Terminale Spécialité Physique-Chimie	Thème : Energie et ses transferts	M.KUNST-MEDICA	La Salle Avignon — Frères des Écoles Chrétiennes
Chapitre 16 : Gaz parfait et bilan d'énergie d'un système			

Feuille d'évaluation à rendre obligatoirement avec les réponses

Activité exercices n°16.7 : 14-16 p 335-336 Hachette éducation

Si l'énoncé demande de...	Il est nécessaire de...
Établir l'équation différentielle vérifiée par la température θ (ou T) d'un système au contact d'un thermostat.	**Réflexe 1** Ex. 12 p. 335 • **Rappeler** le premier principe de la thermodynamique. • **Utiliser** la définition du flux thermique supposé constant pour exprimer le transfert thermique Q pendant un intervalle de temps Δt. • **Utiliser** la loi de Newton fournie pour exprimer le flux thermique Φ convectif transféré du système vers le milieu extérieur (ou thermostat) puis Q pendant Δt. • **Exprimer** la variation d'énergie interne $\Delta U_{i \to f}$ du système incompressible dont la température varie. • **Exprimer** $\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ puis, lorsque Δt tend vers zéro, identifier $\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ à $\frac{d\theta}{dt}$ afin d'établir une relation en fonction de θ (ou T).
Résoudre l'équation différentielle vérifiée par la température θ (ou T) d'un système au contact d'un thermostat.	**Réflexe 2** Ex. 14 p. 335 • **Écrire** l'équation différentielle vérifiée par la température sous la forme : $\frac{d\theta}{dt} = a \times \theta + b$ (ou $\frac{dT}{dt} = a \times T + b$). • **Rappeler** la forme générale des solutions de l'équation différentielle. • **Utiliser** les conditions initiales pour déterminer la constante d'intégration de la solution.

Côté maths 7 : Résoudre une équation différentielle de second membre constant et non nul

Côté maths

Résoudre sur $\mathbb{R}$ l'équation différentielle suivante : $y' = -4y + 8$ avec la condition $y(0) = 4$.

Méthode

Pour une équation différentielle $y' = ay + b$ (avec $a \neq 0$), les solutions sont de la forme $y = K \times e^{ax} - \frac{b}{a}$ avec $K \in \mathbb{R}$.

Les solutions de cette équation sont donc :

$y = K \times e^{-4x} - \frac{8}{(-4)} = K \times e^{-4x} + 2$ avec $K \in \mathbb{R}$.

Or, $y(0) = 4$, donc $4 = K + 2$, soit $K = 2$.

L'unique solution de cette équation différentielle avec la condition $y(0) = 4$ est donc : $y = 2e^{-4x} + 2$.

Côté physique & chimie

Déterminer la solution de l'équation différentielle :

$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{h \times S}{m \times c} \times \theta + \frac{h \times S}{m \times c} \times \theta_e$ avec $\theta(0) = \theta_i$

Méthode

Les solutions d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ s'écrivent $y = K \times e^{ax} - \frac{b}{a}$ avec $K \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$.

Par analogie, les solutions de l'équation différentielle proposée sont : $\theta = K \times e^{-\frac{h \times S}{m \times c} \times t} + \theta_e$.

Sachant que $\theta(0) = \theta_i$ on trouve $K = \theta_i - \theta_e$.

L'unique solution de cette équation différentielle vérifiant $\theta(0) = \theta_i$ est donc : $\theta = (\theta_i - \theta_e) \times e^{-\frac{h \times S}{m \times c} \times t} + \theta_e$.

À retenir !

Théorème – Les solutions d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ s'écrivent :

$$y = K \times e^{ax} - \frac{b}{a} \quad \text{avec } K \in \mathbb{R} \text{ et } a \neq 0$$

À la sortie du four, un gâteau dans son moule est à la température $\theta_i = 180$ °C. Le système {gâteau et moule} est laissé à la température ambiante constante de $\theta_e = 20$ °C.

L'équation différentielle vérifiée par la température du système est : $\frac{d\theta}{dt} = a \times (\theta - \theta_e)$.

Dans cette relation, a est une constante négative qui dépend du système et du fluide étudiés.

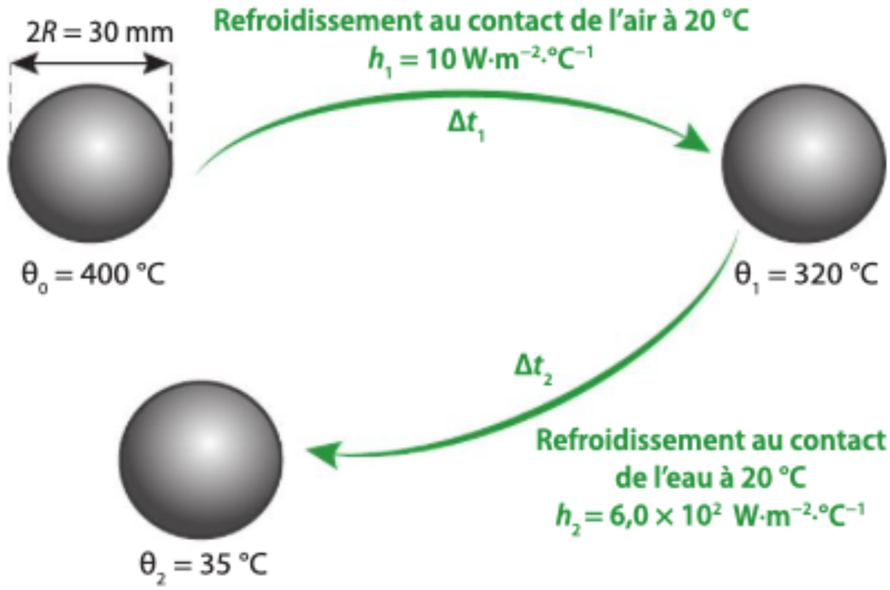
1. Montrer, en résolvant l'équation différentielle, que $\theta = \theta_e + (\theta_i - \theta_e) \times e^{a \times t}$. **Utiliser le réflexe 2**

2. Quelle sera la température du gâteau une heure après sa sortie du four ?

Données

- On considère que le système {gâteau et moule} est un système incompressible.
- On néglige les échanges de matière entre le système et le milieu extérieur ; le seul transfert thermique est convectif.
- Dans la situation étudiée, $a = -3{,}8 \times 10^{-4}$ s^{-1}.

Pour améliorer la dureté de métaux, on leur fait subir une trempe : le métal est initialement porté à haute température, puis refroidi au contact d'un fluide de température constante, en deux étapes de durées respectives Δt_1 et Δt_2.



1. Par application du premier principe de la thermodynamique au système {bille}, établir l'équation différentielle vérifiée par la température de la bille métallique étudiée lors de chacun des deux transferts thermiques convectifs.

2. a. Donner l'expression de l'évolution de la température θ de la bille en fonction du temps lors de l'étape 1.

b. Déterminer la durée Δt_1 de la première étape.

3. Procéder de même pour l'étape 2.

4. Quel fluide assure le refroidissement le plus rapide ?

Données

- Masse volumique de la bille : $\rho = 3\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$.
- Surface d'une sphère : $S = 4\pi \times R^2$.
- Volume d'une sphère : $V = \frac{4}{3}\pi \times R^3$.
- Capacité thermique massique de la bille : $c = 1{,}00 \times 10^3\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot °C^{-1}}$.
- Loi de Newton : $\Phi = h \times S \times (\theta_e - \theta)$.
- On considère que le seul transfert thermique est convectif.

....
....
....
....
....
....
....
....
....