

Terminale Spécialité Physique-Chimie	Thème : Mouvement et interactions	M.KUNST-MEDICA MAJ 07/2024	
<u>Chapitre 10 : Mouvement dans un champ uniforme</u>		Cours livre p 242 à 247	

Objectifs et trame du chapitre (8 séances)

I. Des champs uniformes. II. Étude d'un mouvement. III. Étude énergétique

Activité expérimentale n°10.1 : Mouvement dans un champ de pesanteur (3 séances)

Capacités visées :

- Établir et exploiter les équations horaires du mouvement.
- Établir l'équation de la trajectoire.
- Utiliser des capteurs ou une vidéo pour déterminer les équations horaires du mouvement du centre de masse d'un système dans un champ uniforme.
- Exploiter la conservation de l'énergie mécanique dans le cas d'un mouvement dans un champ uniforme.
- Représenter, à partir de données expérimentales variées, l'évolution des grandeurs énergétiques d'un système en mouvement dans un champ uniforme à l'aide d'un tableur.

IV. Fonctionnement d'un accélérateur de particules.

Activité documentaire n°10.2 : Étude d'un accélérateur de particules (LINAC) (1 séance)

Capacités visées :

- Utiliser la deuxième loi de Newton dans des situations variées.
- Établir et exploiter les équations horaires du mouvement.
- Décrire le principe d'un accélérateur linéaire de particules chargées.
- Discuter de l'influence des grandeurs physiques sur les caractéristiques du champ électrique dans le cas du mouvement dans un champ uniforme.

Synthèse des activités :

Vidéo cours mouvement dans un champ uniforme (Hachette-éducation)

<https://www.youtube.com/watch?v=mRCZu3tWvwo>



Vidéo cours Stella : Mouvement dans un champ de pesanteur uniforme

<https://www.youtube.com/watch?v=i8qwBT8QWb8>

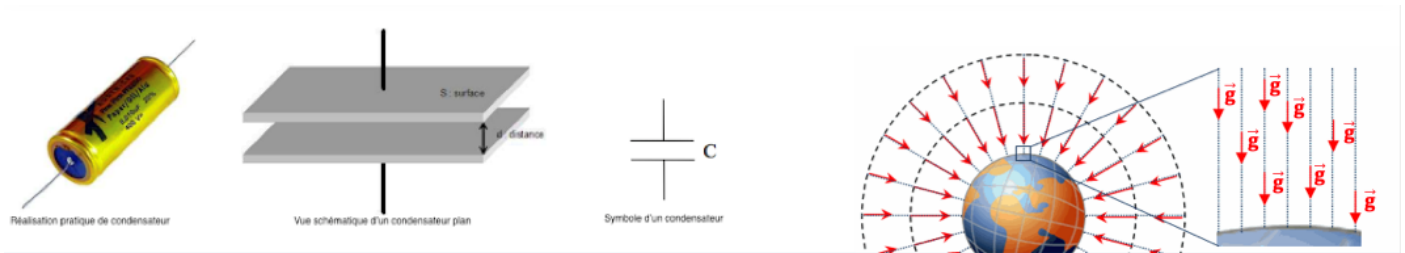


Vidéo cours Stella : Mouvement dans un champ électrique uniforme

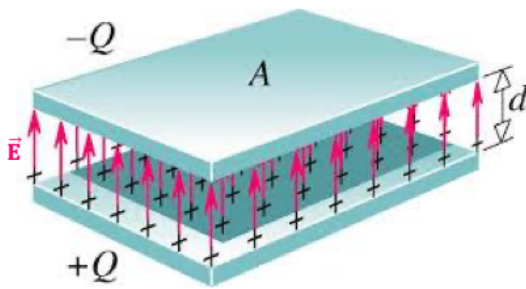
<https://www.youtube.com/watch?v=buY7lcMZkeA>



I. Des champs uniformes.



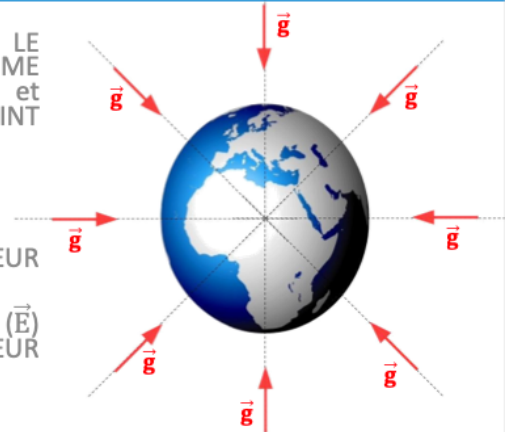
MOUVEMENT DANS UN CHAMP UNIFORME



CHAMP UNIFORME : LE VECTEUR CHAMP A MÊME DIRECTION, MÊME SENS et MÊME NORME EN TOUT POINT DE L'ESPACE.

EXEMPLE :

- LE CHAMP DE PESANTEUR ($\vec{g}$),
- LE CHAMP ELECTRIQUE ($\vec{E}$) DANS UN CONDENSATEUR PLAN.



II. Étude d'un mouvement.

Bilan de l'étude d'un mouvement d'un objet dans un champ gravitationnel

CAS DE LA CHUTE LIBRE

Soit une balle lâchée sans vitesse initiale du haut d'une tour, d'une hauteur $h = 10,0 \text{ m}$.

Quelle est la durée nécessaire pour que la balle atteigne le sol ?

Référentiel : Nous observerons le mouvement de ce système dans le **référentiel terrestre** que l'on pourra considérer comme galiléen vu les conditions de l'expérience (durée de l'expérience $\ll 24\text{h}$).

Repère d'espace : nous prendrons un **repère cartésien à trois dimension** (pour l'exemple), bien qu'un repère à une seule dimension (Oz) suffirait dans ce cas. Nous placerons l'origine O du repère lié à ce référentiel sur le sol, à la verticale de la balle à l'instant $t=0$.

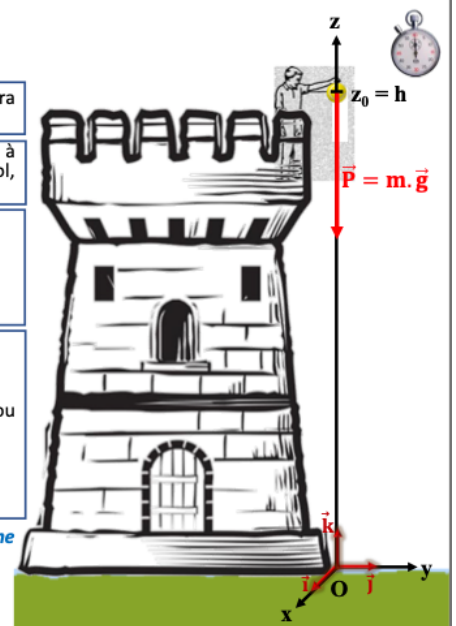
Bilan des forces : les forces auxquelles est soumis le système sont :

- le **poids** $\vec{P}$ du système : $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$;
- les **forces de frottement** de l'air $\vec{f}$, que l'on négligera dans le cadre de ce problème ;
- la **poussée d'Archimède** $\vec{\pi}$, vu que l'on se trouve dans un fluide (l'air), que l'on négligera aussi.

Conditions initiales :

- On choisit de placer l'origine du temps ($t = 0$) **à l'instant précis du lâcher de balle**.
- les coordonnées du vecteur position initial $\vec{OG}_0$ du centre d'inertie du système sont $\vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0=0 \\ y_0=0 \\ z_0=h \end{pmatrix}$ ou encore $\vec{OG}_0 = h \cdot \vec{k}$
- la balle étant lâchée sans vitesse initiale, on a donc $\vec{v}_0 = \vec{0}$, soit $\vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x}=0 \\ v_{0y}=0 \\ v_{0z}=0 \end{pmatrix}$

Nous pouvons déjà tirer de la 1^{ère} loi de Newton que le mouvement de la balle dans le référentiel terrestre ne pourra pas être rectiligne ET uniforme car les forces auxquelles est soumise la balle ne se compensent pas.



CAS DE LA CHUTE LIBRE

Selon le principe fondamental de la dynamique (2^{ème} loi de Newton), dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen, nous avons la relation suivante : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{p}_G}{dt}$

Or, nous avons vu dans le bilan des forces que la seule force considérée est le poids $\vec{P}$ de la balle (chute libre). D'où : $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{P}$.

Nous savons de même que la quantité de mouvement $\vec{p}_G$ du centre d'inertie du système étudié s'écrit : $\vec{p}_G = m \cdot \vec{v}_G$.

$$\text{D'où : } \frac{d\vec{p}_G}{dt} = \frac{d(m \cdot \vec{v}_G)}{dt} \Rightarrow \frac{d\vec{p}_G}{dt} = m \cdot \frac{d\vec{v}_G}{dt} + \vec{v}_G \cdot \frac{dm}{dt} \quad [(uv)' = u'v + uv']$$

Dans notre cas, si la masse du système reste constante pendant la chute, on a $\frac{dm}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{p}_G}{dt} = m \cdot \frac{d\vec{v}_G}{dt}$.

De plus, par définition : $\frac{d\vec{v}_G}{dt} = \vec{a}_G$. On a donc : $\frac{d\vec{p}_G}{dt} = m \cdot \vec{a}_G$.

$$\text{D'où : } \vec{P} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \vec{a}_G = \vec{g}$$

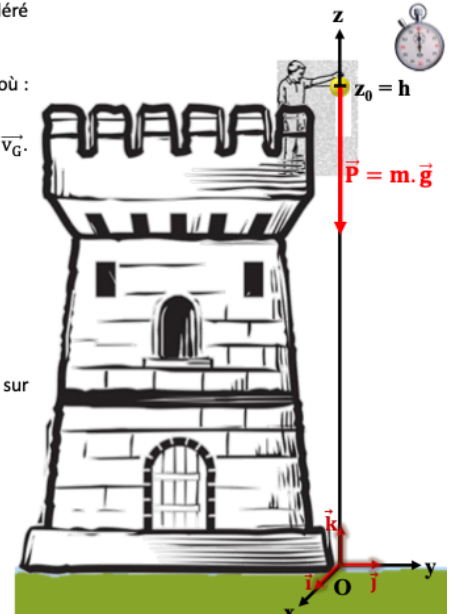
Nous trouverons ce dernier résultat dans chaque problème de **chute libre** où le poids est la seule force exercée sur le système.

Nous pouvons alors décomposer ces différents vecteurs selon les composantes du repère Oxyz :

$$\vec{a}_G = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k} \quad \text{et} \quad \vec{g} = 0 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j} - g \cdot \vec{k}$$

$$\text{Par identification, on a donc : } \vec{a}_G(t) \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = -g \end{cases}$$

NB : le signe « - » vient du fait que le vecteur $\vec{k}$ est ascendant alors que le vecteur $\vec{g}$ est descendant. Si nous avions choisi un axe Oz descendant (donc le vecteur $\vec{k}$ aussi), le signe serait positif.



CAS DE LA CHUTE LIBRE

$$\vec{a}_G(t) \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{primitive}} \vec{v}_G(t) \begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = C_2 \\ v_z(t) = -g \cdot t + C_3 \end{cases}$$

Afin de déterminer la valeur de ces constantes C_1 , C_2 , et C_3 , nous allons revenir aux conditions initiales, et plus particulièrement aux coordonnées du vecteur vitesse dans les conditions initiales. Dans ces conditions, nous avons :

$$\vec{v}_0 = \vec{0} \Rightarrow \vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x} = 0 \\ v_{0y} = 0 \\ v_{0z} = 0 \end{pmatrix}$$

En remplaçant t par 0 dans les 3 équations précédentes, nous trouvons alors :

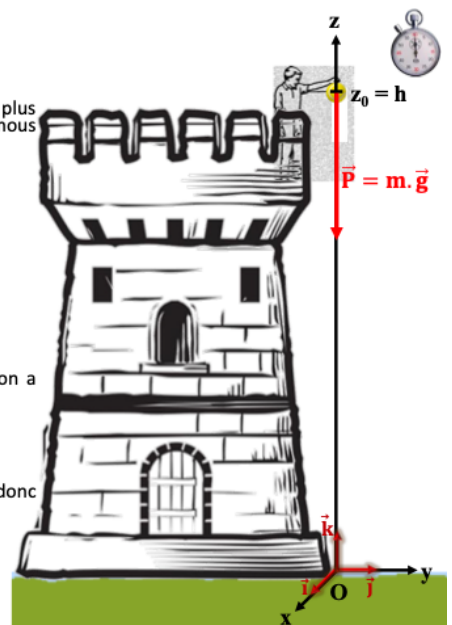
$$\vec{v}_G(0) \begin{cases} v_x(0) = C_1 \\ v_y(0) = C_2 \\ v_z(0) = -g \cdot 0 + C_3 \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_G(0) \begin{cases} v_x(0) = C_1 \\ v_y(0) = C_2 \\ v_z(0) = C_3 \end{cases}$$

Or, comme nous avons dans les conditions initiales : $\vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x}=0 \\ v_{0y}=0 \\ v_{0z}=0 \end{pmatrix}$ qui peut aussi s'écrire $\vec{v}_G(0) \begin{cases} v_x(0) = 0 \\ v_y(0) = 0 \\ v_z(0) = 0 \end{cases}$, on a

$$\text{donc finalement par identification : } \begin{cases} C_1 = 0 \\ C_2 = 0 \\ C_3 = 0 \end{cases}$$

En remplaçant ces constantes par leur valeur dans les trois équations précédentes $v_x(t)$, $v_y(t)$ et $v_z(t)$, on trouve donc **les équations horaires de la vitesse** :

$$\vec{v}_G(t) \begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = -g \cdot t \end{cases}$$



CAS DE LA CHUTE LIBRE

Maintenant que nous avons les coordonnées de la vitesse, nous pouvons trouver les coordonnées du vecteur position. De la même manière que précédemment.

Par définition : $\vec{v}_G = \frac{d\vec{OG}}{dt}$

On en déduit que : $v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} + v_z \cdot \vec{k} = \frac{d(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})}{dt}$

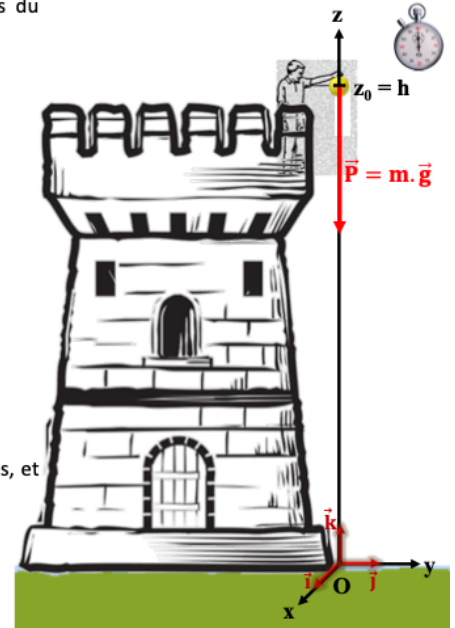
Soit : $v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j} + v_z \cdot \vec{k} = \frac{dx}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{dy}{dt} \cdot \vec{j} + \frac{dz}{dt} \cdot \vec{k}$

Par identification, on a donc :
$$\begin{cases} v_x(t) = \frac{dx}{dt} \\ v_y(t) = \frac{dy}{dt} \\ v_z(t) = \frac{dz}{dt} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 0 \\ \frac{dy}{dt} = 0 \\ \frac{dz}{dt} = -g \cdot t \end{cases}$$

$$\vec{v}_G(t) \begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = -g \cdot t \end{cases} \xrightarrow{\text{primitive}} \vec{OG}(t) \begin{cases} x(t) = C_4 \\ y(t) = C_5 \\ z(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + C_6 \end{cases}$$

Afin de déterminer la valeur de ces constantes C_4 , C_5 , et C_6 , nous allons revenir aux conditions initiales, et plus particulièrement aux coordonnées du vecteur position dans les conditions initiales.

Dans ces conditions, nous avons : $\vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0=0 \\ y_0=0 \\ z_0=h \end{pmatrix}$.



CAS DE LA CHUTE LIBRE

En remplaçant t par 0 dans les 3 équations précédentes, nous trouvons alors :

$$\vec{OG}(0) \begin{cases} x(0) = C_4 \\ y(0) = C_5 \\ z(0) = -\frac{1}{2}g \cdot 0^2 + C_6 \end{cases} \Rightarrow \vec{OG}(0) \begin{cases} x(0) = C_4 \\ y(0) = C_5 \\ z(0) = C_6 \end{cases}$$

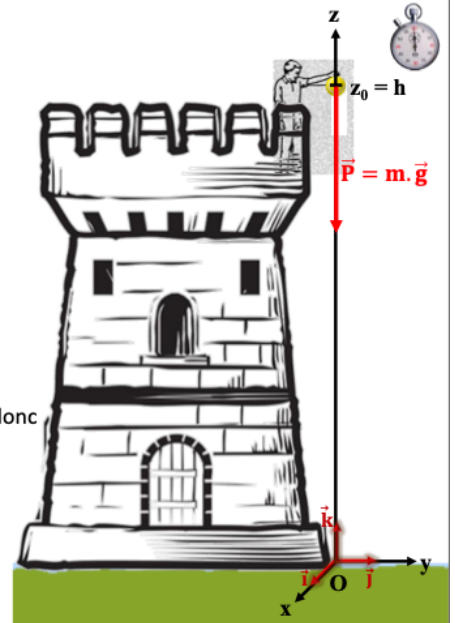
Or, comme nous avons dans les conditions initiales : $\vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0=0 \\ y_0=0 \\ z_0=h \end{pmatrix}$ qui peut aussi s'écrire :

$$\vec{OG}(0) \begin{cases} x(0) = 0 \\ y(0) = 0 \\ z(0) = h \end{cases}$$

On a donc finalement par identification : $\begin{cases} C_3 = 0 \\ C_4 = 0 \\ C_5 = h \end{cases}$

En remplaçant ces constantes par leur valeur dans les trois équations $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$, on trouve donc les **équations horaires du vecteur position** :

$$\vec{OG}(t) \begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = 0 \\ z(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + h \end{cases}$$



CAS DE LA CHUTE LIBRE

Les 9 équations encadrées se nomment « **les équations horaires du mouvement** » car elles donnent une indication sur la position de système étudié à un instant précis (une heure précise):

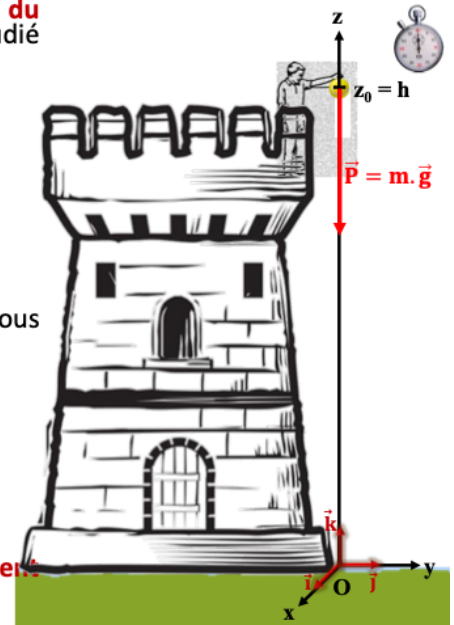
$$\vec{a}_G(t) \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = -g \end{cases} ; \vec{v}_G(t) \begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = -g \cdot t \end{cases} ; \vec{OG}(t) \begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = 0 \\ z(t) = -\frac{1}{2}g \cdot t^2 + h \end{cases}$$

Si on veut savoir à quel instant t_f précis la balle atteindra le sol, nous nous intéressons à l'équation horaire du mouvement $z(t)$ à l'instant t_f :

$$-\frac{1}{2}g \cdot t_f^2 + h = z(t_f) = 0 \Rightarrow h = \frac{1}{2}g \cdot t_f^2 = h \Rightarrow t_f^2 = \frac{2h}{g} \Rightarrow t_f = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$\text{A. N. : } t_f = \sqrt{\frac{2 \times 10,0}{9,81}} \Rightarrow \boxed{t_f = 1,43\text{s}}$$

La balle atteindra donc le sol au bout de 1,43 secondes d'un mouvement rectiligne accéléré.



CAS DE LA CHUTE LIBRE - RÉSUMÉ

Référentiel : **référentiel terrestre** supposé galiléen dans les conditions de l'expérience (courte durée).

Repère d'espace : origine O sur le sol, à la verticale de la balle à l'instant $t = 0$.

Bilan des forces :

- Seulement le poids $\vec{P}$ de la balle (cas de la chute libre) : $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$;

Conditions initiales :

- Origine du temps ($t = 0$) : le lâcher de balle.
- $\vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0=0 \\ y_0=0 \\ z_0=h \end{pmatrix}$
- $\vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x}=0 \\ v_{0y}=0 \\ v_{0z}=0 \end{pmatrix}$

Selon le principe fondamental de la dynamique, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, nous avons la relation suivante :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{p}_G}{dt} \Rightarrow \vec{P} = \frac{d\vec{p}_G}{dt}$$

La masse de la balle restant constante pendant la chute, on a :

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \boxed{\vec{a}_G = \vec{g}}$$

$$\text{Or : } \vec{a}_G(t) \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \text{ et } \vec{g} \begin{pmatrix} g_x=0 \\ g_y=0 \\ g_z=-g \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{a}_G(t) \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = -g \end{cases}$$

$$\vec{a}_G(t) \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{primitive}} \vec{v}_G(t) \begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = C_2 \\ v_z(t) = -g \cdot t + C_3 \end{cases}$$

Or, d'après les conditions initiales :

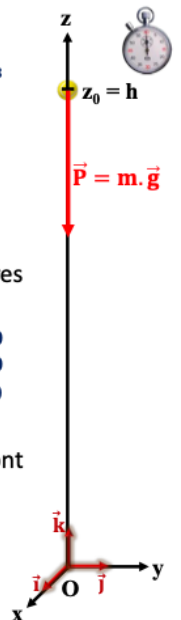
$$\vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x}=0 \\ v_{0y}=0 \\ v_{0z}=0 \end{pmatrix}$$

En utilisant les équations horaires précédentes dans les conditions initiales :

$$\vec{v}_G(0) \begin{cases} v_x(0) = C_1 \\ v_y(0) = C_2 \\ v_z(0) = -g \cdot 0 + C_3 \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_G(0) \begin{cases} v_x(0) = C_1 = 0 \\ v_y(0) = C_2 = 0 \\ v_z(0) = C_3 = 0 \end{cases}$$

Les équations horaires de la vitesse sont donc :

$$\vec{v}_G(t) \begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = 0 \\ v_z(t) = -g \cdot t \end{cases}$$



CAS DE LA CHUTE LIBRE PARABOLIQUE

Soit un ballon de basketball lancée avec une vitesse initiale v_0 et un angle avec l'horizontal de $\alpha = 45^\circ$.

Sachant que le panier se trouve à une distance $d = 4,60$ m du joueur et à une hauteur $H = 3,05$ m du sol, et que le joueur lance le ballon d'une hauteur $h = 2,00$ m, à quelle vitesse doit-il lancer le ballon pour marquer ?

Référentiel : Nous observerons le mouvement du ballon dans le **référentiel terrestre** que l'on pourra considérer comme un référentiel galiléen vu les conditions de l'expérience (durée de l'expérience $\ll 24$ h). Nous placerons l'origine du repère lié à ce référentiel au centre du ballon à l'instant $t=0$.

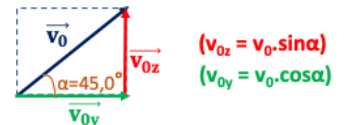
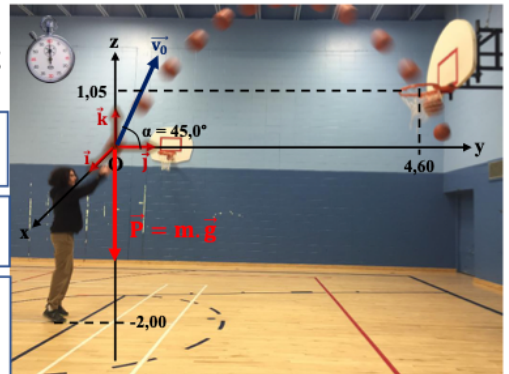
Repère d'espace : nous prendrons un **repère cartésien à trois dimension** (pour l'exemple), bien qu'un repère à deux dimensions suffirait dans ce cas. Nous placerons l'origine O du repère lié à ce référentiel au centre de masse G_0 du ballon de basketball à l'instant initial $t=0$.

Bilan des forces : les forces auxquelles est soumis le système sont :

- le poids $\vec{P}$ du système : $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$;
- les forces de frottement de l'air $\vec{f}$, que l'on négligera dans le cadre de ce problème ;
- la poussée d'Archimède $\vec{\pi}$, vu que l'on se trouve dans un fluide (l'air), que l'on négligera aussi.

Conditions initiales :

- On choisit de placer l'origine du temps ($t = 0$) à **l'instant du lancer** (lorsqu'il n'y a plus de contact entre la main du joueur et le ballon) ;
- les coordonnées du vecteur position initial $\vec{OG}_0$ sont $\vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0=0 \\ y_0=0 \\ z_0=0 \end{pmatrix}$ ou encore $\vec{OG}_0 = \vec{0}$
- Le ballon étant lancé avec une vitesse initiale : $\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{i} + v_{0y}\vec{j} + v_{0z}\vec{k}$, avec $\vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x}=0 \\ v_{0y}=v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_{0z}=v_0 \cdot \sin\alpha \end{pmatrix}$



Nous pouvons déjà tirer de la 1^{ère} loi de Newton que le mouvement du ballon dans le référentiel terrestre ne pourra pas être rectiligne ET uniforme car les forces auxquelles est soumis le ballon ne se compensent pas

CAS DE LA CHUTE LIBRE PARABOLIQUE - RÉSUMÉ

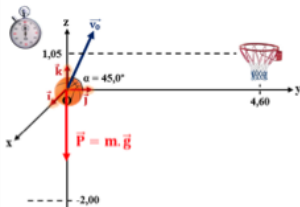
Référentiel : référentiel terrestre supposé galiléen dans les conditions de l'expérience (courte durée).

Repère d'espace : origine O au centre de masse G_0 de la balle à l'instant $t = 0$.

Bilan des forces : seul le poids $\vec{P}$ du ballon (cas de la chute libre) : $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$;

Conditions initiales :

- Origine du temps ($t = 0$) : le lancer de balle.
- $\vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0=0 \\ y_0=0 \\ z_0=0 \end{pmatrix}$
- $\vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x}=0 \\ v_{0y}=v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_{0z}=v_0 \cdot \sin\alpha \end{pmatrix}$



Selon le principe fondamental de la dynamique, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, nous avons la relation suivante :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{p}_G}{dt} \Rightarrow \vec{P} = \frac{d\vec{p}_G}{dt}$$

La masse du ballon restant constante pendant la chute, on a :

$$\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \boxed{\vec{a}_G = \vec{g}}$$

$$\text{Or : } \vec{a}_G(t) \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} \text{ et } \vec{g} \begin{pmatrix} g_x=0 \\ g_y=0 \\ g_z=-g \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{a}_G(t) \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = -g \end{cases}$$

$$\vec{a}_G(t) \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = 0 \\ a_z(t) = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{primitive}} \vec{v}_G(t) \begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = C_2 \\ v_z(t) = -g \cdot t + C_3 \end{cases}$$

Or, d'après les conditions initiales :

$$\vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x} = 0 \\ v_{0y} = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_{0z} = v_0 \cdot \sin\alpha \end{pmatrix}$$

En utilisant les équations horaires précédentes dans les conditions initiales :

$$\vec{v}_G(t) \begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_y(t) = C_2 \\ v_z(t) = -g \cdot t + C_3 \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_G(0) \begin{cases} v_x(0) = C_1 = 0 \\ v_y(0) = C_2 = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_z(0) = C_3 = v_0 \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

Les **équations horaires de la vitesse** sont donc :

$$\vec{v}_G(t) \begin{cases} v_x(t) = 0 \\ v_y(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_z(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

CAS DE LA CHUTE LIBRE PARABOLIQUE - RÉSUMÉ

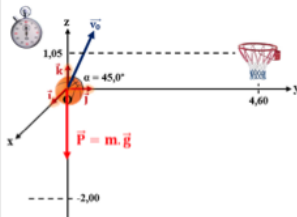
Référentiel : référentiel terrestre supposé galiléen dans les conditions de l'expérience (courte durée).

Repère d'espace : origine O au centre de masse G_0 de la balle à l'instant $t = 0$.

Bilan des forces : seul le poids $\vec{P}$ du ballon (cas de la chute libre) : $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$;

Conditions initiales :

- Origine du temps ($t = 0$) : le lancer de balle.
- $\vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0=0 \\ y_0=0 \\ z_0=0 \end{pmatrix}$
- $\vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x}=0 \\ v_{0y}=v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_{0z}=v_0 \cdot \sin \alpha \end{pmatrix}$



Par définition : $\vec{v}_G = \frac{d\vec{OG}}{dt}$.

Par identification, on a donc :

$$\vec{v}_G(t) \begin{cases} v_x(t) = \frac{dx}{dt} = 0 \\ v_y(t) = \frac{dy}{dt} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_z(t) = \frac{dz}{dt} = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

Par intégration :

$$\vec{OG}(t) \begin{cases} x(t) = C_4 \\ y(t) = (v_0 \cdot \cos \alpha) \cdot t + C_5 \\ z(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin \alpha) \cdot t + C_6 \end{cases}$$

Or, d'après les conditions initiales : $\vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0=0 \\ y_0=0 \\ z_0=0 \end{pmatrix}$.

En utilisant les équations horaires précédentes dans les conditions initiales :

$$\vec{OG}(0) \begin{cases} x(0) = C_4 \\ y(0) = (v_0 \cdot \cos \alpha) \cdot 0 + C_5 \\ z(0) = -\frac{1}{2} g \cdot 0^2 + (v_0 \cdot \sin \alpha) \cdot 0 + C_6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{OG}(0) \begin{cases} x(0) = C_4 = 0 \\ y(0) = C_5 = 0 \\ z(0) = C_6 = 0 \end{cases}$$

Les **équations horaires du vecteur position** sont donc :

$$\vec{OG}(t) \begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = (v_0 \cdot \cos \alpha) \cdot t \\ z(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin \alpha) \cdot t \end{cases}$$

Nous devons donc trouver une **équation de la trajectoire $z(y)$** (z en fonction de y) car le ballon ne varie pas selon l'axe Ox.

Isolons « t » dans l'équation $y(t)$ puis injectons le résultat dans l'équation $z(t)$. La variable t sera donc remplacée par la variable y et nous remplacerons donc $z(t)$ par $z(y)$.

$$y(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \Rightarrow t(y) = \frac{y}{v_0 \cdot \cos \alpha}$$

En injectant ce résultat dans l'équation $z(t)$, on obtient :

$$z(y) = -\frac{1}{2} g \cdot \left(\frac{y}{v_0 \cdot \cos \alpha} \right)^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{y}{v_0 \cdot \cos \alpha}$$

$$\Rightarrow z(y) = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot y^2 + \tan \alpha \cdot y$$

Cette dernière équation se nomme donc « **équation de la trajectoire** ».

CAS DE LA CHUTE LIBRE PARABOLIQUE - RÉSUMÉ

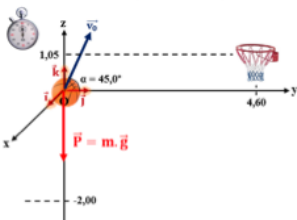
Référentiel : référentiel terrestre supposé galiléen dans les conditions de l'expérience (courte durée).

Repère d'espace : origine O au centre de masse G_0 de la balle à l'instant $t = 0$.

Bilan des forces : seul le poids $\vec{P}$ du ballon (cas de la chute libre) : $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$;

Conditions initiales :

- Origine du temps ($t = 0$) : le lancer de balle.
- $\vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0=0 \\ y_0=0 \\ z_0=0 \end{pmatrix}$
- $\vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x}=0 \\ v_{0y}=v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_{0z}=v_0 \cdot \sin \alpha \end{pmatrix}$



Finalement, pour savoir quelle vitesse initiale il faut donner au ballon pour que celui-ci entre dans le panier, nous isolons v_0 dans l'équation de la trajectoire :

$$z - \tan \alpha \cdot y = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot y^2$$

$$\Rightarrow \tan \alpha \cdot y - z = \frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot y^2$$

$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{g}{2 \cos^2 \alpha \cdot (\tan \alpha \cdot y - z)} \cdot y^2$$

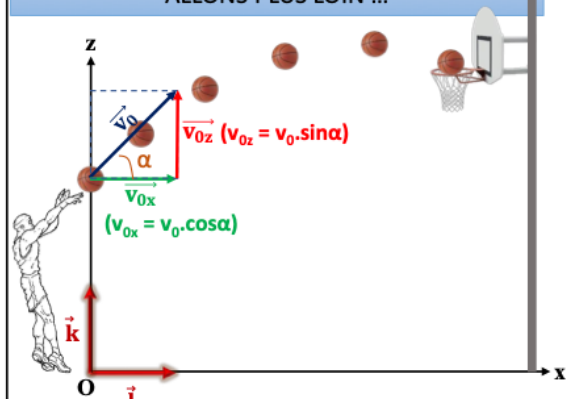
$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{g}{2 \cos^2 \alpha \cdot (\tan \alpha \cdot y - z)} \cdot y^2}$$

$$\text{A. N.: } v_0 = \sqrt{\frac{9,81}{2 \cos^2(45,0) \times (\tan(45,0) \times 4,60 - 1,05)} \times 4,60^2}$$

$$\Rightarrow v_0 = 7,65 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Le lanceur doit donc lancer le ballon avec une vitesse de 7,65 m/s s'il veut marquer le panier dans le cas où l'angle du lancer est de 45,0°.

ALLONS PLUS LOIN ...



Si l'origine du repère Oxz était placée sur le sol, à la verticale du ballon à l'instant initial, l'équation de la trajectoire s'écrirait alors :

$$\Rightarrow z(x) = -\frac{g}{2v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x^2 + \tan \alpha \cdot x$$

Cela n'aurait aucune incidence sur le résultat obtenu. Essayez de retrouver cette équation de la trajectoire.

LE CHAMP ELECTRIQUE $\vec{E}$

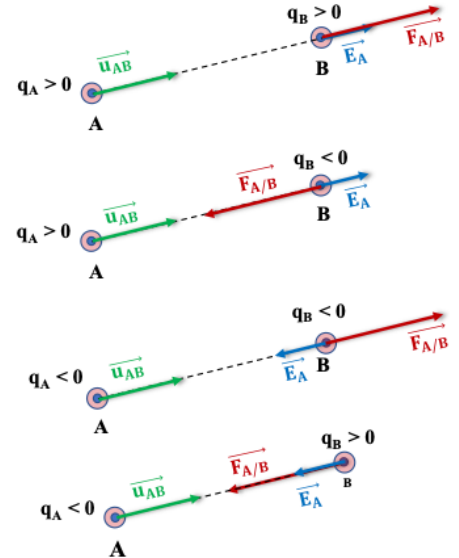
De la même manière que le champ gravitationnel, le champ électrostatique est lié à la force électrostatique et représente l'effet qu'exerce une charge sur son environnement.

Rappelons l'expression de la valeur de la force qu'exerce une charge source q_A sur une charge q_B située à une distance AB de q_A :

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A} = K \cdot \frac{q_A \cdot q_B}{AB^2} \cdot \vec{u}_{AB} \quad \text{avec : } \begin{cases} K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \text{ (constante électrique)} \\ q_A \text{ et } q_B \text{ en Coulomb (C)} \\ F \text{ en Newton (N)} \\ AB \text{ en mètre (m)} \end{cases}$$

Le champ électrostatique E créé par la charge q_A s'écrit alors au point B (même en l'absence de charge en ce point) :

$$\vec{E}_A = K \cdot \frac{q_A}{AB^2} \cdot \vec{u}_{AB} \Rightarrow \vec{E}_A = \frac{\vec{F}_{AB}}{q_B}$$



CAS DU CONDENSATEUR PLAN

Soit un proton de charge $q_p = +e$ qui arrive au point O situé à équidistance entre les deux armatures d'un condensateur plan chargé. On considèrera que l'on pourra négliger le poids $\vec{P}$ du proton devant la force électrique $\vec{E}$.

Le proton sort-il du condensateur ?

Référentiel : Nous observerons le mouvement de ce système dans le **référentiel terrestre** que l'on pourra considérer comme un référentiel galiléen vu les conditions de l'expérience (durée de l'expérience $\ll 24\text{h}$). Nous placerons l'origine du repère lié à ce référentiel au centre du proton à l'instant $t = 0$.

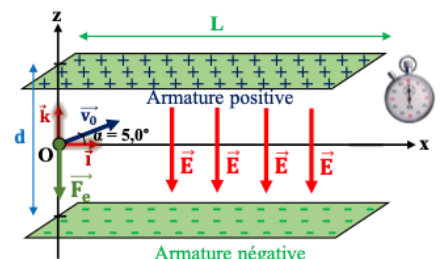
Repère d'espace : nous prendrons un **repère cartésien à deux dimensions Oxz** . Nous placerons l'origine O du repère lié à ce référentiel au centre de masse G_0 du proton à l'instant initial $t = 0$.

Bilan des forces : les forces auxquelles est soumis le système sont :

- le poids $\vec{P}$ du proton : $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ que l'on négligera ;
- La **force électrique $\vec{F}_e$** à laquelle est soumis le proton : $\vec{F}_e = +e \cdot \vec{E}$;

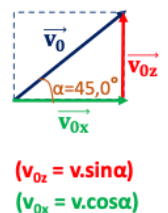
Conditions initiales :

- On choisit de placer l'origine du temps ($t = 0$) à l'instant où le proton arrive dans le condensateur au point O ;
- les coordonnées du vecteur position initial $\vec{OG}_0$ sont $\vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{pmatrix}$ ou encore $\vec{OG}_0 = \vec{0}$
- le proton a une vitesse initiale $\vec{v}_0 = v_{0x}\vec{i} + v_{0z}\vec{k}$, avec $\vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_{0z} = v_0 \cdot \sin\alpha \end{pmatrix}$



Données :

- $U = 250 \text{ V}$
- $d = 5,0 \text{ cm}$
- $L = 20,0 \text{ cm}$
- $v_0 = 7,00 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
- $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- $\alpha = 5,0^\circ$



Nous pouvons déjà tirer de la 1^{ère} loi de Newton que le mouvement du proton dans le référentiel terrestre ne pourra pas être rectiligne ET uniforme car les forces auxquelles est soumis le ballon ne se compensent pas

CAS DU CONDENSATEUR PLAN - RÉSUMÉ

Référentiel : référentiel terrestre supposé galiléen dans les conditions de l'expérience.

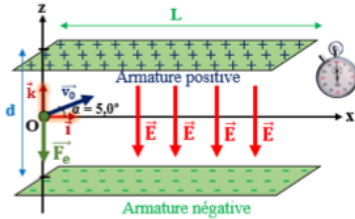
Repère d'espace : origine O au centre de masse G_0 du proton à l'instant $t = 0$.

Bilan des forces :

- poids $\vec{P}$ du proton (négligeable) : $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$;
- force électrique $\vec{F}_e : \vec{F}_e = +e \cdot \vec{E}$

Conditions initiales :

- Origine du temps ($t = 0$) : instant où le proton est au point O.
- $\vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{pmatrix}$; $\vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_{0z} = v_0 \cdot \sin\alpha \end{pmatrix}$



Selon le principe fondamental de la dynamique, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, nous avons la relation suivante :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{p}_G}{dt} \Rightarrow \vec{F}_e = \frac{d\vec{p}_G}{dt}$$

La masse du proton restant constante, on a :

$$\vec{F}_e = m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow e \cdot \vec{E} = m \cdot \vec{a}_G$$

$$\Rightarrow \vec{a}_G = \frac{e \cdot \vec{E}}{m}$$

Or : $\vec{a}_G(t) \begin{pmatrix} a_x \\ a_z \end{pmatrix}$ et $\vec{g} \begin{pmatrix} E_x=0 \\ E_z=-E=-\frac{U}{d} \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \vec{a}_G(t) \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_z(t) = -\frac{e \cdot U}{m \cdot d} \end{cases}$$

$$\vec{a}_G(t) \begin{cases} a_x(t) = 0 \\ a_z(t) = -\frac{e \cdot U}{m \cdot d} \end{cases} \xrightarrow{\text{primitive}} \vec{v}_G(t) \begin{cases} v_x(t) = C_1 \\ v_z(t) = -\frac{e \cdot U}{m \cdot d} \cdot t + C_2 \end{cases}$$

Or, d'après les conditions initiales :

$$\vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_{0z} = v_0 \cdot \sin\alpha \end{pmatrix}$$

En utilisant les équations horaires précédentes dans les conditions initiales :

$$\vec{v}_G(0) \begin{cases} v_x(0) = C_1 \\ v_z(0) = -\frac{e \cdot U}{m \cdot d} \cdot 0 + C_2 \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_G(0) \begin{cases} v_x(0) = C_1 = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_z(0) = C_2 = v_0 \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

Les **équations horaires de la vitesse** sont donc :

$$\vec{v}_G(t) \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_z(t) = -\frac{e \cdot U}{m \cdot d} \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

CAS DU CONDENSATEUR PLAN - RÉSUMÉ

Référentiel : référentiel terrestre supposé galiléen dans les conditions de l'expérience.

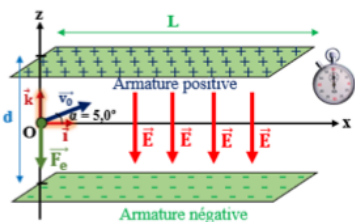
Repère d'espace : origine O au centre de masse G_0 du proton à l'instant $t = 0$.

Bilan des forces :

- poids $\vec{P}$ du proton (négligeable) : $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$;
- force électrique $\vec{F}_e : \vec{F}_e = +e \cdot \vec{E}$

Conditions initiales :

- Origine du temps ($t = 0$) : instant où le proton est au point O.
- $\vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{pmatrix}$; $\vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_{0z} = v_0 \cdot \sin\alpha \end{pmatrix}$



Par définition : $\vec{v}_G = \frac{d\vec{OG}}{dt}$

Par identification, on a donc :

$$\vec{v}_G(t) \begin{cases} v_x(t) = \frac{dx}{dt} = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_z(t) = \frac{dz}{dt} = -\frac{e \cdot U}{m \cdot d} \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha \end{cases}$$

Par intégration :

$$\vec{OG}(t) \begin{cases} x(t) = (v_0 \cdot \cos\alpha) \cdot t + C_3 \\ z(t) = -\frac{e \cdot U}{2m \cdot d} \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin\alpha) \cdot t + C_4 \end{cases}$$

Or, d'après les conditions initiales :

$$\vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{pmatrix}$$

En utilisant les équations horaires précédentes dans les conditions initiales :

$$\vec{OG}(0) \begin{cases} x(0) = (v_0 \cdot \cos\alpha) \cdot 0 + C_3 \\ z(0) = -\frac{e \cdot U}{2m \cdot d} \cdot 0^2 + (v_0 \cdot \sin\alpha) \cdot 0 + C_4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{OG}(0) \begin{cases} x(0) = C_3 = 0 \\ z(0) = C_4 = 0 \end{cases}$$

Les **équations horaires du vecteur position** sont donc :

$$\vec{OG}(t) \begin{cases} x(t) = (v_0 \cdot \cos\alpha) \cdot t \\ z(t) = -\frac{e \cdot U}{2m \cdot d} \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin\alpha) \cdot t \end{cases}$$

Nous devons donc trouver une **équation de la trajectoire z(x)** (z en fonction de x).

Isolons « t » dans l'équation x(t) puis injectons le résultat dans l'équation z(t). La variable t sera donc remplacée par la variable x et nous remplacerons donc z(t) par z(x).

$$x(t) = (v_0 \cdot \cos\alpha) \cdot t \Rightarrow t(x) = \frac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha}$$

En injectant ce résultat dans l'équation z(t), on obtient :

$$z(x) = -\frac{e \cdot U}{2m \cdot d} \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha} \right)^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \mathbf{z(x) = -\frac{e \cdot U}{2m \cdot d \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha} \cdot x^2 + \tan\alpha \cdot x}$$

Cette dernière équation se nomme donc « **équation de la trajectoire** ».

CAS DU CONDENSATEUR PLAN - RÉSUMÉ

Référentiel : référentiel terrestre supposé galiléen dans les conditions de l'expérience.

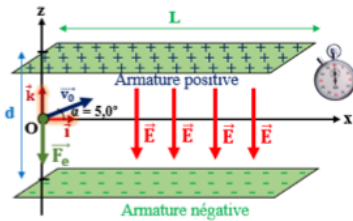
Repère d'espace : origine O au centre de masse G_0 du proton à l'instant $t = 0$.

Bilan des forces :

- poids $\vec{P}$ du proton (négligeable) : $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$;
- force électrique $\vec{F}_e : \vec{F}_e = +e \cdot \vec{E}$

Conditions initiales :

- Origine du temps ($t = 0$) : le lâcher de balle.
- $\vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ z_0 = 0 \end{pmatrix}$; $\vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_{0z} = v_0 \cdot \sin\alpha \end{pmatrix}$



Pour savoir si le proton sort du condensateur, il suffit de calculer $z(L)$: si $d/2 > z(L) > -d/2$, le proton en sortira, sinon, il s'écrasera sur l'armature négative.

Calculons $z(L)$:

$$z(L) = -\frac{e \cdot U}{2m \cdot d \cdot v_0^2 \cos^2\alpha} \cdot L^2 + \tan\alpha \cdot L$$

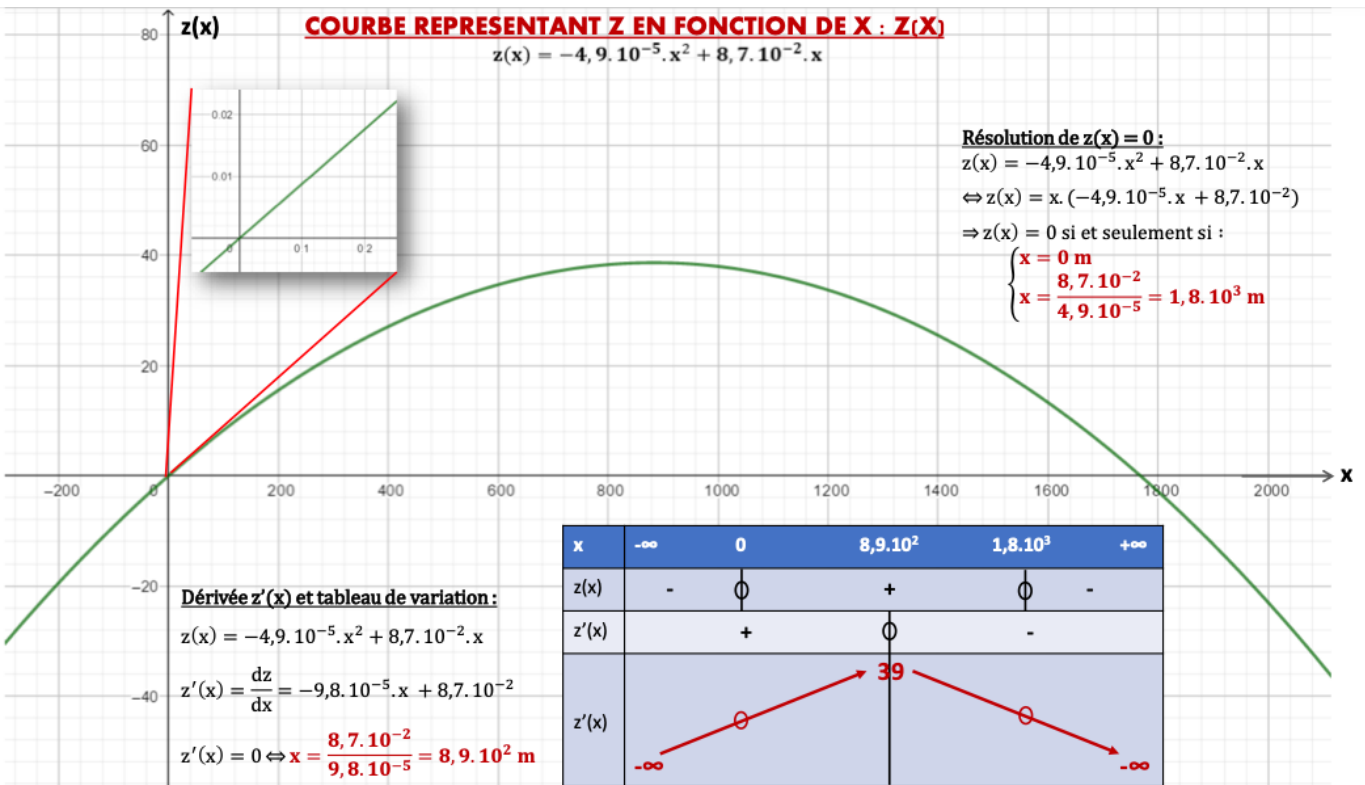
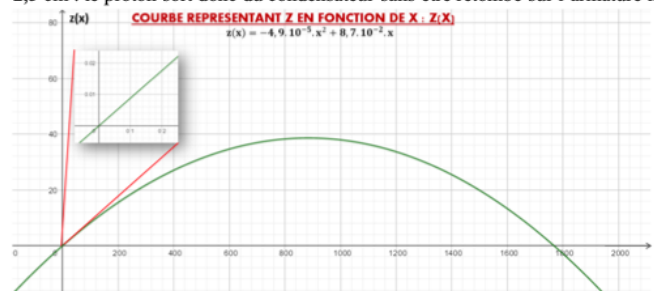
$$A.N : z(L) = -\frac{1,602 \cdot 10^{-19} \times 250}{2 \times 1,67 \cdot 10^{-27} \times 5,0 \cdot 10^{-2} \times (7,00 \cdot 10^7)^2 \times \cos^2(5,0)} \times (20,0 \cdot 10^{-2})^2 + \tan(5,0) \times 20,0 \cdot 10^{-2}$$

$$z(L) = 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ m ou } 1,7 \text{ cm}$$

$2,5 \text{ cm} > z(L) > -2,5 \text{ cm}$: le proton sort donc du condensateur sans être retombé sur l'armature négative avant.

Données :

- $U = 250 \text{ V}$
- $d = 5,0 \text{ cm}$
- $L = 20,0 \text{ cm}$
- $v_0 = 7,00 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$
- $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- $\alpha = 5,0^\circ$



III. Étude énergétique

LE TRAVAIL

Dans le cas d'un choc, une force s'applique durant un temps court, ce qui n'est pas le cas d'un objet qui est poussé ou tracté sur une certaine distance par exemple. Le point d'application se déplace donc en même temps que le centre de masse du système : on dit que **la force « travaille »**.

Définition

Le **travail mécanique W** effectué par une force $\vec{F}$ pendant un déplacement entre un point A et un point B comme est égal au produit scalaire de la force $\vec{F}$ par le **déplacement $\overrightarrow{AB}$** provoqué par cette force :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\Rightarrow W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot \cos(\vec{F}, \overrightarrow{AB})$$

L'unité du travail est le **joule (J)**, comme l'énergie.



2^{ème} méthode :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$\Rightarrow W(\vec{F}) = F_x \cdot (x_B - x_A) + F_y \cdot (y_B - y_A)$$

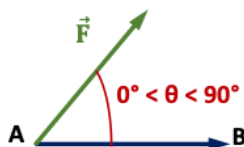
LE TRAVAIL : MOTEUR OU RESISTANT ?

TRAVAIL MOTEUR

Si $0^\circ < \theta < 90^\circ$, alors $\cos\theta > 0$

Le travail sera donc positif ($W > 0$) et on dira qu'il est **moteur** car la force favorise le déplacement.

(ex : force de traction)

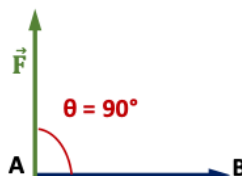


TRAVAIL NUL

Si $\theta = 90^\circ$, alors $\cos\theta = 0$

Le travail sera donc nul ($W = 0$) et on dira qu'il est **nul** car la force ne travaille pas.

(ex : réaction du support)



TRAVAIL RESISTANT

Si $90^\circ < \theta < 180^\circ$, alors $\cos\theta < 0$

Le travail sera donc négatif ($W < 0$) et on dira qu'il est **résistant** car la force s'oppose au déplacement.

(ex : forces de frottement)



LE TRAVAIL DU POIDS $\vec{P}$

Le travail du poids de ce bobsleigh de masse m entre les positions A et B s'écrit :

$$\mathbf{W}_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \vec{AB} \text{ ou encore } W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = P \cdot AB \cdot \cos(\vec{P}, \vec{AB})$$

En écrivant l'angle en fonction de θ , on a :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = P \cdot AB \cdot \cos(90 - \theta)$$

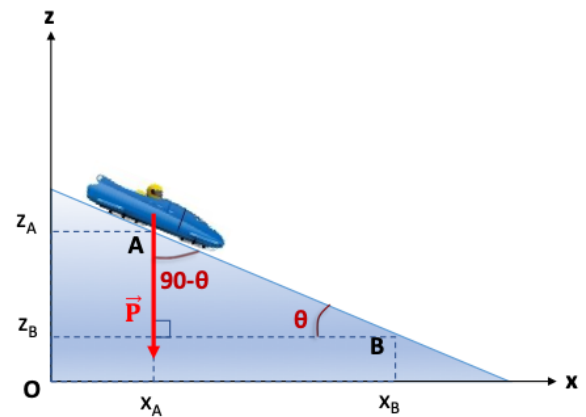
$$\text{Or : } AB \cdot \cos(90 - \theta) = z_A - z_B$$

$$\text{Donc : } W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = P \cdot (z_A - z_B)$$

Et comme $P = m \cdot g$, on a au final :

$$\mathbf{W}_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = m \cdot g \cdot (z_A - z_B)$$

Ce travail ne dépend pas du chemin suivi entre A et B.



LE TRAVAIL DE LA FORCE ELECTRIQUE $\vec{F}_{\text{él}}$

Le travail de la force électrostatique $\vec{F}_{\text{él}}$ sur une particule de charge $q > 0$ partant en A, proche de l'armature positive d'un condensateur et arrivant en B, sur son armature négative, s'écrit :

$$\mathbf{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{él}}) = \vec{F}_{\text{él}} \cdot \vec{AB} \text{ ou encore } W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{él}}) = F_{\text{él}} \cdot AB \cdot \cos(\vec{F}_{\text{él}}, \vec{AB})$$

Sachant que l'angle $(\vec{F}_{\text{él}}, \vec{AB}) = 0$ et que $\cos(0) = 1$, on a :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{él}}) = F_{\text{él}} \cdot AB$$

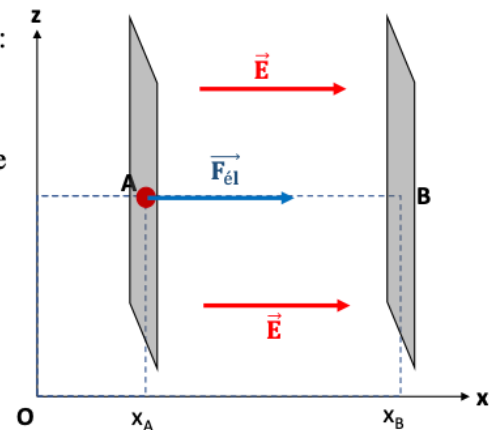
Or, on sait que : $\vec{F}_{\text{él}} = q \cdot \vec{E}$ où $\vec{E}$ est le champ électrostatique uniforme régnant aux bornes du condensateur.

$$\text{Donc : } W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{él}}) = q \cdot E \cdot AB$$

Et comme $U_{AB} = E \cdot AB$, on a au final :

$$\mathbf{W}_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{él}}) = q \cdot U_{AB}$$

Ce travail ne dépend pas du chemin suivi entre A et B.



L'ENERGIE MECANIQUE

L'énergie mécanique E_m est la somme de l'énergie potentielle E_p (de pesanteur, élastique ou électrostatique) et de l'énergie cinétique E_c :

$$E_m = E_c + E_p \text{ avec } \begin{cases} E_m : \text{énergie mécanique (en J)} \\ E_c = \frac{1}{2}mv^2 : \text{énergie cinétique (en J)} \\ E_p = E_{pp} + E_{pe} + E_{p'} : \text{énergie potentielle (en J)} \end{cases}$$

Energie potentielle de pesanteur

$$E_{pp} = mgz$$

m : masse du système (en kg)
 $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$: intensité de la pesanteur
 z : altitude du système (en m)

Energie potentielle élastique

$$E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2$$

k : constante de raideur du ressort (en N.m^{-1})
 x : allongement du ressort (en m)

Energie potentielle électrique

$$E_{p'} = q \cdot V$$

q : charge électrique du système (en C)
 V : potentiel électrique du point de l'espace où se situe la charge électrique (en V)

CONSERVATION DE L'ENERGIE MECANIQUE

Conservation de l'énergie mécanique

Si un système n'est soumis qu'à des forces conservatives (ex : le poids, la force gravitationnelle, la force électrostatique, la force de rappel d'un ressort, ...) son énergie mécanique se conserve :

$$E_m = E_c + E_p = \text{cte} \quad \text{ou} \quad \Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

En effet, si l'énergie mécanique se conserve, elle sera alors constante en n'importe quel point (ex : A et B) de la trajectoire :

$$E_m(A) = E_m(B) \Rightarrow E_m(B) - E_m(A) = 0 \Rightarrow \Delta E_m = 0$$

$$\text{De plus : } E_m(A) = E_m(B) \Rightarrow E_c(A) + E_p(A) = E_c(B) + E_p(B)$$

$$\Rightarrow E_c(B) - E_c(A) + E_p(B) - E_p(A) = 0$$

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

Une force conservative $\vec{F}_c$ est une force dont le travail $W(\vec{F}_c)$ ne dépend pas du chemin suivi. Les forces de frottement, par exemple, ne sont pas des forces conservatives.

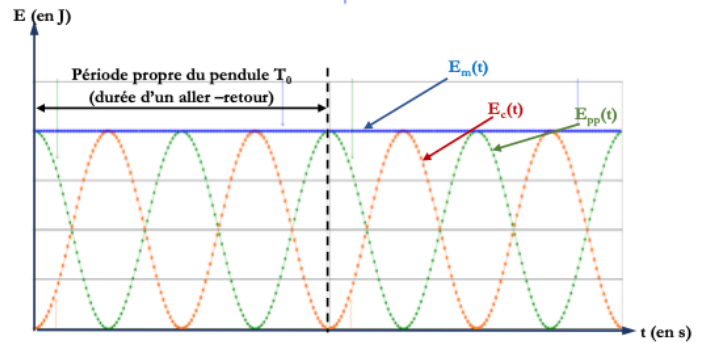
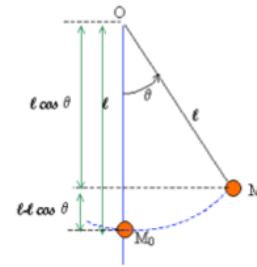
ENERGIE MECANIQUE ET FORCES DE FROTTEMENTS

Si le système est soumis à des forces non conservatives (ex : **forces de frottements**), l'énergie mécanique du système ne se conserve pas : $E_m \neq \text{cte} \Leftrightarrow \Delta E_m \neq 0$.

L'énergie se conservant, on peut en déduire que cette perte d'énergie mécanique correspond exactement au travail des forces de frottements et est **perdue par effet thermique** :

$$\Delta E_m = W(\vec{f})$$

Dans le cas du pendule simple, si on l'écarte de sa position d'équilibre d'un angle θ , alors il sera à son altitude la plus haute et aura une énergie cinétique nulle (s'il est lâché sans vitesse initiale). Lorsqu'il atteindra sa position d'équilibre (autour de laquelle il oscille), son énergie cinétique sera maximale tandis que son énergie potentielle sera nulle, et ainsi de suite. Pendant une durée d'une période T , qui correspond à un aller-retour, le pendule atteindra 3 fois son énergie potentielle maximale et 2 fois son énergie potentielle minimale.

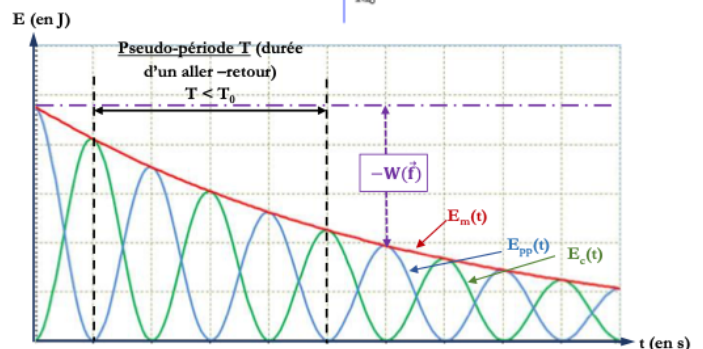
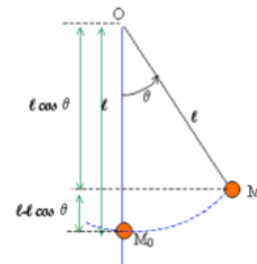


ENERGIE MECANIQUE ET FORCES DE FROTTEMENTS

Les courbes précédentes représentent le cas d'un pendule **non amorti par des forces de frottements**, celles-ci étant inexistantes (ce qui est impossible sur Terre), négligeables, ou encore si les oscillations sont entretenues par une force (ex : un moteur).

Dans le cas où ces **forces de frottements** ne sont ni négligeables ni compensées par une autre force (oscillations entretenues), **l'énergie mécanique du pendule ne se conservera pas mais diminuera** (de même que l'énergie cinétique maximale et l'énergie potentielle minimale) jusqu'à devenir nulle.

A ce moment-là, le pendule sera immobile à sa position d'équilibre.



THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE

On peut retrouver **le théorème de l'énergie cinétique** à partir de la 2^{ème} loi de Newton. En effet, selon le principe fondamental de la dynamique, dans un référentiel galiléen, si un système de masse m constante est soumis à des forces extérieures :

$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_{\text{ext}} &= m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \frac{d\vec{v}_G}{dt} \\ \Rightarrow \sum \vec{F}_{\text{ext}} \cdot \vec{v}_G &= m \cdot \frac{d\vec{v}_G}{dt} \cdot \vec{v}_G \\ \Rightarrow \sum \vec{F}_{\text{ext}} \cdot \frac{d\vec{OG}}{dt} &= m \vec{v}_G \cdot \frac{d\vec{v}_G}{dt} \\ \Rightarrow \sum \vec{F}_{\text{ext}} \cdot d\vec{OG} &= m \vec{v}_G \cdot d\vec{v}_G\end{aligned}$$

En intégrant entre A et B (nous verrons le détail plus tard), on trouve :

$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_{\text{ext}} \cdot \vec{AB} &= m \frac{v_B^2 - v_A^2}{2} \\ \Rightarrow \Delta E_c &= W \left(\sum \vec{F}_{\text{ext}} \right)\end{aligned}$$

THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE

Théorème de l'énergie cinétique

Dans un référentiel galiléen, la variation d'énergie cinétique d'un système entre deux points A et B est égal à la somme des travaux des forces s'exerçant sur ce système :

$$\Rightarrow \Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{ext}})$$

On peut retrouver **le théorème de l'énergie cinétique** à partir de la 2^{ème} loi de Newton. En effet, selon le principe fondamental de la dynamique, dans un référentiel galiléen, si un système de masse m constante est soumis à des forces extérieures :

$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_{\text{ext}} &= m \cdot \vec{a}_G \Rightarrow \sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \frac{d\vec{v}_G}{dt} \\ \Rightarrow \sum \vec{F}_{\text{ext}} \cdot \vec{v}_G &= m \cdot \frac{d\vec{v}_G}{dt} \cdot \vec{v}_G \Rightarrow \sum \vec{F}_{\text{ext}} \cdot \frac{d\vec{OG}}{dt} = m \vec{v}_G \cdot \frac{d\vec{v}_G}{dt}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sum \vec{F}_{\text{ext}} \cdot d\vec{OG} = m \vec{v}_G \cdot d\vec{v}_G$$

En intégrant entre A et B (nous verrons le détail plus tard), on trouve :

$$\begin{aligned}\sum \vec{F}_{\text{ext}} \cdot \vec{AB} &= m \frac{v_B^2 - v_A^2}{2} \\ \Rightarrow \Delta E_c &= \sum W_{A \rightarrow B}(\vec{F}_{\text{ext}})\end{aligned}$$

EXEMPLE

Soit une balle lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur h . Quelle sera la vitesse de la balle au niveau du sol ?

CONSERVATION DE L'ENERGIE MECANIQUE

La balle n'étant soumise qu'à son poids, qui est une force conservative, l'énergie mécanique de la balle se conserve entre le haut de la tour (point A) et le sol (point B) :

$$\Delta E_m = \Delta E_c + \Delta E_{pp} = 0$$

$$\Rightarrow E_c(B) - E_c(A) + E_{pp}(B) - E_{pp}(A) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 + m \cdot g \cdot z_B - m \cdot g \cdot z_A = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 - m \cdot g \cdot z_B + m \cdot g \cdot z_A$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} v_B^2 = \frac{1}{2} v_A^2 - g \cdot z_B + g \cdot z_A$$

$$\Rightarrow v_B^2 = v_A^2 - 2g \cdot z_B + 2g \cdot z_A$$

Or la vitesse initiale (en A) est nulle et l'altitude au niveau du sol (z_B) est aussi nulle :

$$v_B^2 = 2g \cdot z_A \Rightarrow \boxed{v_B = \sqrt{2g \cdot z_A}}$$

THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE

La balle n'étant soumise qu'à son poids, le théorème de l'énergie cinétique dans le référentiel terrestre supposé galiléen, s'écrit entre les points A (haut de la tour) et B (sol) :

$$\Delta E_c = W \left(\sum \vec{F}_{ext} \right)$$

$$\Rightarrow E_c(B) - E_c(A) = W(\vec{P}) \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = \vec{P} \cdot \vec{AB}$$

$$\text{Or : } \vec{P} \begin{pmatrix} P_x=0 \\ P_z=-m \cdot g \end{pmatrix} \text{ et } \vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$$

$$\text{Donc : } \vec{P} \cdot \vec{AB} = (0 \cdot (x_B - x_A)) + (-m \cdot g \cdot (z_B - z_A))$$

$$\Rightarrow \vec{P} \cdot \vec{AB} = -m \cdot g \cdot (z_B - z_A)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = m \cdot g \cdot (z_A - z_B)$$

Or la vitesse initiale (en A) est nulle et l'altitude au niveau du sol (z_B) est aussi nulle :

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 = m \cdot g \cdot z_A \Rightarrow v_B^2 = 2g \cdot z_A \Rightarrow \boxed{v_B = \sqrt{2g \cdot z_A}}$$

PRODUIT SCALAIRE (1)

POINT MATHS

Le **produit scalaire** est un **produit** (comme la multiplication) entre deux vecteurs dont le **résultat n'est pas un vecteur** mais un **scalaire** (une valeur qui peut être positive ou négative sans direction ni sens).

Le résultat du produit scalaire de deux vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ est le produit de la norme AB du vecteur $\vec{AB}$ par la composante selon l'axe (AB) du vecteur $\vec{AC}$. Cette composante correspond ici à la valeur AH.

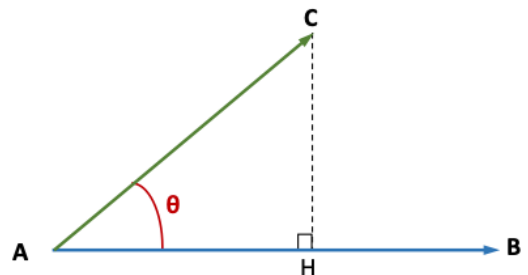
$$\text{On obtient donc : } \vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \cdot AH$$

$$\text{Or : } AH = AC \cdot \cos(\vec{AB}, \vec{AC})$$

On a donc :

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos(\vec{AB}, \vec{AC})$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos \theta}$$



Plutôt que de raisonner avec l'angle, on peut aussi calculer un produit scalaire simplement à l'aide des composantes des vecteurs considérés sur un repère d'espace.

Ex :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} ; \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = (x_B - x_A) \cdot (x_C - x_A) + (y_B - y_A) \cdot (y_C - y_A)$$

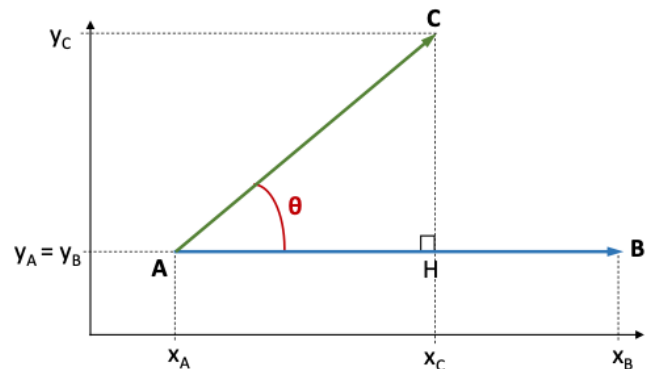
Dans le cas ci-contre :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} AB \\ 0 \end{pmatrix} ; \overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} AH \\ HC \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AH + 0 \cdot HC$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AH$$

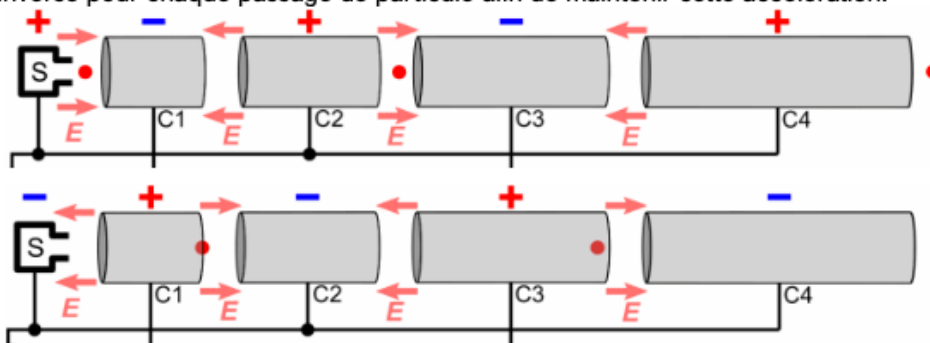
$$\text{ou encore : } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos \theta$$



IV. Fonctionnement d'un accélérateur de particules.

Un accélérateur linéaire est un dispositif permettant d'accélérer des particules chargées afin de leur fournir une énergie cinétique importante dans le but de produire des réactions avec la matière. Les particules accélérées peuvent être des électrons, des protons, ou bien des ions lourds.

Ces particules sont accélérées par un champ électrique uniforme entre chaque électrode. Ce champ est inversé pour chaque passage de particule afin de maintenir cette accélération.



Linac 4, un accélérateur de particule du CERN (source : <http://home.cern.ch/>)

L'essentiel

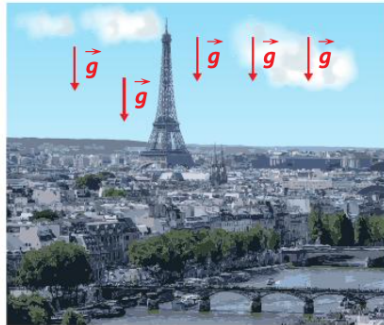
Des champs uniformes

Un champ vectoriel **uniforme** est un champ qui garde en tout point d'une région de l'espace :

- la **même direction** ;
- le **même sens** ;
- la **même valeur**.

Champ de pesanteur

Sur une région de l'espace de faibles dimensions par rapport à la Terre, le champ de pesanteur peut être considéré comme uniforme.

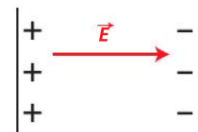


Champ électrique

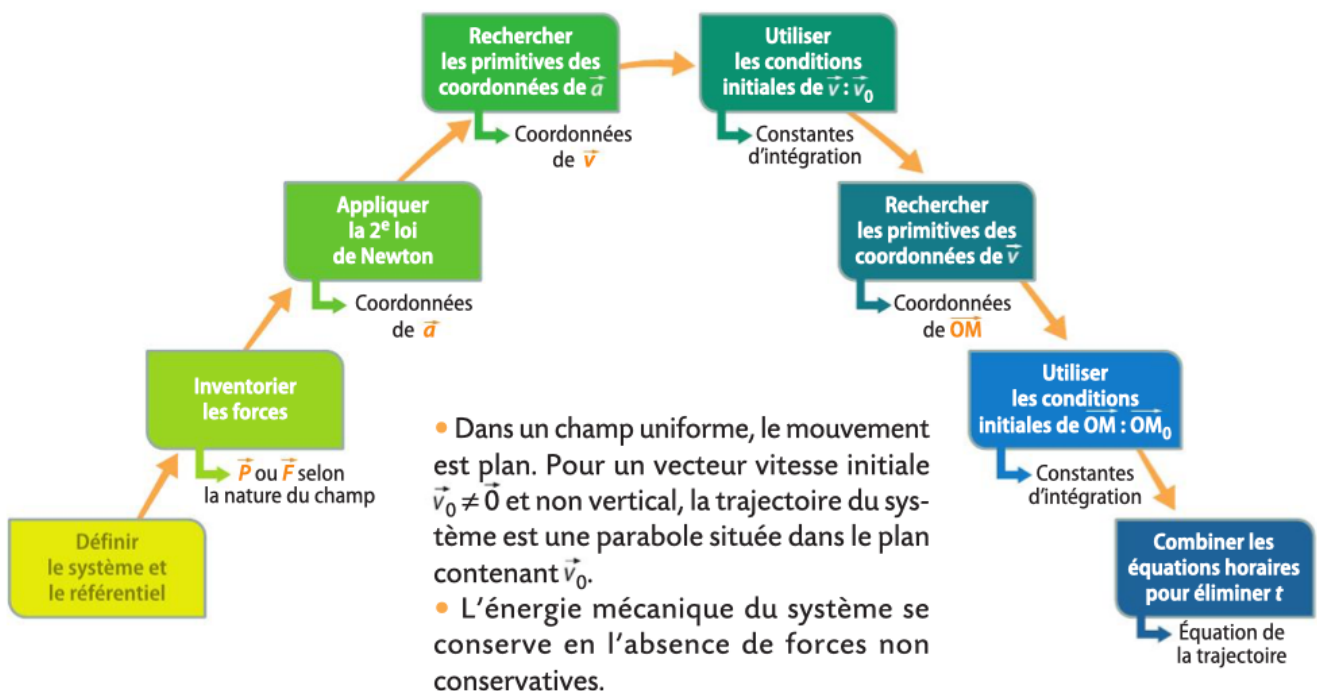
Le champ électrique entre les plaques d'un condensateur plan chargé est **uniforme**.

Direction : perpendiculaire aux plaques
Sens : de la plaque chargée positivement vers la plaque chargée négativement

Valeur : d'autant plus élevée qu'entre les plaques la tension est grande et la distance faible



Le mouvement dans un champ uniforme



Principe d'un accélérateur linéaire de particules chargées

Un champ électrique **uniforme** $\vec{E}$, de même **direction** que celle du mouvement **rectiligne** de la particule chargée et **convenablement orienté** suivant le signe de la charge, permet d'accélérer linéairement la particule.