétique microscopique augmente, son énergie potentielle microscopique augmente, donc son énergie interne augmente. »
Lorsqu'un solide cristallin au repos macroscopique s'échauffe, son énergie cinétique microscopique augmente, car l'agitation thermique des atomes du réseau augmente. Son énergie potentielle microscopique d'interactions peut être considérée comme constante (ou en très faible augmentation). En effet, dans le réseau cristallin, des atomes vont se rapprocher, d'autres vont s'éloigner (vibrations des atomes autour de leurs positions d'équilibre). Ainsi, l'énergie interne, somme des énergies microscopiques, augmente.

L'affirmation est correcte.

Exercice 120 :

1. Qu'appelle-t-on l'énergie interne d'un système ?
L'énergie interne d'un système est l'énergie propre du système. Elle correspond à la somme de toutes les énergies qui existent, à l'intérieur de ce système, au niveau microscopique du fait de ses constituants.
2. Citer les différentes contributions microscopiques de l'énergie interne d'un système.
Les énergies cinétiques microscopiques et les énergies potentielles microscopiques sont les contributions microscopiques de l'énergie interne d'un système.
3. Comment expliquer l'existence d'énergies cinétiques microscopiques ?
Les énergies cinétiques microscopiques sont liées à l'agitation thermique des particules qui constituent le système.
4. À quelle grandeur macroscopique associe-t-on ces énergies cinétiques microscopiques ?
On associe ces énergies cinétiques microscopiques à la température.
5. Comment expliquer l'existence d'énergies potentielles d'interaction microscopiques ?
Les énergies potentielles d'interaction sont liées aux interactions entre les particules qui constituent le système. Elles peuvent être des interactions intramoléculaires ou intermoléculaires.
6. Comment expliquer la faible contribution de ces énergies dans le cas d'un gaz comme l'air ?
Dans le cas d'un gaz comme l'air, les particules qui le constituent sont éloignées (comme pour tout gaz), donc les interactions intermoléculaires sont réduites et la contribution des énergies potentielles microscopiques à l'énergie interne est faible.

Exercice 121 : On considère deux systèmes constitués respectivement de 100 g de vapeur d'eau et de 100 g d'eau liquide, tous les deux à 100 °C.

1. Quelle contribution énergétique à l'énergie interne prédomine pour chaque système ?
Les deux systèmes sont dans des états physiques différents (liquide ou gaz). Dans le liquide, les molécules d'eau sont très rapprochées : les énergies potentielles d'interaction prédominent devant les énergies cinétiques microscopiques. Dans le cas de la vapeur d'eau, c'est l'inverse.
2. Quel système à l'énergie interne la plus grande ?
Les deux systèmes ont la même température, donc les mêmes énergies cinétiques microscopiques. Dans l'eau liquide, les interactions intermoléculaires sont plus importantes que dans la vapeur car les molécules sont plus rapprochées. L'eau liquide compte donc en plus une importante énergie d'interaction : elle possède l'énergie interne la plus élevée.

Exercice 122 : Un glaçon, placé dans un verre d'eau, fond.



1. Schématiser la situation.
2. Sur le schéma, indiquer par des flèches le sens et le mode de transfert d'énergie (travail W ou transfert thermique Q) entre le système {glaçon} et l'eau.
L'eau liquide, plus chaude que le glaçon, cède de l'énergie par transfert thermique au glaçon.
3. Préciser le signe de ce transfert.
Le système {glaçon} reçoit un transfert thermique, donc $Q > 0$.

Exercice 123 : L'eau de la théière ci-contre est chauffée jusqu'à la température de 80 °C. On néglige tout échange par le bec verseur.



1. Identifier les transferts d'énergie entre le système {eau + théière} et le milieu extérieur.
Le système {eau et théière} reçoit un transfert thermique Q_1 de la part de la plaque chauffante mais cède aussi un transfert thermique Q_2 à l'air ambiant (la température de surface du métal est plus élevée que celle de l'air ambiant).
2. Énoncer puis écrire le premier principe pour ce système.
D'après le premier principe de la thermodynamique, pour le système {eau et théière}, la variation d'énergie interne $\Delta U = Q + W$ est égale à la somme de toutes les énergies transférées par travail W et par transfert thermique Q .
Or, il n'y a pas de transfert d'énergie par travail. Donc : $\Delta U = Q_1 + Q_2$.
Remarque : $Q_1 > 0$ car le système reçoit effectivement de l'énergie de la part de la plaque chauffante ; $Q_2 < 0$ car le système cède effectivement de l'énergie à l'air ambiant.

Exercice 124 : Dans un récipient, 500 g de chocolat chaud encore liquide refroidissent et sont brassés à l'aide d'un fouet électrique.

- Effectuer l'étude énergétique du système {chocolat} en s'appuyant sur un diagramme énergétique.



- Écrire le premier principe de la thermodynamique en justifiant que le système est au repos.
Le système est au repos : sa position ou sa vitesse ne sont pas modifiées. $\Delta E_{\text{tot}} = \Delta U$
D'après le premier principe de la thermodynamique : $\Delta U = W + Q$
- Distinguer le terme correspondant à la variation de l'énergie du système des termes correspondant à des transferts d'énergie entre le système et l'extérieur.
 ΔU : terme correspondant à la variation de l'énergie du système.
 W, Q : termes correspondant à des transferts d'énergie entre le système et l'extérieur.
- Sachant que l'énergie perdue par le chocolat en se refroidissant est de 50 kJ et que l'énergie reçue par le fouet est de 10 kJ, déterminer la variation d'énergie interne du système.
 $\Delta U = W + Q$
 W est reçu par le système, donc $W > 0$.
 Q est cédé par le système, donc $Q < 0$.
 $\Delta U = 10 - 50 = -40 \text{ kJ}$

Exercice 125 : Pour évaluer les pertes thermiques d'une habitation, on procède à l'expérience suivante : la masse m d'air à l'intérieur de la maison étant initialement à la température $T_1 = 19,0^\circ\text{C}$, on coupe le système de chauffage pendant une durée $\Delta t = 1,00 \text{ h}$. On mesure une température finale $T_2 = 15,6^\circ\text{C}$.

Données : Capacité thermique massique de l'air : $C_a = 1\,000 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$;
Volume intérieur de la maison : $V = 400 \text{ m}^3$; masse volumique de l'air : $\rho = 1,3 \text{ kg.m}^{-3}$.

- Exprimer, puis calculer, la variation de l'énergie interne ΔU de l'air contenu dans la maison.
 $\Delta U = \rho \cdot V \cdot c_a \cdot (T_2 - T_1) = 1,3 \times 400 \times 1\,000 \times (15,6 - 19,0) = -1,8 \times 10^6 \text{ J}$
- Interpréter le signe du résultat obtenu à la question précédente.
 $\Delta U < 0$ traduit une perte d'énergie de l'habitation.

Exercice 126 : Pour préparer une soupe « miso » instantanée, on verse sur le contenu du sachet une masse m d'eau de 150 g initialement à la température $\theta_i = 20^\circ\text{C}$. Le système {eau} est considéré comme incompressible. On néglige l'influence du contenu du sachet.
On chauffe l'eau pour l'amener à la température finale souhaitée θ_f .

Données : Capacité thermique massique de l'eau : $C_{\text{eau}} = 4,18 \times 10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{°C}^{-1}$.

- Exprimer la variation d'énergie interne $\Delta U_{i \rightarrow f}$ de l'eau, en fonction notamment de sa masse et de sa variation de température entre l'état initial et l'état final.
L'expression de la variation d'énergie interne du système {eau}, de l'état initial i à l'état final f , est :
 $\Delta U_{i \rightarrow f} = m \times c_{\text{eau}} \times (\theta_f - \theta_i)$.
- La variation d'énergie interne $\Delta U_{i \rightarrow f}$ de l'eau à obtenir, pour que la température de l'eau atteigne la valeur finale souhaitée θ_f , est égale à $4,2 \times 10^4 \text{ J}$. Calculer θ_f .
On déduit de l'expression précédente : $\theta_f = \frac{\Delta U_{i \rightarrow f}}{m \times C_{\text{eau}}} + \theta_i$;
soit $\theta_f = \frac{4,21 \times 10^4}{150 \times 10^{-3} \times 4,18 \times 10^3} + 20 = 87^\circ\text{C}$.

Exercice 127 : L'aluminium est l'élément métallique le plus abondant dans l'écorce terrestre. Pour réaliser des bâtiments, il est utilisé en alliage avec du magnésium. L'alliage est composé de 90 % en masse d'aluminium et 10 % en masse de magnésium.

Pour améliorer sa résistance mécanique, une pièce d'alliage de masse $m = 10 \text{ kg}$ subit une trempe thermique. Pour cela, elle est portée à haute température $\theta_i = 540^\circ\text{C}$, puis refroidie rapidement dans un bain d'eau de masse $m_{\text{eau}} = 1,00 \text{ tonne}$ et de température initiale $\theta_2 = 19^\circ\text{C}$.
Lors de la trempe thermique, il est nécessaire de prévoir, il est nécessaire de prévoir l'élévation maximale de la température du bain. L'eau et l'alliage sont supposés incompressibles.

Données : Capacité thermiques massiques :

- De l'aluminium : $C_{Al(s)} = 897 \text{ J.kg}^{-1}.\text{°C}^{-1}$.
- Du magnésium : $C_{Mg(s)} = 1,02 \times 10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{°C}^{-1}$.
- De l'eau : $C_{eau(s)} = 4,18 \times 10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{°C}^{-1}$.

1. La capacité thermique massique d'un alliage est égale à la somme des capacités thermiques massiques de ses constituants coefficientées par leur pourcentage massique.

Montrer que la capacité thermique massique de l'alliage d'aluminium est $C = 909 \text{ J.kg}^{-1}.\text{°C}^{-1}$.

À l'aide des réponses précédentes, calculer la température finale du bain θ_f . L'alliage est composé de 90 % en masse d'aluminium et 10 % en masse de magnésium, et sa capacité thermique massique est égale à la somme des capacités thermiques massiques de ses constituants coefficientées par leur pourcentage massique. La capacité thermique massique de l'alliage est donc :

$$c = \frac{90}{100} \times C_{Al} + \frac{10}{100} \times C_{Mg} = \frac{90}{100} \times 897 + \frac{10}{100} \times 1,02 \times 10^3 = 9,09 \times 10^2 \text{ J.kg}^{-1}.\text{°C}^{-1}.$$

2. Quelle est la forme d'énergie du système 1 {pièce d'alliage} qui est modifiée lorsqu'il vient au contact de l'eau ?

La température du système 1 {pièce d'alliage} augmente lorsqu'il vient au contact de l'eau plus chaude. Donc la forme d'énergie du système 1 qui est modifiée est son énergie cinétique microscopique liée à l'agitation thermique des entités qui constituent l'alliage.

3. Exprimer la variation d'énergie interne ΔU_1 du système 1, puis ΔU_2 du système 2 {eau du bain} au cours de la trempe.

Pour le système 1 {pièce d'alliage} :

- État initial : début de la trempe, le système 1 est à la température θ_1 .
- État final : fin de la trempe, le système 1 est à la température θ_f .
- L'expression de la variation d'énergie interne du système 1, incompressible, de l'état initial i à l'état final f, est : $\Delta U_1 = (m \times c \times \theta_f - \theta_1)$

De même, pour le système 2 {eau du bain} :

- État initial : début de la trempe, le système 2 est à la température θ_2 .
- État final : fin de la trempe, le système 2 est à la température θ_f .
- L'expression de la variation d'énergie interne du système 2, incompressible, de l'état initial i à l'état final f, est : $\Delta U_2 = m_{eau} \times C_{eau} \times (\theta_f - \theta_2)$.

4. On néglige tout échange avec l'air ou la cuve contenant l'eau.

- a. Écrire le premier principe pour le système 1, puis pour le système 2.

D'après le premier principe de la thermodynamique, pour le système, entre l'état initial et l'état final, $\Delta U_{i \rightarrow f} = Q + W$.

Or, le système 1 reçoit de l'énergie du milieu extérieur (l'eau du bain) exclusivement par transfert thermique Q_1 . Donc le transfert par travail $W = 0$ d'où $\Delta U_1 = Q_1$.

De plus, le système 2 cède de l'énergie au milieu extérieur (pièce d'alliage) exclusivement par transfert thermique Q_2 . Donc $W = 0$ d'où $\Delta U_2 = Q_2$.

- b. En déduire que $\Delta U_1 = -\Delta U_2$.

Les seuls échanges ayant lieu sont ceux entre le système 1 et le système 2 ; on a $Q_2 = -Q_1$ donc $\Delta U_1 = -\Delta U_2$.

Autre rédaction : le système 1 + 2 {pièce d'alliage et eau du bain} n'échange aucune énergie ni par transfert thermique ni par travail.

D'après le premier principe de la thermodynamique, pour le système 1 + 2, entre l'état initial i et l'état final f, $\Delta U_{i \rightarrow f} = 0$ avec $\Delta U_{i \rightarrow f} = \Delta U_1 + \Delta U_2$; soit $\Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$; donc $\Delta U_1 = -\Delta U_2$.

5. À l'aide des réponses précédentes, calculer la température finale du bain θ_f .

D'après la question précédente, $\Delta U_1 = -\Delta U_2$.

Ainsi $m \times c \times (\theta_f - \theta_1) = -m_{eau} \times C_{eau} \times (\theta_f - \theta_2)$.

On développe l'expression : $m \times c \times \theta_f - m \times c \times \theta_1 = -m_{eau} \times C_{eau} \times \theta_f + m_{eau} \times C_{eau} \times \theta_2$

Puis en factorisant par θ_f : $\theta_f \times (m \times c + m_{eau} \times C_{eau}) = m \times c \times \theta_1 + m_{eau} \times C_{eau} \times \theta_2$

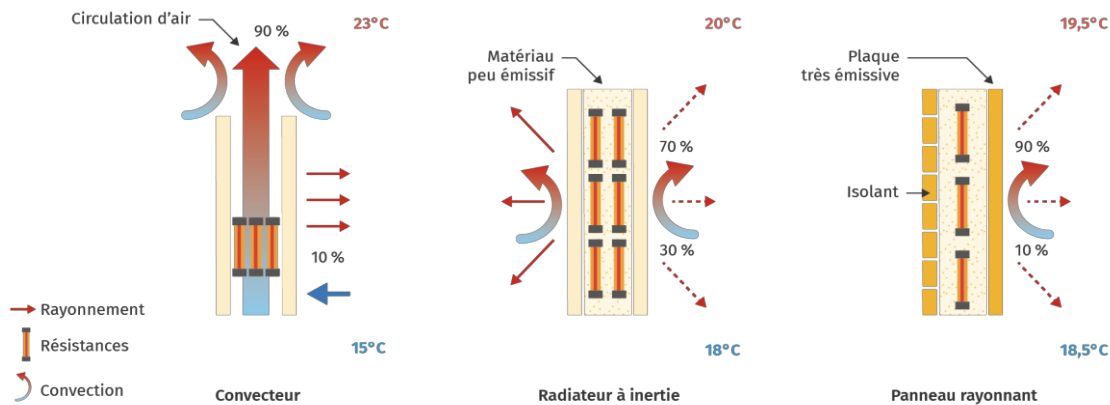
$$\text{Ainsi : } \theta_f = \frac{m \times c \times \theta_1 + m_{eau} \times C_{eau} \times \theta_2}{(m \times c + m_{eau} \times C_{eau})} = \frac{10 \times 909 \times 540 + 1,00 \times 10^3 \times 4,18 \times 10^3 \times 19}{(10 \times 909 + 1,00 \times 10^3 \times 4,18 \times 10^3)} = 20 \text{ °C}$$

Exercice 128 :

- Donner les modes de transfert thermique qui permettent à la surface de la Terre de réchauffer son atmosphère.
Le rayonnement et la convection. La conduction est très loin de pouvoir transmettre l'énergie thermique sur des kilomètres.
- Préciser le mode de transfert thermique qui est limité lorsque l'on met gants de cuisine pour sortir les plats d'un four.
Le vent augmente la convection, plus exactement le coefficient de Newton. On parle d'ailleurs de température ressentie plus faible lorsque du vent est présent, car il refroidit plus vite le corps.
- Préciser le mode de transfert thermique qui est limité lorsque l'on met des gants de cuisine pour sortir les plats d'un four.
Le gant de cuisine limite la conduction pour ne pas se brûler les mains.

Exercice 129 : Les habitations sont principalement dotées de deux types de radiateurs : les radiateurs rayonnants et convecteurs.

- Préciser lequel des deux a une géométrie qui favorise le plus les échanges avec l'air.
Le convecteur favorise les échanges avec l'air.
- Faire un schéma représentant les deux modes de transfert thermique d'un radiateur.



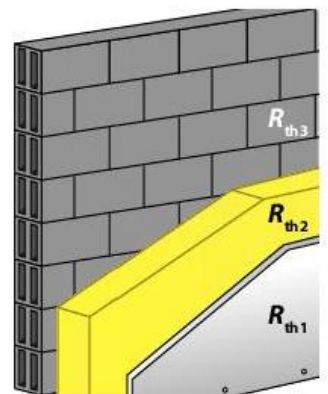
Exercice 130 : Une baie vitrée à simple vitrage a une résistance thermique de $R_{\text{simple}} = 0,040 \text{ K.W}^{-1}$. La propriétaire de la maison hésite à passer au double vitrage, ce qui lui permettrait de passer à une résistance $R_{\text{double}} = 0,25 \text{ K.W}^{-1}$.

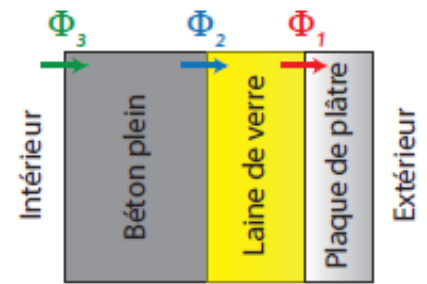
- Calculer la puissance de chauffage économisée grâce au double vitrage par rapport au simple vitrage en hiver lorsque la différence de température entre l'intérieur et l'extérieur atteint 20°C .
La puissance économisée est la différence : $\Phi_{\text{simple}} - \Phi_{\text{double}} = \frac{20}{0,040} - \frac{20}{0,25} = 420 \text{ W}$

Exercice 131 : Un mur est constitué d'une cloison de plâtre de résistance thermique R_{th1} collée à une couche de laine de verre de résistance thermique R_{th2} . L'ensemble est fixé à une paroi de béton de résistance thermique R_{th3} . La surface S du mur est 20 m^2 . La température à l'intérieur de la pièce est 20°C ; celle du milieu extérieur est 5°C .

Donnée : Résistances thermiques en $^\circ\text{C.W}^{-1}$ pour $S = 20 \text{ m}^2$:

Plâtre	Laine de verre	Béton
0,039	0,125	0,013





- Schématiser la situation en indiquant par une flèche le sens des transferts thermiques à travers le mur.
Schéma en coupe ($\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = \Phi_{123}$) :
- Indiquer le mode de transfert thermique mis en jeu.
Le mode de transfert thermique mis en jeu est la conduction à travers les murs.
- Calculer la résistance thermique totale du mur R_{th} .
 $R_{th} = R_{th1} + R_{th2} + R_{th3}$ soit :
 $R_{th} = 0,039 + 0,125 + 0,013 = 0,177 \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{W}^{-1}$.
- Calculer le flux thermique Φ traversant le mur.
Pour un transfert thermique par conduction en régime permanent indépendant du temps :
 $\Phi = \frac{(\theta_{int} - \theta_{ext})}{R_{th}}$ d'où $\Phi = \frac{(20 - 5)}{0,177} = 85 \text{ W}$.
- Comparer Φ avec le flux thermique traversant une simple paroi de béton pour une même différence de température.
Pour un simple mur en béton : $\Phi = \frac{(\theta_{int} - \theta_{ext})}{R_{th3}}$ d'où $\Phi = \frac{(20 - 5)}{0,013} = 1,2 \times 10^3 \text{ W}$.

Exercice 132 : Afin de réduire les dépenses de chauffage et d'avoir un comportement écoresponsable, on cherche à améliorer l'isolation thermique d'une habitation. En effet celle-ci ne possède un grenier non chauffé, on décide donc d'en isoler le sol.

Il existe de nombreux matériaux isolants caractérisés par leur conductivité thermique notée λ . Plus la conductivité thermique d'un matériau est élevée, plus il conduit facilement la chaleur.

Données : température du grenier : $\theta_1 = 5,0 \text{ } ^\circ\text{C}$; température de la maison : $\theta_2 = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$;

Surface du sol du grenier : $S = 80 \text{ m}^2$;

Résistance thermique du sol du grenier non isolé : $R = 7,5 \times 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$;

Expression de la résistance thermique : $R = \frac{e}{\lambda S}$ avec e l'épaisseur (en m) et S la surface (en m^2) de la paroi.

Nom du matériau	Laine de roche	Polystyrène extrudé	Liège naturel expansé	Cellulose
Conductivité thermique λ ($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)	0,035	0,033	0,042	0,039

- Dans quel sens s'effectue le transfert thermique dans l'habitation ?
Le transfert thermique s'effectue de la source chaude vers la source froide, donc de la maison ($\theta_2 = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$) vers le grenier ($\theta_1 = 5,0 \text{ } ^\circ\text{C}$) (et bien sûr vers l'extérieur).
- Donner l'expression puis calculer le flux thermique Φ à travers le sol du grenier non isolé.
 $\Phi = \frac{\theta_2 - \theta_1}{R} = \frac{20 - 5,0}{7,5 \times 10^{-3}} = 2,0 \times 10^3 \text{ W} = 2,0 \text{ kW}$
- Quel serait un bon choix de matériau pour un isolant thermique ?
Un bon choix de matériau pour un isolant thermique est un matériau qui a une conductivité thermique λ faible. Le polystyrène extrudé, qui a la conductivité thermique la plus faible, est un bon isolant thermique.
- On veut diviser le flux thermique par 10. Sachant que lorsque plusieurs parois sont accolées, la résistance thermique totale est égale à la somme des résistances thermiques de chaque paroi, calculer la résistance thermique de l'isolant.
 $R_{tot} = R_{sol} + R_{isolant}$
Donc $R_{isolant} = R_{tot} - R_{sol} = 7,5 \times 10^{-2} - 7,5 \times 10^{-3} = 6,8 \times 10^{-2} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$
- Tous les matériaux proposés s'achètent sous forme de panneaux rigides dans le commerce Quelle épaisseur minimale doit posséder le panneau du matériau choisi ?
On doit avoir : $R_{isolant} = \frac{e}{\lambda S} \geq 6,8 \times 10^{-2} \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$.
Donc $e \geq 6,8 \times 10^{-2} \times 0,033 \times 80 = 0,18 \text{ m}$.
L'épaisseur minimale du panneau doit être de 18 cm

Exercice 133 : le flux thermique transféré entre un système en convection et un thermostat, milieu extérieur à température constante, est modélisé par la loi de Newton : $\Phi = h \times S \times (T_e - T)$

- Indiquer ce que représentent les grandeurs S , T_e et T dans cette loi et préciser les unités de h et Φ .
 S représente la surface d'échange entre le système incompressible et son environnement constitué d'un fluide ; h est le coefficient d'échange convectif ; T_e est la température extérieure loin de la surface S du système et T est la température uniforme à la surface S . h est exprimé en $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$; le flux est exprimé en watt (W).

Exercice 134 : À la sortie du four, un gâteau dans son moule est à la température $\theta_i = 180^\circ C$. Le système {gâteau et moule} est laissé à la température ambiante constante de $\theta_e = 20^\circ C$.

L'équation différentielle vérifiée par la température du système est : $\frac{d\theta}{dt} = a \cdot (\theta - \theta_e)$.

Dans cette relation, a est une constante négative qui dépend du système et du fluide étudiés.

Donnée : On considère que le système {gâteau + moule} est un système incompressible.

On néglige les échanges de matière entre le système et le milieu extérieur ; le seul transfert thermique est convectif.

Dans la situation étudiée, $a = -3,8 \times 10^{-4} s^{-1}$.

- Montrer, en résolvant l'équation différentielle, que $\theta = \theta_e + (\theta_i - \theta_e) \times e^{a \cdot t}$.

Pour une équation différentielle de la forme :

$$y' = ay + b, \text{ les solutions sont de la forme : } y = K \times e^{a \cdot t} - \frac{b}{a}$$

Par comparaison, les solutions de l'équation différentielle sont de la forme : $\theta = K \times e^{a \cdot t} + \theta_e$.

D'après les conditions initiales : $\theta(0) = K + \theta_e = \theta_i$

donc $K = \theta_i - \theta_e$.

L'unique solution de l'équation différentielle vérifiée par la température θ est : $\theta = (\theta_i - \theta_e) \times e^{a \cdot t} + \theta_e$.

- Quelle sera la température du gâteau une heure après sa sortie du four ?

Au bout d'une heure, la température du gâteau est :

$$\theta = (180 - 20) \times e^{-3,8 \times 10^{-4} \times 3600} + 20 = 61^\circ C.$$

Exercice 135 : On considère une tasse de café initialement à la température de $75^\circ C$ dans une pièce à $25^\circ C$. Après 5 minutes le café est à $50^\circ C$.

On suppose que la vitesse de refroidissement du café est proportionnelle à la différence des températures (autrement dit que la température du café suit la loi de Newton) : cela signifie qu'il existe une constante $\gamma < 0$

telle que la température vérifie l'équation différentielle de premier ordre : $\frac{dT(t)}{dt} = \gamma(T(t) - T_{amb})$

- Effectuer un bilan énergétique pour le système {café}.

Le système (café) cède de l'énergie à l'environnement.

- Donner la valeur de T_{amb} .

$$T_{amb} = 25^\circ C$$

- Résoudre l'équation différentielle en donnant l'expression de $T(t)$ en fonction de γ .

La solution générale de l'équation différentielle est : $T(t) = A \cdot e^{\gamma \cdot t} + B$

Quand t tend vers l'infini, $T = T_{amb}$ donc $B = T_{amb}$.

À $t = 0$ s, $T = T_0$ donc $T_0 = A + T_{amb}$ donc $A = T_0 - T_{amb}$.

$$\text{Donc : } T(t) = (T_0 - T_{amb}) \cdot e^{\gamma \cdot t} + T_{amb}$$

$$\text{D'où l'expression de } T(t) \text{ en fonction de } \gamma : T(t) = (75 - 25) \cdot e^{\gamma \cdot t} + 25$$

$$\text{Donc : } T(t) = 50 \cdot e^{\gamma \cdot t} + 25$$

- Déterminer la valeur numérique de la constante de refroidissement γ .

Après 5 minutes, le café est à $50^\circ C$.

$$\text{Donc } T(5) = 50 \cdot e^{5\gamma} + 25 = 50$$

$$\text{Donc } e^{5\gamma} = \frac{1}{2}; \quad \text{Donc } 5\gamma = \ln\left(\frac{1}{2}\right); \quad \text{Donc } \gamma = -\frac{\ln(2)}{5}$$

- En déduire l'expression générale de $T(t)$.

On en déduit l'expression générale de $T(t)$:

$$T(t) = 50 \cdot e^{-\frac{\ln(2)}{5}t} + 25$$

TYPE BAC 23 : ISOLATION THERMIQUE

Réduire la consommation d'énergie est, de nos jours, au cœur des préoccupations afin de préserver l'environnement, épargner les ressources naturelles et limiter les dépenses. Une grande part de la consommation d'énergie provient de l'habitat. Comment rendre une maison plus économe en énergie de chauffage ?

1. Isolant thermique : faire le bon choix

Soucieux de réduire ses dépenses de chauffage, Frédéric décide d'améliorer l'isolation thermique de son habitation. Sa maison possédant un grenier non chauffé, il décide d'en isoler le sol.

Données :

- Température du grenier : $\theta_1 = 5,0 \text{ }^\circ\text{C}$;
- Température de la maison : $\theta_2 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$;
- Surface du sol du grenier : $S = 80 \text{ m}^2$;
- Résistance thermique du sol du grenier : $R = 7,5 \times 10^{-3} \text{ K.W}^{-1}$.

1.1. Dans quel sens s'effectuera le transfert thermique dans la maison de Frédéric ?

Le transfert thermique s'effectue de la maison de température $\theta_2 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ (source chaude) vers le grenier de température $\theta_1 < \theta_2$ (source froide).

1.2. Donner l'expression puis calculer le flux thermique Φ à travers le sol du grenier.

Frédéric consulte de nombreuses documentations sur l'isolation thermique. Il existe de nombreux matériaux isolants caractérisés par leur conductivité thermique notée λ . Plus la conductivité thermique d'un matériau est élevée, plus il conduit facilement la chaleur.

La valeur du flux thermique est égale à : $\Phi = \frac{\theta_2 - \theta_1}{R}$

$$\Phi = \frac{20 - 5,0}{7,5 \times 10^{-3}} = 2,0 \times 10^3 \text{ W} = 2,0 \text{ kW}.$$

1.3. Utiliser le tableau suivant pour conseiller Frédéric dans son choix de matériau. Justifier.

Nom du matériau	Laine de roche	Polystyrène extrudé	Liège naturel expansé	Cellulose
Conductivité thermique λ en $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$	0,035	0,033	0,042	0,039

Pour isoler correctement, Frédéric doit choisir le matériau conduisant le moins facilement la chaleur, donc le matériau dont la conductivité thermique λ est la plus faible : le polystyrène extrudé.

1.4. La résistance thermique totale du sol du grenier doit atteindre la valeur $R = 6,3 \times 10^{-2} \text{ K.W}^{-1}$. Sachant que lorsque plusieurs parois sont accolées, la résistance thermique totale est égale à la somme des résistances thermiques de chaque paroi, calculer la résistance thermique de l'isolant choisi précédemment par Frédéric à la question 1.3.

D'après l'énoncé, si on colle une paroi sur le sol du grenier, la résistance totale sera la somme de la résistance du sol et de celle de la paroi : $R_{\text{tot}} = R_{\text{sol}} + R_{\text{paroi}}$.

$$\text{Calculons } R_{\text{paroi}} : R_{\text{paroi}} = R_{\text{tot}} - R_{\text{sol}} = 6,3 \times 10^{-2} - 7,5 \times 10^{-3} = 6,3 \times 10^{-2} - 0,75 \times 10^{-2} = 5,6 \times 10^{-2} \text{ K.W}^{-1}.$$

1.5. Frédéric a lu que la résistance thermique d'une paroi plane dépend de la conductivité thermique λ du matériau constituant la paroi, de son épaisseur e et de la surface S traversée par le flux thermique. La résistance thermique est inversement proportionnelle à la conductivité thermique et à la surface traversée et proportionnelle à l'épaisseur.

1.5.1. À partir des informations ci-dessus, donner l'expression de la résistance thermique d'une paroi plane. Vérifier l'homogénéité de votre expression.

La relation entre résistance thermique et conductivité thermique est : $R = \frac{e}{\lambda.S}$

Vérifions la par analyse dimensionnelle :

e est une longueur : $\dim(e) = L$

S est une surface : $\dim(S) = L^2$

λ est une conductivité thermique exprimée en $W.m^{-1}.K^{-1}$: $\dim(\lambda) = P.L^{-1}.\theta^{-1}$.

R est une résistance thermique exprimée en $K.W^{-1}$: d'après les unités, $\dim(R) = \theta.P^{-1}$

Vérifions la dimension de $\frac{e}{\lambda.S}$: $\dim\left(\frac{e}{\lambda.S}\right) = \frac{L}{P.L^{-1}\theta^{-1}.L^2} = \frac{L}{P.L\theta^{-1}} = \theta.P^{-1}$

On vérifie bien que $\dim\left(\frac{e}{\lambda.S}\right) = \dim(R)$

1.5.2. Les matériaux proposés dans le tableau s'achètent sous forme de panneaux rigides dans le commerce. Quelle épaisseur minimale doit posséder le panneau du matériau choisi par Frédéric ?

Épaisseur minimale du panneau du matériau :

$$R_{\text{paroi}} \geq 5,6 \times 10^{-2} \text{ K.W}^{-1}$$

$$\frac{e}{\lambda.S} \geq 5,6 \times 10^{-2}$$

$$e \geq 5,6 \times 10^{-2} \times \lambda \times S$$

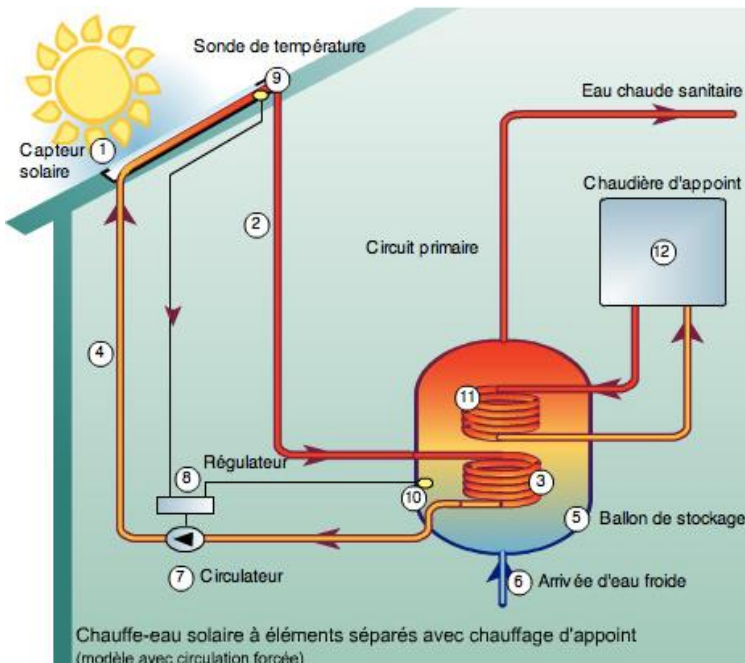
$$e \geq 5,6 \times 10^{-2} \times 0,033 \times 80$$

$$e \geq 0,15 \text{ m}$$

L'épaisseur minimale du panneau doit être de 0,15 m soit 15 cm.

2. Principe d'un chauffe-eau solaire

Toujours dans le but de réaliser des économies d'énergie, Frédéric envisage de produire son eau chaude sanitaire en tirant profit de l'énergie solaire. Il se documente sur le principe d'un chauffe-eau solaire individuel. Voici le résultat de ses recherches :



Un chauffe-eau solaire se compose d'un capteur solaire thermique (qui se comporte comme une mini serre) (1). Dans le circuit primaire (2) calorifugé circule le liquide caloporteur (eau + glycol). Ce liquide s'échauffe lorsqu'il passe dans les tubes du capteur solaire et se dirige vers le ballon de stockage (5) de l'eau sanitaire. Le liquide caloporteur cède sa chaleur à l'eau sanitaire par l'intermédiaire d'un échangeur thermique (3). Une fois refroidi, le liquide caloporteur repart vers le capteur solaire où il sera à nouveau chauffé. Une pompe électrique (7) met en mouvement le liquide caloporteur lorsque la température de celui-ci est supérieure à celle de l'eau sanitaire du ballon.

L'énergie solaire ne peut pas assurer la production d'eau chaude quelle que soit la saison. C'est pourquoi le ballon de stockage est également équipé d'un dispositif de chauffage d'appoint (ensemble (11) et (12)).

Schéma du principe d'un chauffe-eau solaire individuel (D'après Ademe)

2.1 Citer les trois modes de transfert thermique. Les présenter brièvement.

Les trois modes de transfert thermique sont :

- conduction : elle nécessite un milieu matériel. L'énergie est transportée de proche en proche, généralement dans un solide, sans déplacement de matière.
- convection : elle nécessite un milieu matériel. L'énergie est transportée par des mouvements de matière, au sein d'un gaz ou d'un liquide.
- rayonnement : elle ne nécessite pas de milieu matériel. L'énergie est transportée par des ondes électromagnétiques.

2.2 Quel mode de transfert thermique intervient :

- au niveau du capteur solaire (1),
- au niveau de l'échangeur thermique (3),
- et à l'intérieur du ballon de stockage (5) ? Justifier.

Mode de transfert thermique qui intervient :

- au niveau du capteur solaire (1), c'est le rayonnement car le capteur reçoit le rayonnement électromagnétique provenant du Soleil,
- au niveau de l'échangeur thermique (3), c'est la conduction car l'énergie traverse la paroi solide de l'échangeur thermique,
- à l'intérieur du ballon de stockage (5), c'est la convection : l'énergie est transportée par le mouvement de l'eau sanitaire.

2.3 Le fluide caloporteur s'échauffe lorsqu'il passe dans le capteur solaire. Comment varie son énergie interne ? Pourquoi ?

L'énergie interne est liée à l'agitation thermique des molécules d'eau. Plus la température est élevée, plus l'agitation thermique est importante : l'énergie interne augmente donc avec la température.

3. Bilan thermique

Installé dans sa cuisine, Frédéric poursuit ses réflexions sur les modifications à réaliser dans sa maison tout en se préparant une tasse de thé. Il réchauffe l'eau de son thé à l'aide de son four à micro-ondes. Lorsque les micro-ondes atteignent les molécules d'eau présentes dans les aliments, celles-ci se mettent à osciller $2,45 \times 10^9$ fois par seconde. La mise en mouvement des molécules d'eau produit la chaleur nécessaire pour réchauffer les aliments.

Données :

- Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$;
- Masse volumique de l'eau : $\rho_{\text{eau}} = 1,00 \text{ kg.L}^{-1}$;
- Capacité thermique de l'eau : $c_{\text{eau}} = 4180 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$;
- On rappelle que l'énergie transférée à un système avec une puissance P pendant la durée Δt est : $E = P \Delta t$.

3.1. À quel type d'ondes les micro-ondes appartiennent-elles ?

Les micro-ondes sont des ondes électromagnétiques dont la fréquence f est égale à $2,45 \times 10^9 \text{ Hz}$.

3.2. Déterminer la longueur d'onde des micro-ondes du four.

La longueur d'onde des micro-ondes du four est : $\lambda = \frac{c}{f}$

$$\lambda = \frac{3,00 \times 10^8}{2,45 \times 10^9} = 0,122 \text{ m}$$

Frédéric chauffe un volume $V = 250 \text{ mL}$ d'eau dans sa tasse. Il souhaite que la température de l'eau passe de 10°C à 90°C .

3.3. Calculer la variation d'énergie interne de l'eau contenue dans la tasse.

$V = 250 \text{ mL} = 0,250 \text{ L}$ et $\Delta\theta = 90 - 10 = 80^\circ\text{C}$.

La variation d'énergie interne de l'eau est égale à : $\Delta U = m.C_{\text{eau}}.\Delta\theta$

Or $m = \rho_{\text{eau}}.V$ ainsi $\Delta U = \rho_{\text{eau}}.V.C_{\text{eau}}.\Delta\theta$

$$\Delta U = 1,00 \times 0,250 \times 4180 \times 80 = 8,36 \times 10^4 = 8,4 \times 10^4 \text{ J avec deux chiffres significatifs.}$$

On suppose que le four à micro-ondes est bien isolé. Le four est réglé sur la position de puissance $P = 900 \text{ W}$.

3.4. Au bout de combien de temps l'eau du thé sera-t-elle prête ?

En admettant que toute la puissance du four serve à chauffer l'eau, la durée de chauffage sera :

$$E = P.\Delta t$$

$$\Delta t = \frac{E}{P} = \frac{\Delta U}{P}$$

$$\Delta t = \frac{8,4 \times 10^4}{900} = 93 \text{ s, soit un peu plus d'une minute et demie.}$$

TYPE BAC 24 : CAVE À VIN



Cave à vin
Photo Wikipédia

Déguster un vin à la bonne température est essentiel pour pouvoir en apprécier les saveurs gustatives et odorantes : un vin trop tiède n'est pas agréable ; un vin trop froid voit ses arômes masqués par l'alcool. Pour pouvoir servir les vins à la bonne température, on utilise des caves à vin.

On s'intéresse à une bouteille de vin rouge léger dont la température idéale de service est de 13° C. Initialement, cette bouteille et son contenu sont à une température voisine de 22° C. On place cette bouteille dans la cave à vin afin d'optimiser sa dégustation. L'air à l'intérieur de la cave à vin joue le rôle d'un thermostat. Sa température T_{air} demeure constante et égale à 13 °C.

Dans cet exercice, on cherche à déterminer la durée nécessaire pour que la température du vin atteigne la valeur souhaitée de 13 °C

Evolution de la température - Durée du refroidissement

On s'intéresse à l'évolution de la température T du système {vin + bouteille} placé dans le thermostat.

Le système {vin + bouteille} est immobile. L'air de la cave à vin est ventilé.

On désigne par Q le transfert thermique entre l'air et le système, et par Φ le flux thermique correspondant, c'est-à-dire le transfert thermique par unité de temps.

Le transfert thermique et le flux thermique sont comptés positivement si le transfert thermique a lieu de l'air vers le système. On fait l'hypothèse que le flux thermique Φ vérifie la loi phénoménologique de Newton.

Loi phénoménologique de Newton

Lorsqu'un système incompressible de température T est placé dans un fluide en écoulement à la température T_a , il s'établit un flux thermique entre le thermostat et le système proportionnel à l'écart de température $(T - T_a)$.

On peut alors écrire : $\Phi = -h \times S \times (T - T_a)$

- S est la surface d'échange entre le système et le thermostat (en m²) ;
- h est le coefficient d'échange convectif (en W · m⁻² · K⁻¹).

Données :

- Surface d'échange entre la bouteille et l'air : $S = 4,66 \times 10^{-2} \text{ m}^2$
- Coefficient d'échange convectif : $h = 10 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$
- Capacité thermique du système {vin + bouteille} : $C = 3,25 \text{ kJ.K}^{-1}$
- $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273$

1. À l'aide du premier principe de la thermodynamique, relier la variation d'énergie interne ΔU du système {vin + bouteille} au transfert thermique Q entre l'air et le système.

$$\Delta U = Q$$

2. Exprimer le transfert thermique Q pendant une durée très petite Δt en fonction du flux thermique Φ supposé constant pendant cette durée et de Δt . Rappeler les unités, dans le système international, des grandeurs intervenant dans cette expression.

$$Q = \Phi \cdot \Delta t. \quad Q \text{ (joule)} ; \Phi \text{ (watt)} ; \Delta t \text{ (seconde)}.$$

La variation d'énergie interne d'un système incompressible au repos dont la température varie de ΔT est donnée par la relation $\Delta U = C \times \Delta T$ (C est la capacité thermique du système).

3. Exprimer le flux thermique Φ en fonction de la capacité thermique C du système supposé incompressible, de sa variation de température ΔT et de la durée Δt .

$$\Phi = C \Delta T / \Delta t.$$

4. En utilisant la loi phénoménologique de Newton, et en faisant tendre Δt vers 0, vérifier que l'équation différentielle qui régit l'évolution de la température T s'écrit : $\frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\tau} (T - T_{air})$

En déduire l'expression et l'unité de τ .

$$\Phi = -h S (T - T_{air}) = C \frac{dT}{dt}.$$

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{hS}{C} (T - T_{air}).$$

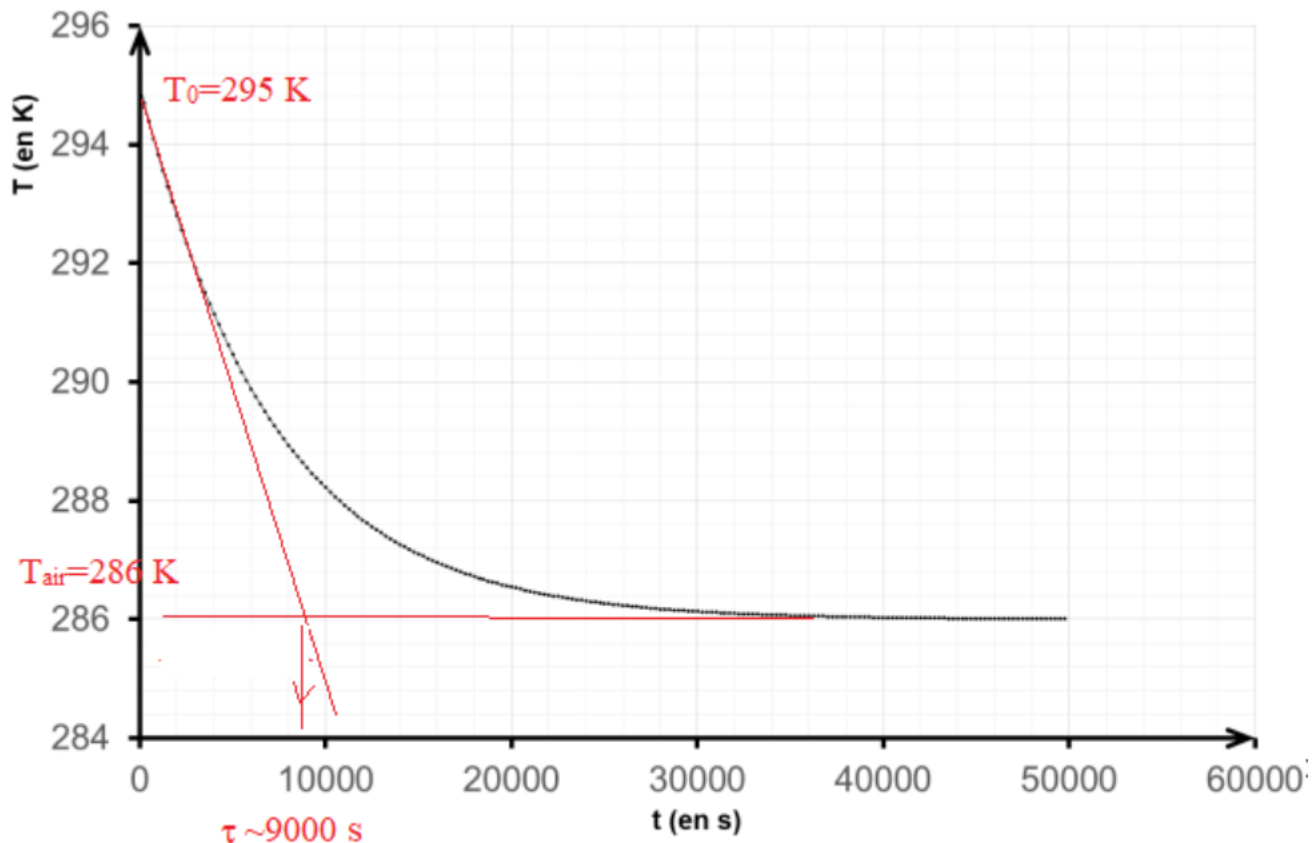
On pose $t = \frac{C}{hS}$

C s'exprime en $J K^{-1}$ et hS s'exprime en $W K^{-1}$; t s'exprime en $J W^{-1}$ soit en seconde.

Le modèle d'évolution temporelle de la température du système {vin + bouteille}, solution de l'équation différentielle, est le suivant : $T(t) = (T_0 - T_{air}) e^{-\frac{t}{\tau}} + T_{air}$

Cette évolution temporelle de la température $T(t)$ est représentée ci-dessous.

5. Retrouver à l'aide des résultats de la modélisation les valeurs de T_0 et de T_{air} .



6. Estimer graphiquement au bout de combien de temps le vin pourra être servi à la température souhaitée (à 0,5 degré près).

On s'intéresse à une bouteille de vin rouge léger dont la température idéale de service est de $13^\circ C$. Initialement, cette bouteille et son contenu sont à une température voisine de $22^\circ C$. On place cette bouteille dans la cave à vin afin d'optimiser sa dégustation. L'air à l'intérieur de la cave à vin joue le rôle d'un thermostat. Sa température T_{air} demeure constante et égale à $13^\circ C$.

Au bout de 20 000 s, la température du vin est de $13 \pm 0,5^\circ C$.