Terminale Spécialité Physique-Chimie	Thème : Mouvement et interactions	M.KUNST-MEDICA MAJ 07/2024	La Salle Avignon Frères des Écoles Chrétiennes
Chapitre 11 : Mouvement dans un champ de gravitation		Cours livre p 264 à 266	

Objectifs et trame du chapitre (6 séances)

I. Le mouvement des satellites et des planètes.

Activité documentaire n°11.1 : Les satellites de Mars (1 séance)

Capacités visées :
- **Déterminer les caractéristiques des vecteurs vitesse et accélération du centre de masse d'un système en mouvement circulaire dans un champ de gravitation newtonien.**
- **Établir et exploiter la troisième loi de Kepler dans le cas d'un mouvement circulaire.**

II. Les lois de Kepler.

Activité numérique n°11.2 : Neptune et ses satellites – Python-Belin p 56 à 59 (2 séances)

Capacités visées :
- **Exploiter à l'aide d'un langage de programmation des données astronomiques ou satellitaires pour tester les deuxième et troisième loi de Kepler**

III. Applications

Activité documentaire n°11.3 : Les satellites artificiels de la Terre (1 séance)

Capacités visées :
- **Déterminer les caractéristiques d'un satellite géostationnaire.**

Synthèse des activités :

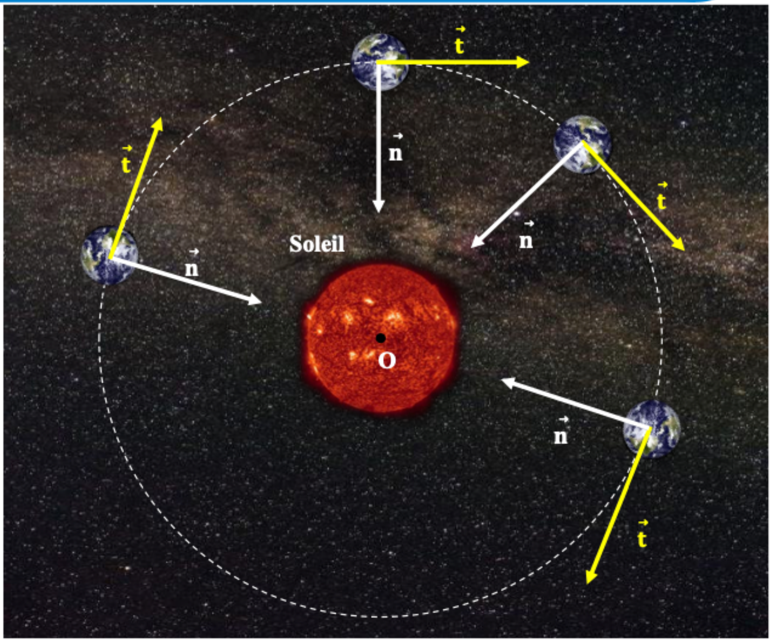
Vidéo cours mouvement dans un champ de gravitation (Stella)
https://www.youtube.com/watch?v=EdIcPhGOMLg

I. Le mouvement des satellites et des planètes.

RAPPEL : LE REPERE DE FRENET

Dans le cas d'un mouvement circulaire (ou elliptique), on utilise le « **repère de Frenet** » **mobile** et qui a comme origine le centre d'inertie de l'objet autour duquel tourne le système étudié et dont les vecteurs unitaires sont :

- $\vec{n}$: le **vecteur unitaire normal** (orthogonal) en tout point à la trajectoire du système étudié.
- $\vec{t}$: le **vecteur unitaire tangent** en tout point à la trajectoire du système étudié.



RAPPEL : LE REPERE DE FRENET

Dans le cas d'un mouvement circulaire, dans le repère de Frenet :

- Le **vecteur vitesse** s'écrit :

$$\vec{v} = \vec{v_t} + \vec{v_n} \text{ où } \begin{cases} \vec{v_t} = \dfrac{dOM}{dt}\vec{t} \\ \vec{v_n} = \mathbf{0}.\vec{n} \end{cases}$$

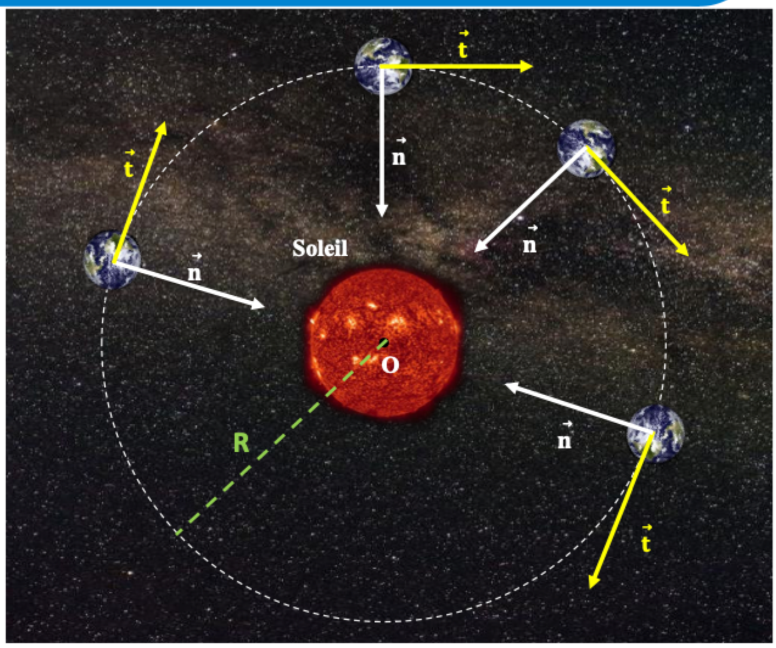
- Le **vecteur accélération** sera alors exprimée par ses deux composantes (normale et tangentielle) :

$$\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_n} \text{ où } \begin{cases} \vec{a_t} = \dfrac{dv}{dt}\vec{t} \\ \vec{a_n} = \dfrac{\mathbf{v}^2}{\mathbf{R}}\vec{n} \end{cases}$$

R : rayon de courbure correspondant à la distance entre le système étudié et le centre de sa trajectoire circulaire.

Si c'est un mouvement circulaire <u>uniforme</u> :

$$a_t = \frac{dv}{dt} = 0$$



II. Les lois de Kepler.

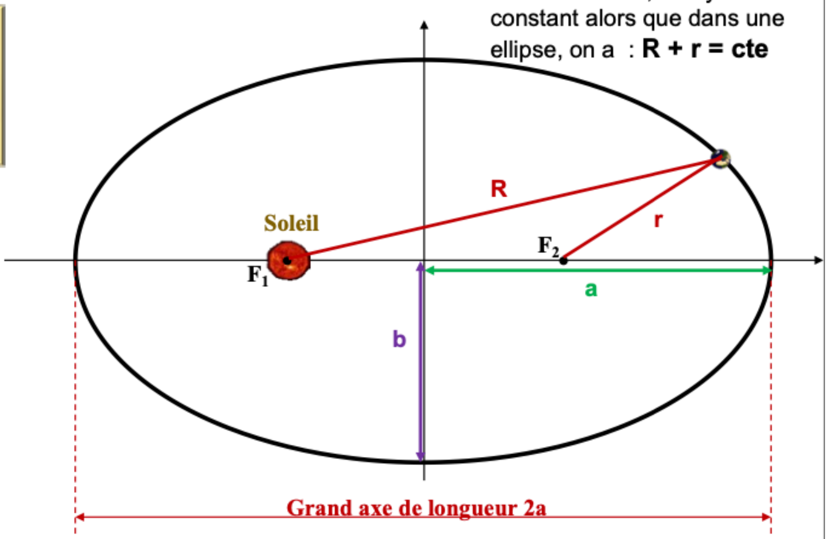
1ère LOI DE KEPLER : LOI DES ORBITES

1ère loi de Kepler :

Les orbites des planètes ne sont pas des cercles mais des **ellipses** dont le Soleil occupe un des deux **foyers**.

Cette loi peut être généralisée à tout astre gravitant autour d'un autre (ex : satellites autours des planètes, …).

Dans un cercle, le rayon est constant alors que dans une ellipse, on a : **R + r = cte**



a : demi-grand axe de l'ellipse
b : demi-petit axe de l'ellipse

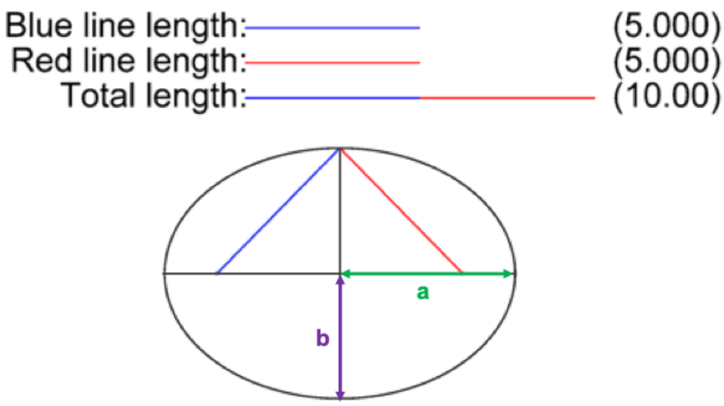
1ère LOI DE KEPLER : LOI DES ORBITES

Définition

Les orbites des planètes ne sont pas des cercles mais des **ellipses** dont le Soleil occupe un des deux **foyers**.

Cette loi peut être généralisée à tout astre gravitant autour d'un autre (ex : satellites autours des planètes, …).

Dans un cercle, le rayon est constant alors que dans une ellipse, on a : **R + r = cte**



a : demi-grand axe de l'ellipse
b : demi-petit axe de l'ellipse

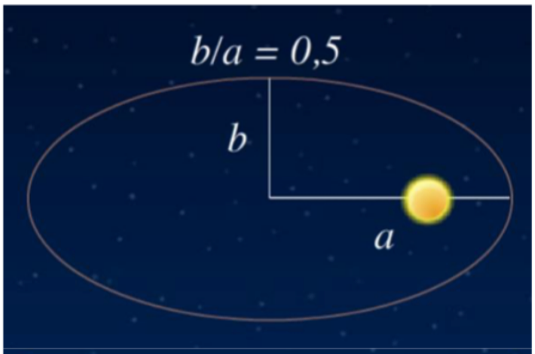
1ère LOI DE KEPLER : LOI DES ORBITES

Définition

Les orbites des planètes ne sont pas des cercles mais des **ellipses** dont le Soleil occupe un des deux **foyers**.

Cette loi peut être généralisée à tout astre gravitant autour d'un autre (ex : satellites autours des planètes, ...).

Ces ellipses sont tellement légèrement aplaties qu'on pourra avoir une bonne approximation en considérant que ce sont des cercles.



	Terre	Mars	Jupiter	Saturne
b/a	0,99986	0,99562	0,99882	0,99853

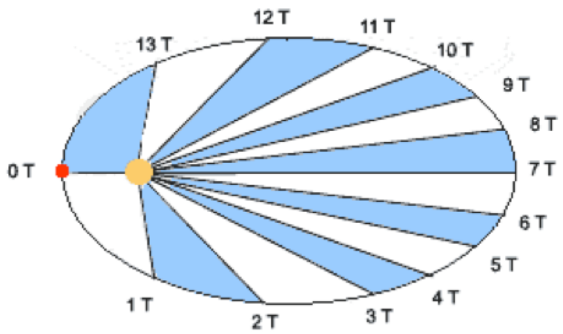
a : demi-grand axe de l'ellipse
b : demi-petit axe de l'ellipse

2ème LOI DE KEPLER : LOI DES AIRES

Définition

Le segment de droite reliant le Soleil et la planète étudiée balaye des **aires S égales** pendant des **durées Δt égales**.

Cela a comme conséquence que, **plus la Terre s'approche du Soleil et plus sa vitesse augmente**, et inversement.

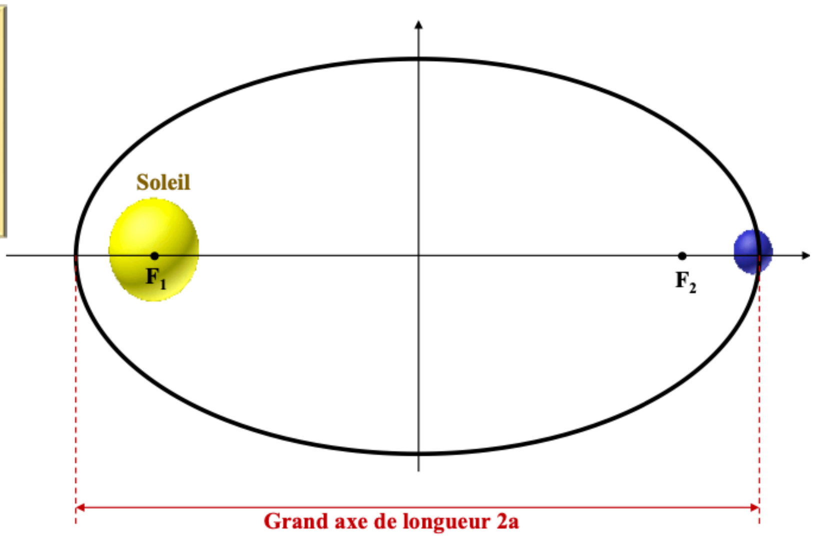


T = any unit of time (hour, day, week, etc.)

$2^{ème}$ LOI DE KEPLER : LOI DES AIRES

Définition

Le segment de droite reliant le Soleil et la planète étudiée balaye des **aires S égales** pendant des **durées Δt égales**.



Cela a comme conséquence que, **plus la Terre s'approche du Soleil et plus sa vitesse augmente**, et inversement.

$2^{ème}$ LOI DE KEPLER : LOI DES AIRES

Comment démontrer que la vitesse de la Terre est plus importante lorsqu'elle est proche du Soleil ?

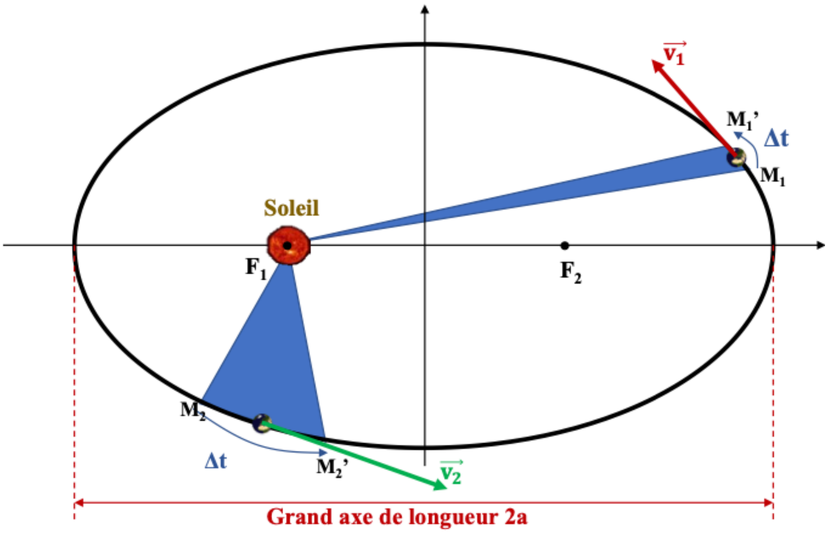
La Terre parcourt la distance M_1M_1' pendant la durée Δt. Elle parcourt aussi la distance M_2M_2' pendant la même durée Δt.

On peut aisément remarquer que :

$$M_1M_1' < M_2M_2'$$

$$\Rightarrow v_1.\Delta t < v_2.\Delta t$$

$$\Rightarrow \boxed{v_1 < v_2}$$



$3^{ème}$ LOI DE KEPLER : LOI DES PERIODES

Définition

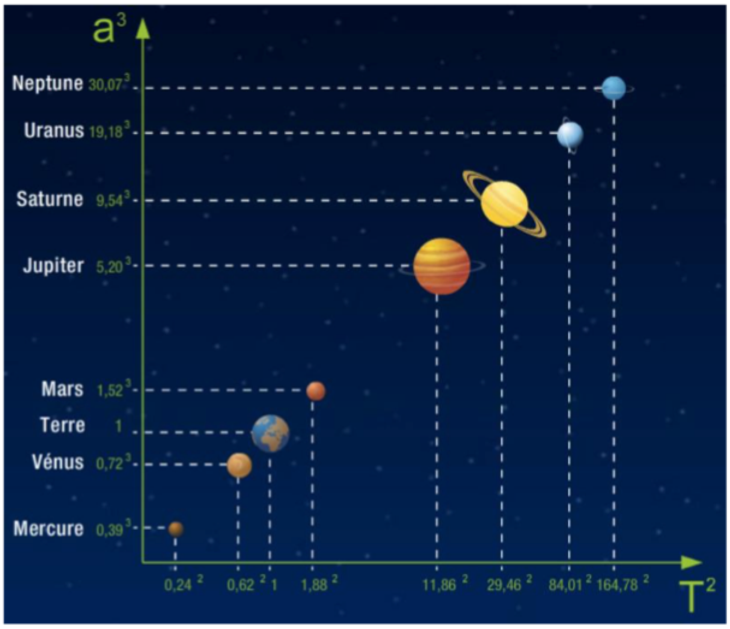
Le rapport du carré de la **période de révolution T** d'une planète autour du Soleil sur le cube du **demi grand axe a** de son ellipse est une constante, la même pour toutes les planètes du système solaire :

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{constante}$$

Les planètes les plus lointaines sont donc les plus lentes, et inversement.

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{MG}$$

T'as qu'à pas manger



$3^{ème}$ LOI DE KEPLER : DEMONSTRATION

On étudie ici le mouvement d'un satellite de masse m en orbite autour de la Terre de masse M, et dont le centre de masse est situé à une altitude h de la surface terrestre (donc à une distance R + h du centre de la Terre).

Dans le référentiel géocentrique, que l'on considèrera comme étant galiléen le temps de l' « expérience », la **$2^{ème}$ loi de Newton** (PFD) appliquée au satellite, dont la masse reste constante, s'écrit :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m.\vec{a}$$

La seule force à laquelle est soumis le satellite est la force gravitationnelle qu'exerce la Terre sur lui. On a donc dans le repère de Frenet :

$$G.\frac{M.m}{(R+h)^2}.\vec{n} = m.(\overrightarrow{a_n} + \overrightarrow{a_t})$$

Si on considère (approximation) que le mouvement du satellite est uniforme, la composante tangentielle de l'accélération est nulle : $\overrightarrow{a_t} = \vec{0}$.

On a donc :

$$G.\frac{M.m}{(R+h)^2}.\vec{n} = m.\overrightarrow{a_n} \Leftrightarrow G.\frac{M.m}{(R+h)^2}.\vec{n} = m.\frac{v^2}{R+h}\vec{n}$$

$$\Rightarrow G.\frac{M}{R+h} = v^2 \Rightarrow \mathbf{v} = \sqrt{\frac{\mathbf{G.M}}{\mathbf{R+h}}}$$

Or, on sait que si on considère que la trajectoire du satellite est **circulaire**, il fera une révolution autour de la Terre pendant une durée Δt = T (période).

La distance de cette révolution correspond au périmètre du cercle dont le centre est le centre d'inertie de la Terre et de rayon r = R + h. Ce périmètre vaut donc : **P = 2π.(R + h)**.

On a donc :

$$v = \frac{d}{\Delta t} \Leftrightarrow v = \frac{P}{T} \Leftrightarrow v = \frac{2\pi.(R+h)}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi.(R+h)}{v}$$

$$\Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2.(R+h)^2}{v^2} \Leftrightarrow T^2 = \frac{4\pi^2.(R+h)^2}{\frac{G.M}{R+h}}$$

$$\Leftrightarrow T^2 = 4\pi^2.(R+h)^2.\frac{(R+h)}{G.M}$$

$$\Leftrightarrow T^2 = \frac{4\pi^2.(R+h)^3}{G.M} \Rightarrow \boxed{\frac{\mathbf{T^2}}{\mathbf{(R+h)^3}} = \frac{\mathbf{4\pi^2}}{\mathbf{G.M}} = \mathbf{cte}}$$

III. Applications

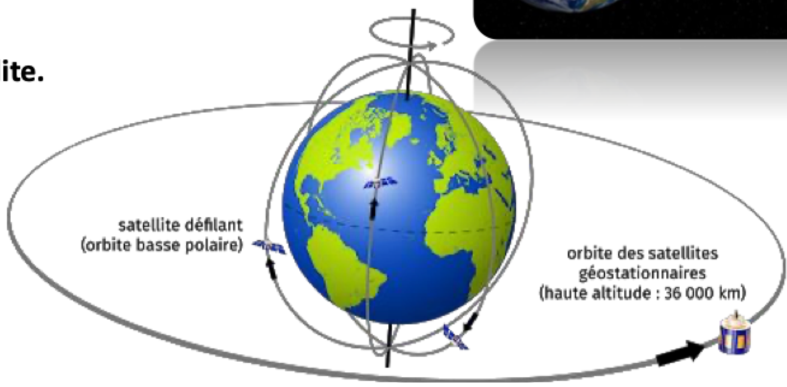
SATELLITE GEOSTATIONNAIRE

Un **satellite géostationnaire** est un satellite artificiel qui se trouve sur une orbite équatoriale située à environ **36 000 km** (35 786 km exactement) de la surface terrestre. Le satellite se déplace alors sur cette orbite de manière exactement **synchrone** avec la planète et reste constamment au-dessus de la même région de la surface terrestre.

Leur période de révolution T autour de la Terre est donc la même que la période de rotation de la Terre :

T = 23h 56min 4s.

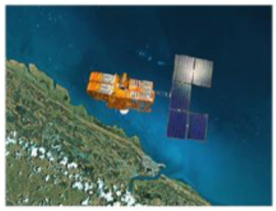
Calculez la vitesse d'un tel satellite.

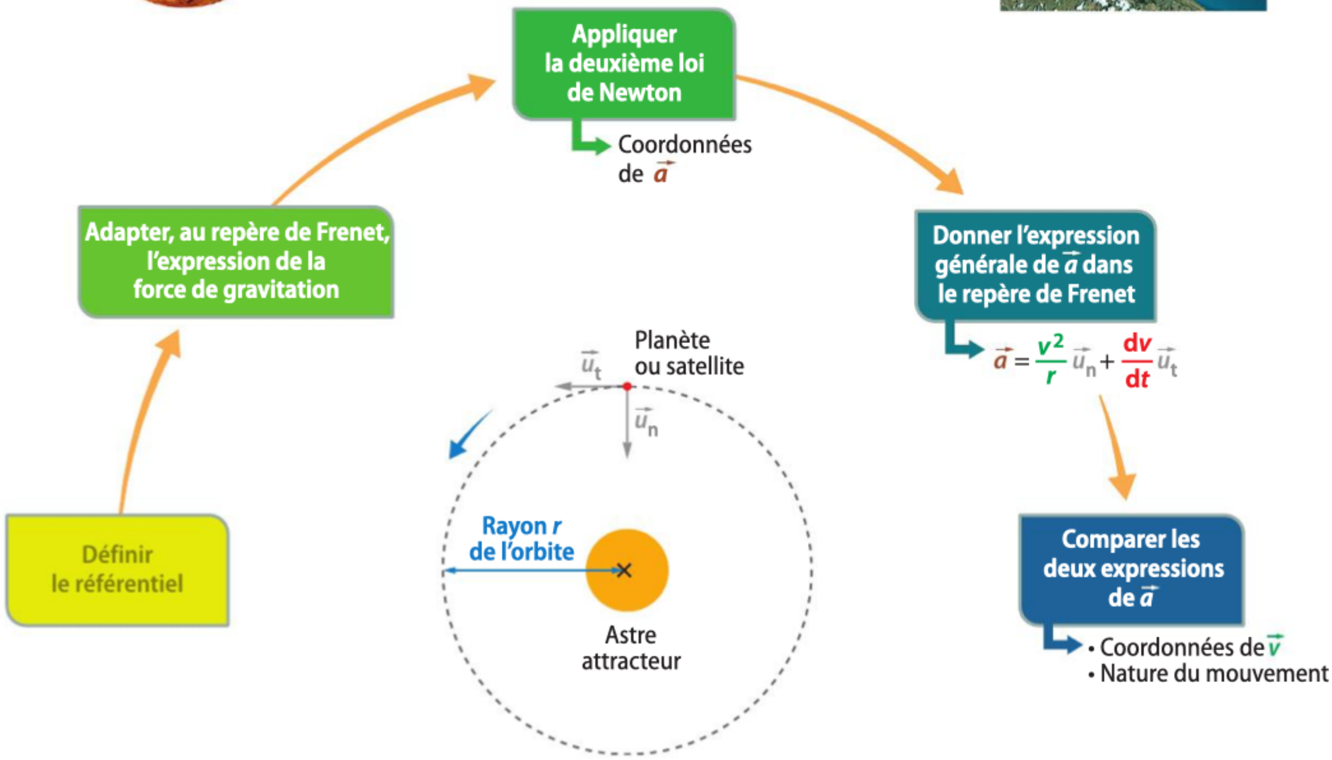


L'essentiel

Le mouvement des satellites et des planètes

Étude du mouvement circulaire du centre de masse d'une planète ou d'un satellite dans un référentiel astrocentrique supposé galiléen





Les lois de Kepler

Les trois lois de Kepler permettent d'étudier le **mouvement d'un corps autour d'un astre attracteur**.

L'application de la deuxième loi de Newton, dans le référentiel astrocentrique auquel est associé le repère de Frenet, permet de retrouver la troisième loi de Kepler dans le cas d'un mouvement circulaire et uniforme :

Expression de T, période de révolution :

$$T = \frac{2\pi \times r}{v}$$

→ Remplacement de v par son expression établie à l'aide de la deuxième loi de Newton

→ Réarrangement de l'expression de T :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M} = \text{constante}$$

Troisième loi de Kepler dans le cas d'un mouvement circulaire