

## Correction des exercices du chapitre 15 :

Attention les corrections ne sont pas toujours rédigées correctement.

Les solutions rédigées sont faites en classe ou dans le livre avec les exercices résolus p 288-290

**QCM**

p. 285

1. A ; 2. A et C ; 3. C ; 4. B ; 5. B ; 6. A et C ; 7. B ; 8. C ; 9. B ; 10. A.

### Exercices

Appliquer le cours

p. 288

#### 3 Expliquer l'origine de la poussée d'Archimède

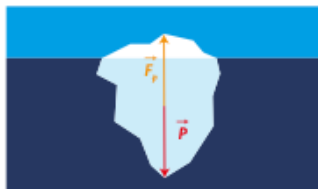
- Un corps est soumis à la poussée d'Archimède s'il est en partie ou totalement immergé dans un ou plusieurs fluides.
- La poussée d'Archimède, dans un fluide au repos, est due à la différence de pression entre les parties inférieure et supérieure du corps immergé.

#### 4 Comprendre l'origine de la poussée d'Archimède

- Les flèches schématisées représentent les forces pressantes exercées par le fluide sur le corps immergé.
- La somme de ces forces correspond à la poussée d'Archimède exercée par le fluide sur le corps immergé.

#### 5 Utiliser l'expression vectorielle de la poussée d'Archimède

1.



**Remarque :** rigoureusement, le point d'application de la poussée d'Archimède  $\vec{F}_p$  exercée par l'eau sur l'iceberg est le centre de masse C de la partie immergée de l'iceberg.

Le point d'application du poids  $\vec{P}$  de l'iceberg est le centre de masse G de l'iceberg.

Lorsque le corps est totalement immergé dans un même fluide, C et G sont confondus.

2. Expression vectorielle du poids :  $\vec{P} = m_{\text{ice}} \vec{g}$

$$\vec{P} = \rho_{\text{ice}} \times V_{\text{ice}} \times \vec{g}.$$

Valeur du poids :  $P = \rho_{\text{ice}} \times V_{\text{ice}} \times g$

$$P = 9,2 \times 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 7,0 \times 10^4 \text{ m}^3 \times 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$P = 6,3 \times 10^8 \text{ N}.$$

Expression vectorielle de la poussée d'Archimède :

$$\vec{F}_p = -\rho_{\text{eau}} \times V_{\text{im}} \times \vec{g}.$$

Valeur de la poussée d'Archimède :

$$F_p = \rho_{\text{eau}} \times V_{\text{im}} \times g$$

$$F_p = 1,02 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 6,3 \times 10^4 \text{ m}^3 \times 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$F_p = 6,3 \times 10^8 \text{ N}.$$

Les deux forces ont la même valeur, ce qui est en accord avec un iceberg en équilibre.

#### 6 Définir la poussée d'Archimède

1. La poussée d'Archimède est verticale, orientée de bas en haut, de valeur  $F_p = \rho_{\text{fluide}} \times V_{\text{im}} \times g$ .

$$2. \vec{F}_p = -\rho_{\text{fluide}} \times V_{\text{im}} \times \vec{g}.$$

•  $\rho_{\text{fluide}}$  est la masse volumique du fluide dans lequel est immergé le corps, en  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$  ;

•  $V_{\text{im}}$  est le volume de la partie immergée du corps, en  $\text{m}^3$  ;

•  $g$  est l'intensité de la pesanteur, en  $\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$  ou  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

#### 7 Définir le débit volumique d'un fluide

1. Un fluide s'écoule en régime permanent indépendant du temps ou stationnaire, si la valeur  $v$  de sa vitesse en chaque position est indépendante du temps.

2. En régime permanent indépendant du temps, lorsqu'un volume  $V$  de fluide s'écoule au travers d'une section pendant une durée  $\Delta t$ , le débit volumique  $D_v$  est donné par :  $D_v = \frac{V}{\Delta t}$  où  $V$  en  $\text{m}^3$  et  $\Delta t$  en s.

#### 8 Exprimer le débit volumique d'un fluide

1. Le volume coloré représente le volume  $V$  d'un élément de fluide qui traverse une section de surface  $S$  et qui se déplace d'une distance  $\ell$  pendant la durée  $\Delta t$ .

$$2. \text{ Avec les notations du schéma, } D_v = \frac{V}{\Delta t} = \frac{S \times \ell}{\Delta t}.$$

#### 9 Traduire la conservation d'un débit volumique

1. Au cours d'un écoulement en régime permanent indépendant du temps, le débit volumique d'un fluide incompressible se conserve. Les débits volumiques aux extrémités du tube sont donc identiques.

$$2. \text{ Par définition, } D_v = \frac{V}{\Delta t}.$$

$$\text{ Or } V = S \times \ell. \text{ D'où } D_v = S \times v.$$

$$\text{ Comme } D_{v_1} = D_{v_2}, S_1 \times v_1 = S_2 \times v_2.$$

$$\text{ Ainsi } v_2 = \frac{S_1 \times v_1}{S_2}.$$

$$v_2 = \frac{30 \text{ cm}^2 \times 2,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{10 \text{ cm}^2} = 6,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

#### 10 Comparer des valeurs de vitesse

Au cours d'un écoulement en régime permanent indépendant du temps, le débit volumique d'un fluide incompressible se conserve, donc  $D_{v_1} = D_{v_2}$ .

$$\text{ Or } D_v = S \times v, \text{ donc } S_1 \times v_1 = S_2 \times v_2.$$

Si  $S_1 > S_2$  alors  $v_1 < v_2$  et inversement.

En conséquence, dans toutes les situations proposées,  $v_1 < v_2$ .

#### 11 Décrire les grandeurs physiques de la relation de Bernoulli

1. Les grandeurs qui interviennent dans la relation de Bernoulli sont : la masse volumique du fluide  $\rho$ , en  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , la valeur de la vitesse d'écoulement  $v$  en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ , l'intensité de la pesanteur  $g$  en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$  (ou  $\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$ ), la coordonnée verticale  $z$  en m repérée sur un axe vertical ascendant et la pression  $P$  du fluide en Pa.

2. En régime permanent indépendant du temps, la relation de Bernoulli appliquée le long d'une ligne de courant au fluide incompressible entre A et B s'écrit :

$$\frac{1}{2} \rho \times v_A^2 + \rho \times g \times z_A + P_A = \frac{1}{2} \rho \times v_B^2 + \rho \times g \times z_B + P_B.$$

Comme la ligne de courant est horizontale,  $z_A = z_B$ .

La relation de Bernoulli devient :

$$\frac{1}{2} \rho \times v_A^2 + P_A = \frac{1}{2} \rho \times v_B^2 + P_B.$$

#### 12 Exploiter qualitativement la relation de Bernoulli

a. Si  $z_A = z_B$ , la relation de Bernoulli s'écrit :

$$\frac{1}{2} \rho \times v_A^2 + P_A = \frac{1}{2} \rho \times v_B^2 + P_B.$$

Dans ce cas : « Si  $v_A > v_B$  la pression  $P_A$  à la position A est inférieure à la pression  $P_B$  à la position B. »

b. Si  $P_A = P_B$ , la relation de Bernoulli s'écrit :

$$\frac{1}{2} \rho \times v_A^2 + \rho \times g \times z_A = \frac{1}{2} \rho \times v_B^2 + \rho \times g \times z_B.$$

Dans ce cas : « Si  $v_A < v_B$  alors la coordonnée verticale  $z_A$  est supérieure à la coordonnée verticale  $z_B$ . »

c. Si  $v_A = v_B$ , la relation de Bernoulli s'écrit :

$$\rho \times g \times z_A + P_A = \rho \times g \times z_B + P_B.$$

Dans ce cas : « Si  $z_A < z_B$ , alors la pression  $P_A$  à la position A est supérieure à la pression  $P_B$  à la position B. »

### 13 Exploiter la relation de Bernoulli (1)

On extrait la pression  $P_B$  de la relation de Bernoulli appliquée entre A et B :

$$P_B = \rho \times g \times (z_A - z_B) + P_A - \rho \times \left( \frac{v_B^2}{2} - \frac{v_A^2}{2} \right).$$

Or ici  $z_A = z_B$ , donc  $P_B = P_A - \rho \times \left( \frac{v_B^2}{2} - \frac{v_A^2}{2} \right).$

$$P_B = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$- 1,03 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times \left( \frac{(2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{2} - \frac{(1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{2} \right)$$

$$P_B = 9,8 \times 10^4 \text{ Pa}.$$

### 14 Exploiter la relation de Bernoulli (2)

En régime permanent indépendant du temps, la relation de Bernoulli, le long d'une ligne de courant entre A et B, appliquée à de l'eau, fluide incompressible, s'écrit :

$$\frac{1}{2} \rho \times v_A^2 + \rho \times g \times z_A + P_A = \frac{1}{2} \rho \times v_B^2 + \rho \times g \times z_B + P_B.$$

On extrait  $v_B$  soit :

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 2g \times (z_A - z_B) + 2 \times \frac{P_A - P_B}{\rho_{\text{eau}}}}$$

$$v_B = \sqrt{(2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2 + 2 \times 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} (0,50 \text{ m} - 0,75 \text{ m}) + 2 \times \frac{1,20 \times 10^5 \text{ Pa} - 1,10 \times 10^5 \text{ Pa}}{1,0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}}$$

$$v_B = 4,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

### 15 Appliquer la relation de Bernoulli

En régime permanent indépendant du temps, la relation de Bernoulli appliquée le long d'une ligne de courant à un fluide incompressible, entre A et B s'écrit :

$$\frac{1}{2} \rho \times v_A^2 + \rho \times g \times z_A + P_A = \frac{1}{2} \rho \times v_B^2 + \rho \times g \times z_B + P_B.$$

Pour  $z_A = z_B$ , la relation devient :

$$\frac{1}{2} \rho \times v_A^2 + P_A = \frac{1}{2} \rho \times v_B^2 + P_B.$$

Or, d'après le schéma,  $v_A > v_B$ , donc  $P_B > P_A$ .

Le manomètre 1 est associé à la position B alors que le manomètre 2 est associé à la position A.

### 16 Tester la relation de Bernoulli

En régime permanent indépendant du temps, la relation de Bernoulli appliquée le long d'une ligne de courant à un fluide incompressible, entre A et B s'écrit :

$$\frac{1}{2} \rho \times v_A^2 + \rho \times g \times z_A + P_A = \frac{1}{2} \rho \times v_B^2 + \rho \times g \times z_B + P_B.$$

Pour  $z_A = z_B$ , la relation devient :

$$\frac{1}{2} \rho \times v_A^2 + P_A = \frac{1}{2} \rho \times v_B^2 + P_B.$$

Comme  $v_A > v_B$ , en A, la pression  $P_A$  sera plus faible que celle  $P_B$  qui règne en B.

Or  $P_B = P_{\text{atm}}$  et donc  $P_A < P_{\text{atm}}$ .

À la position A apparaît une dépression par rapport au reste de l'enceinte. L'huile essentielle du vaporisateur est aspirée et jaillit sous forme de gouttelettes.

## Exercices

## S'entraîner

### 17 Connaître les critères de réussite

#### Du yaourt au miel

1. Le débit volumique d'écoulement du miel dans la cuve s'exprime par  $D_v = \frac{V}{\Delta t}$ .

$$D_v = \frac{41 \times 10^{-3} \text{ m}^3}{2,0 \times 60 \text{ s}} \text{ soit } D_v = 3,4 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}.$$

2. On a  $D_v = S \times v_s$  d'où  $v_s = \frac{D_v}{S}$  avec  $S = \pi \times \frac{d^2}{4}$  (aire d'un cercle de diamètre  $d$ ).

$$v_s = \frac{4D_v}{\pi \times d^2} \text{ soit } v_s = \frac{43,4 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}}{(12,5 \times 10^{-3})^2 \text{ m}^2} = 2,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

La valeur  $v_s$  de la vitesse d'écoulement du miel en S est  $2,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

3. En régime permanent indépendant du temps, la relation de Bernoulli appliquée le long d'une ligne de courant au miel considéré comme un fluide incompressible, entre A et S s'écrit :

$$\frac{1}{2} \rho_{\text{miel}} \times v_A^2 + \rho_{\text{miel}} \times g \times z_A + P_A = \frac{1}{2} \rho_{\text{miel}} \times v_S^2 + \rho_{\text{miel}} \times g \times z_S + P_S.$$

La valeur de la vitesse d'écoulement du miel en A est négligeable devant celle en S (énoncé). De plus  $P_A = P_S = P_{\text{atm}}$ . La relation devient :

$$\rho_{\text{miel}} \times g \times z_A = \frac{1}{2} \rho_{\text{miel}} \times v_S^2 + \rho_{\text{miel}} \times g \times z_S.$$

$$\text{D'où } z_A = \frac{v_S^2}{2g} + z_S \text{ ; soit } z_A = \frac{(2,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{29,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}} + 0,50 \text{ m}.$$

La coordonnée verticale de A est  $0,90 \text{ m}$ .

### 18 Mon beau sapin

1. Le schéma en coupe est donné ci-contre, avec A le centre de masse de la partie immergée.

2. La valeur de la poussée d'Archimède qui s'exerce sur le tronc :  $F_p = \rho_{\text{eau}} \times V_{\text{im}} \times g$ .

3. Le tronc est considéré immobile dans le référentiel supposé galiléen lié à l'eau de la rivière. D'après le principe d'inertie, la somme des forces se compensent :

$$\vec{P} + \vec{F}_p = \vec{0}.$$

4. La relation  $\vec{P} + \vec{F}_p = \vec{0}$  projetée sur un axe vertical orienté vers le haut conduit à  $-P + F_p = 0$ .

$$F_p = P \text{ soit } \rho_{\text{eau}} \times V_{\text{im}} \times g = m \times g.$$

Il vient  $\rho_{\text{eau}} \times V_{\text{im}} = m$  avec  $m = \rho_{\text{bois}} \times V_{\text{bois}}$  et

$$V_{\text{bois}} = \pi \times \frac{D^2}{4} \times \ell.$$

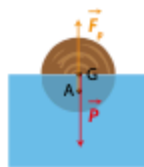
De plus, d'après les données du texte, le tronc est immergé d'une hauteur  $h = \frac{D}{2}$ . Le volume du tronc immergé est donc la moitié de celui du bois :

$$V_{\text{im}} = \frac{V_{\text{bois}}}{2}.$$

$$\text{Donc } \rho_{\text{eau}} \times \pi \times \frac{D^2}{8} \times \ell = \rho_{\text{bois}} \times \pi \times \frac{D^2}{4} \times \ell ;$$

$$\text{soit } \rho_{\text{bois}} = \frac{\rho_{\text{eau}}}{2}.$$

$\rho_{\text{bois}} = 500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , cette masse volumique est comprise entre  $400$  et  $580 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Le bois de ce sapin est sec.



## 19 Assumptions<sup>1</sup> and Bernoulli's equation

*Erratum* : erreur dans le spécimen corrigée dans le manuel de l'élève. La question 1. devient :

1. Which energies are considered in the Bernoulli's equation?

### Traduction : Hypothèses et équation de Bernoulli

L'équation de Bernoulli est basée sur le principe que tout gain d'énergie cinétique ou potentielle par un élément de fluide est le fait d'un travail extérieur exercé sur cet élément de fluide par un autre fluide non visqueux.

On suppose alors :

- qu'il n'y a pas de force dissipative, sans quoi de l'énergie thermique serait générée ;
- que l'écoulement est en régime permanent indépendant du temps, sans quoi les énergies ne seraient pas les mêmes en tout point d'un élément de fluide ;
- que le fluide est incompressible, sans quoi des volumes identiques n'auraient pas nécessairement la même masse.

Une manière d'écrire l'équation de Bernoulli est la suivante :

$$\frac{1}{2}\rho \times v^2 + \rho \times g \times z + P = \text{constante.}$$

La constante est propre à chaque élément de fluide, mais pour un écoulement en régime permanent indépendant du temps d'un fluide non compressible sur une même ligne de courant, la quantité  $\frac{1}{2}\rho \times v^2 + \rho \times g \times z + P$  sera la même en tout point de cet écoulement.

1. Quelles sont les énergies prise en compte dans l'équation de Bernoulli ?
2. Citer deux hypothèses concernant le fluide qui permettent d'appliquer l'équation de Bernoulli.
3. La valeur de la constante de l'équation de Bernoulli est-elle indépendante de tout paramètre ?

### Réponses

1. Dans l'équation de Bernoulli, on considère les énergies cinétique et potentielle d'un élément de fluide.
2. Les hypothèses concernant un fluide qui vérifie la relation de Bernoulli sont les suivantes :
  - le fluide doit avoir un écoulement en régime permanent indépendant du temps ;
  - le fluide doit être incompressible (masse volumique constante) ;
  - le fluide ne doit pas être soumis à des forces dissipatives.

3. Dans la relation de Bernoulli exprimée par :

$\frac{1}{2}\rho \times v^2 + \rho \times g \times z + P = \text{constante}$ , la constante dépend de la nature du fluide ( $\rho$ ), de l'intensité de la pesanteur et de la ligne de courant sur laquelle la relation est appliquée. Cette constante n'est donc pas indépendante de tout paramètre.

## 20 Chauffage central

1. Débit volumique du fluide dans la canalisation du rez-de-chaussée :  $D_v = v_0 \times S_0$ .

Comme la canalisation est cylindrique de diamètre  $d_0$ , la surface de sa section est  $S_0 = \pi \times \frac{d_0^2}{4}$ .

L'expression du débit volumique devient donc :

$$D_v = v_0 \times \pi \times \frac{d_0^2}{4}. \text{ Il vient } d_0 = \sqrt{\frac{4D_v}{\pi v_0}};$$

$$\text{donc } d_0 = \sqrt{\frac{4,1 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}}{1,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}} \text{ soit } d_0 = 1,8 \times 10^{-2} \text{ m.}$$

La canalisation du rez-de-chaussée a un diamètre de  $1,8 \times 10^{-2}$  m ou 18 mm.

2. L'eau étant incompressible, et le régime étant permanent indépendant du temps, le débit volumique est constant quel que

soit l'endroit du circuit. Il est donc égal à  $4,1 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  au premier étage.

3. La conservation du débit volumique permet d'écrire :

$$D_v = v_0 \times S_0 = v_1 \times S_1.$$

$$\text{Il vient } D_v = v_1 \times \pi \times \frac{d_1^2}{4}; \text{ donc } v_1 = \frac{4D_v}{\pi \times d_1^2}; v_1 = \frac{4 \times 4,1 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}}{\pi \times (15 \times 10^{-3} \text{ mm})^2}$$

$$v_1 = 2,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

La valeur de la vitesse de l'eau dans les canalisations du premier étage est  $2,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

4. En régime permanent indépendant du temps, la relation de Bernoulli appliquée à l'eau, fluide incompressible, le long d'une ligne de courant s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho_{\text{eau}} \times v_0^2 + \rho_{\text{eau}} \times g \times z_0 + P_0 = \frac{1}{2}\rho_{\text{eau}} \times v_1^2 + \rho_{\text{eau}} \times g \times z_1 + P_1$$

$$\text{D'où } P_1 = \frac{1}{2}\rho_{\text{eau}} \times (v_0^2 - v_1^2) + \rho_{\text{eau}} \times g \times (z_0 - z_1) + P_0$$

Or  $(z_0 - z_1) = -h_1$ . Il vient donc :

$$P_1 = \frac{1}{2}\rho_{\text{eau}} \times (v_0^2 - v_1^2) - \rho_{\text{eau}} \times g \times h_1 + P_0$$

$$P_1 = 0,5 \times 1,0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times (1,3^2 - 2,3^2) \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$$

$$- 1,0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \times 4,8 \text{ m} + 1,5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_1 = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa.}$$

La pression au premier étage est  $1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$ .

5. Si le chauffage est arrêté, la valeur de la vitesse  $v$  du fluide dans les canalisations est nulle. La relation établie précédemment se ramène donc à la relation fondamentale de la statique des fluides :

$$P_{1, \text{été}} = -\rho_{\text{eau}} \times g \times h_1 + P_0$$

$$P_{1, \text{été}} = -1,0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \times 4,8 \text{ m} + 1,5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_{1, \text{été}} = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa.}$$

La pression dans les canalisations au premier étage et en été est  $1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$ .

6. La pression aux deux niveaux étant pratiquement la même tout au long de l'année, aucune période n'impacte plus qu'une autre la longévité des tuyaux.

## 21 Souffle au cœur

1. Débit volumique sanguin dans l'artère :

$$D_{v_A} = \frac{V_{\text{fluide}}}{\Delta t} \text{ où } \Delta t = T_{\text{battement}}$$

$$\text{soit } D_{v_A} = \frac{75 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \times 70 \text{ pulsations par minute}}{60 \text{ s}}$$

$$\text{soit } D_v = 8,8 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}.$$

2. Le débit volumique dans l'aorte s'exprime aussi par :

$$D_{v_A} = S_{\text{aorte}} \times v_A.$$

L'artère étant cylindrique, la surface de sa section est :

$$S_{\text{aorte}} = \pi \times \frac{D^2}{4} \times v_A \text{ et donc } D = 2 \sqrt{\frac{D_{v_A}}{\pi \times v_A}};$$

$$\text{soit } D = 2 \sqrt{\frac{8,8 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}}{\pi \times 0,31 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}}$$

$$\text{soit } D = 1,9 \times 10^{-2} \text{ m} = 19 \text{ mm.}$$

3. Le sang étant assimilé à un fluide incompressible qui s'écoule en régime permanent indépendant du temps, le débit volumique se conserve :  $D_{v_A} = D_{v_R}$ .

$$\pi \times \frac{D^2}{4} \times v_A = \pi \times \frac{d^2}{4} \times v_R$$

$$v_R = \left(\frac{D}{d}\right)^2 \times v_A \text{ et } d = \frac{D}{5}$$

$$v_R = (5)^2 \times 0,31 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_R = 7,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

La valeur de la vitesse du sang dans le rétrécissement de l'aorte est  $v_R = 7,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

4. La valeur de la vitesse du sang dans le rétrécissement de l'aorte dépasse  $6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  ; un souffle est entendu.



## 22 À chacun son rythme Tuyau d'arrosage

### 1. Schéma de l'installation :



2. La pression  $P_S$  à la sortie du tuyau est celle de l'atmosphère (extrémité libre de la lance d'arrosage en relation avec l'air extérieur) ;  $P_S = P_{atm}$ .

3. Débit volumique en E :  $D_{vE} = S_E \times v_E$ .

Comme le tuyau est cylindrique de diamètre  $d_E$  :

$$S_E = \pi \times \frac{d_E^2}{4} \text{ et donc } D_{vE} = \pi \times \frac{d_E^2}{4} \times v_E.$$

On a de la même façon en S :  $D_{vS} = \pi \times \frac{d_S^2}{4} \times v_S$ .

4. Le fluide est incompressible et s'écoule en régime permanent indépendant du temps, le débit volumique se conserve :  $D_{vE} = D_{vS}$  ;

$$\text{donc } \pi \times \frac{d_E^2}{4} \times v_E = \pi \times \frac{d_S^2}{4} \times v_S ;$$

$$\text{d'où } v_S = \left( \frac{d_E}{d_S} \right)^2 \times v_E ;$$

$$\text{soit } v_S = \left( \frac{15 \text{ mm}}{10 \text{ mm}} \right)^2 \times 7,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_S = 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

La valeur de la vitesse de l'eau à la sortie de la lance d'arrosage est  $16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

5. En régime permanent indépendant du temps, la relation de Bernoulli appliquée à l'eau, fluide incompressible, le long d'une ligne de courant entre E et S s'écrit :

$$\frac{1}{2} \rho_{eau} \times v_E^2 + \rho_{eau} \times g \times z_E + P_E = \frac{1}{2} \rho_{eau} \times v_S^2 + \rho_{eau} \times g \times z_S + P_S$$

Or  $z_E = z_S$ , donc la relation précédente devient :

$$\frac{1}{2} \rho_{eau} \times v_E^2 + P_E = \frac{1}{2} \rho_{eau} \times v_S^2 + P_S$$

$$P_E = P_S + \frac{1}{2} \rho_{eau} \times (v_S^2 - v_E^2) \text{ et comme } P_S = P_{atm},$$

$$P_E = P_{atm} + \frac{1}{2} \rho_{eau} \times (v_S^2 - v_E^2)$$

$$P_E = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa} + \frac{1}{2} \times 1,00 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times \left[ (16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2 - (7,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2 \right].$$

$$P_E = 2,0 \times 10^5 \text{ Pa}.$$

6.  $P_E = 2,0 \times 10^5 \text{ Pa}$  soit  $P_E = 2,0 \text{ bar}$ .

$P_E < 3,0 \text{ bar}$  ; en cycle d'arrosage, la pression à l'entrée du tuyau est compatible avec celle que le réducteur de pression peut maintenir.

## 23 Histoire des sciences Eurêka !

1.a. Masse d'une couronne en or massif :  $m = \rho_{or} \times V_1$ .

Le volume de la couronne est donc dans ce cas  $V_1 = \frac{m}{\rho_{or}}$  ;

$$\text{donc } V_1 = \frac{2,00 \text{ kg}}{1,930 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}} \text{ soit } V_1 = 1,04 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\text{ou } V_1 = 0,104 \text{ L}.$$

b. Si l'orfèvre a substitué 10 % de la masse d'or par de l'argent :

$$m_{\text{argent}} = 0,10 \times m = \rho_{\text{argent}} \times V_{\text{argent}}$$

$$m_{\text{or}} = 0,90 \times m = \rho_{\text{or}} \times V_{\text{or}}$$

$$V_2 = V_{\text{or}} + V_{\text{argent}} = 0,10 \times \frac{m}{\rho_{\text{argent}}} + 0,90 \times \frac{m}{\rho_{\text{or}}}$$

$$V_2 = 0,10 \times \frac{2,00 \text{ kg}}{1,050 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}} + 0,90 \times \frac{2,00 \text{ kg}}{1,930 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}$$

$$V_2 = 1,12 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \text{ ou } V_2 = 0,112 \text{ L}.$$

c. La différence de volume recueilli par Archimède lors de son expérience est trop faible pour être perçue à l'œil nu faute de pièce de verrerie de bonne précision à son époque.

2. a. Poussée d'Archimède  $\vec{F}_{p1} = -\rho_{eau} \times V_1 \times \vec{g}$ .

Cette force est verticale, dirigée vers le haut et a pour valeur

$$F_{p1} = \rho_{eau} \times V_1 \times g.$$

$$F_{p1} = 1,000 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 1,04 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \times 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$F_{p1} = 1,02 \text{ N}.$$

b. Pour une couronne dans laquelle l'orfèvre a substitué 10 % de la masse d'or par de l'argent :

$$F_{p2} = \rho_{eau} \times V_2 \times g$$

$$F_{p2} = 1,000 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 1,12 \times 10^{-4} \text{ m}^3 \times 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$F_{p2} = 1,10 \text{ N}.$$

3. Valeur du poids de la couronne (en or pur ou en alliage puisque la masse est la même dans les deux situations) :  $P = m \times g$

$$P = 2,00 \text{ kg} \times 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$P = 19,6 \text{ N}.$$

4. La couronne et l'objet en or massif sont soumis chacun :

– à leur poids  $\vec{P} = m \times \vec{g}$  ;

– à la poussée d'Archimède  $\vec{F}_p = -\rho_{eau} \times V \times \vec{g}$ .

Ces deux forces ont même direction et des sens opposés.

La résultante des forces qui s'exercent sur chaque objet est

$$\Sigma \vec{F} = \vec{P} + \vec{F}_p.$$

Une projection de ces forces sur un axe vertical orienté vers le bas conduit à  $\Sigma F = P - F_p$ .

Cette résultante  $\Sigma F$  est appelée poids apparent de l'objet immergé.

À gauche, le poids apparent a pour valeur :

$$\Sigma F_G = 19,6 \text{ N} - 1,10 \text{ N} \text{ soit } \Sigma F_G = 18,5 \text{ N}.$$

À droite, le poids apparent a pour valeur :

$$\Sigma F_D = 19,6 \text{ N} - 1,02 \text{ N} \text{ soit } 18,6 \text{ N}.$$

Le poids apparent est donc plus faible à gauche qu'à droite : la balance penche à droite, ce qui permet de découvrir la supercherie.

Remarque : il faudrait quand même une très faible masse pour rétablir l'équilibre, environ 8 mg, ce qui demande une balance de grande précision.

## 24 Résolution de problème Jet d'eau

1<sup>re</sup> étape : S'approprier la question posée

Il s'agit de vérifier, si la hauteur de l'eau atteinte par le jet d'eau du roi Fahd à Djeddah en Arabie Saoudite peut atteindre 312 m de hauteur.

2<sup>e</sup> étape : Lire et comprendre les documents

1. Le doc. A indique la hauteur d'eau atteinte par le jet pour une vitesse d'éjection de l'eau donnée.

2. À l'aide des données, on connaît l'évolution de la pression atmosphérique en fonction de l'altitude.

### 3<sup>e</sup> étape : Dégager la problématique

Comment déterminer la hauteur de l'eau atteinte par le jet d'eau du roi Fahd par application de la relation de Bernoulli ?

### 4<sup>e</sup> étape : Construire la réponse

1. Écrire la relation de Bernoulli le long d'une ligne de courant, entre la position A (sortie de l'eau du tuyau) et la position B (extrémité du jet), en considérant l'eau comme un fluide incompressible et en admettant que le régime est permanent indépendant du temps.
2. Déterminer la pression  $P_A$  à l'altitude  $z_A = 0$  m.
3. Évaluer la pression  $P_B$  à l'altitude  $z_B = h$ .
4. Constaté qu'à l'altitude  $z_B = h$ , la valeur de la vitesse  $v_B$  de l'eau est nulle.
5. Calculer l'altitude maximale  $h$  atteinte par l'eau dans ces conditions.
6. Comparer  $h$  à la valeur annoncée dans le doc. **A**.

### 5<sup>e</sup> étape : Répondre

• Présenter le contexte et introduire la problématique.  
On cherche à vérifier, si la hauteur de l'eau atteinte par le jet d'eau du roi Fahd à Djeddah en Arabie Saoudite peut atteindre 312 m de hauteur.

• Mettre en forme la réponse.

En régime permanent indépendant du temps, la relation de Bernoulli appliquée au fluide incompressible, le long d'une ligne de courant entre les positions A et B s'écrit :

$$\frac{1}{2} \rho \times v_A^2 + \rho \times g \times z_A + P_A = \frac{1}{2} \rho \times v_B^2 + \rho \times g \times z_B + P_B$$

La pression  $P_A$  à l'altitude  $z_A = 0$  m est :

$$P_A = P_0 = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa.}$$

La pression  $P_B$  à l'altitude  $z_B = h$  est donnée par la relation

$$P_B = P_0 \times e^{-k \times h}.$$

Pour  $z_B = h = 312$  m,

$$P_B = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa} \times e^{(-1,14 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1} \times 312 \text{ m})}$$

$$P_B = 9,75 \times 10^4 \text{ Pa.}$$

La valeur de la vitesse de l'eau éjectée en A est  $v_A = 375 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  soit  $v_A = 104 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

La valeur de la vitesse de l'eau au sommet du jet a pour valeur  $v_B = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

En reportant ces données dans la relation de Bernoulli écrite précédemment, on obtient :

$$\frac{1}{2} \rho_{\text{eau}} \times v_A^2 + P_A = \rho_{\text{eau}} \times g \times h + P_B$$

$$\text{soit } h = \frac{1}{\rho_{\text{eau}} \times g} \times \left( \frac{1}{2} \rho_{\text{eau}} \times v_A^2 + P_A - P_B \right)$$

$$\text{ou encore } h = \frac{v_A^2}{2g} + \frac{P_A - P_B}{\rho_{\text{eau}} \times g}$$

$$\text{soit } h = \frac{(104 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{2 \times 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}} + \frac{1,01 \times 10^5 \text{ Pa} - 9,75 \times 10^4 \text{ Pa}}{1,00 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}}$$

$$h = 552 \text{ m.}$$

La hauteur déterminée par ce modèle ne tient pas compte des frottements entre l'eau et le fluide.

Elle est bien plus faible en réalité.

### 25 Quand le vent souffle

1.a. Comme l'air s'écoule en régime permanent indépendant du temps et qu'il est supposé incompressible, le débit volumique se conserve :

$$D_{v_A} = D_{v_B}.$$

b. Le débit volumique s'exprime par  $D_v = S \times v$ .

On déduit de la question précédente :  $S_A \times v_A = S_B \times v_B$ .

Or  $S_A = d_A \times H$  et  $S_B = d_B \times H$  où  $H$  est la hauteur des immeubles.

$$d_A \times H \times v_A = d_B \times H \times v_B$$

$$v_B = \frac{d_A}{d_B} \times v_A$$

$$v_B = \frac{80,0 \text{ m}}{60,0 \text{ m}} \times 100 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

$$v_B = 133 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

2.a. En régime permanent indépendant du temps, la relation de Bernoulli appliquée le long d'une ligne de courant, entre A et B, au fluide incompressible, s'écrit :

$$\frac{1}{2} \rho_{\text{air}} \times v_A^2 + \rho_{\text{air}} \times g \times z_A + P_A = \frac{1}{2} \rho_{\text{air}} \times v_B^2 + \rho_{\text{air}} \times g \times z_B + P_B$$

Or  $z_A = z_B$  donc la relation précédente devient :

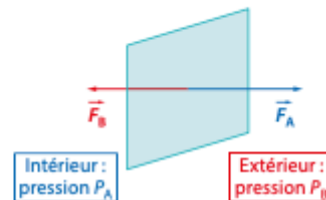
$$\frac{1}{2} \rho_{\text{air}} \times v_A^2 + P_A = \frac{1}{2} \rho_{\text{air}} \times v_B^2 + P_B.$$

$$\text{Et donc } P_A - P_B = \frac{1}{2} \rho_{\text{air}} \times (v_B^2 - v_A^2).$$

$$P_A - P_B = \frac{1}{2} \times 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times \left( \left( \frac{133 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{3,6} \right)^2 - \left( \frac{100 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{3,6} \right)^2 \right).$$

$$P_A - P_B = 356 \text{ Pa.}$$

b. On a  $P_A > P_B$ , or  $P = F \times S$ . Pour une surface égale, on a donc  $F_A > F_B$ .



c. Sur les deux faces d'un vitrage de surface  $S$  appartenant à l'immeuble 4, s'exerce donc une différence de forces pressantes de valeur :

$$\Delta F = F_A - F_B = (P_A - P_B) \times S.$$

$$\Delta F = (356 \text{ Pa}) \times 6,0 \text{ m}^2.$$

$$\Delta F = 2,1 \times 10^3 \text{ N.}$$

d. On a  $P = \Delta F$  soit  $m \times g = \Delta F$  d'où  $m = \frac{\Delta F}{g}$  ; soit :

$$m = \frac{2,1 \times 10^3 \text{ N}}{9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} \text{ soit } m = 2,1 \times 10^2 \text{ kg.}$$

Cette force est l'équivalent en valeur, du poids d'une masse de  $2,1 \times 10^2$  kg. La vitre, si elle n'est pas assez épaisse donc résistante, risque se briser.

### 26 Sonde de Pitot

1.a. En régime permanent indépendant du temps, la relation de Bernoulli appliquée le long d'une ligne de courant, entre O' et B, au fluide incompressible, s'écrit :

$$\frac{1}{2} \rho \times v_{O'}^2 + \rho \times g \times z_{O'} + P_{O'} = \frac{1}{2} \rho \times v_B^2 + \rho \times g \times z_B + P_B$$

Or  $z_{O'} = z_B$  et d'après le schéma  $v_{O'} = v_B = v$ .

La relation de Bernoulli se ramène dans cette situation à  $P_{O'} = P_B$ .

b. Le long de la ligne de courant 2, pour les positions O et A, on a :

$$\frac{1}{2} \rho_{\text{eau}} \times v_O^2 + \rho_{\text{eau}} \times g \times z_O + P_O = \frac{1}{2} \rho_{\text{eau}} \times v_A^2 + \rho_{\text{eau}} \times g \times z_A + P_A$$

Or  $z_O = z_A$  et  $v_A = 0$ .

On en déduit  $P_A = P_O + \frac{1}{2} \rho_{\text{eau}} \times v_O^2$  et donc  $P_A > P_O$ .

c. Le point O' est très proche de O :  $P_{O'} = P_O$  et on a montré que :  $P_{O'} = P_B$ . Le schéma indique  $v_O = v_{O'}$ .

$$\text{On a donc : } v_O = v_{O'} = \sqrt{\frac{2 \times (P_A - P_B)}{\rho_{\text{eau}}}}.$$

$$2. v = \sqrt{\frac{2 \times 3,30 \times 10^3 \text{ Pa}}{1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}}$$

$$v = 2,57 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 9,25 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 4,99 \text{ nœuds.}$$

3. Le hors-bord est juste à la limite de l'infraction qui est fixée à 5 nœuds.

## Vers le Bac

### Préparation à l'écrit

#### 27 Une plongée technique

##### Partie I

1. Valeur de la poussée d'Archimède exercée par l'eau sur le plongeur équipé :

$$F_p = \rho_{\text{eau salée}} \times V \times g$$

$$F_p = 1,03 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 0,088 \text{ m}^3 \times 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$F_p = 8,9 \times 10^2 \text{ N.}$$

2. À la profondeur de 20 m, le plongeur est soumis :

– à son poids  $\vec{P} = m\vec{g}$  de valeur  $P = 9,0 \times 10^2 \text{ N}$  ;

– à la poussée d'Archimède  $\vec{F}_p = -\rho_{\text{eau salée}} \times V \times \vec{g}$ .

Ces deux forces ont même direction et des sens opposés avec  $P > F_p$ .

La résultante des forces  $\Sigma \vec{F} = \vec{P} + \vec{F}_p$  est donc verticale orientée vers le bas.

Sous l'effet de ces deux forces, le plongeur ne peut pas rester en équilibre : il se déplace vers le fond.

3. Le plongeur étant initialement immobile, une généralisation de la question précédente conduit à :

– si  $P > F_p$ , le plongeur descend vers le fond ;

– si  $P = F_p$ , le plongeur reste en équilibre ;

– si  $P < F_p$ , le plongeur remonte vers la surface.

Or  $P = m \times g = \rho_{\text{plongeur}} \times V \times g$  et  $F_p = \rho_{\text{eau salée}} \times V \times g$ .

On en déduit :

– si  $\rho_{\text{plongeur}} > \rho_{\text{eau salée}}$ , le plongeur descend vers le fond ;

– si  $\rho_{\text{plongeur}} = \rho_{\text{eau salée}}$ , le plongeur reste en équilibre ;

– si  $\rho_{\text{plongeur}} < \rho_{\text{eau salée}}$ , le plongeur remonte vers la surface.

4. Pour que le plongeur soit en équilibre, il faut :

$$\rho_{\text{plongeur}} = \rho_{\text{eau salée}}$$

Il faut donc diminuer  $\rho_{\text{plongeur}}$  par rapport à la situation initiale.

$$\text{On a } \rho_{\text{plongeur}} = \frac{m}{V'} \text{ avec } V' = V + V_{\text{air}}$$

$$\text{Il vient } \frac{m}{V' + V_{\text{air}}} = \rho_{\text{eau salée}}$$

$$\text{En isolant } V_{\text{air}}, \text{ on a : } V_{\text{air}} = \frac{m}{\rho_{\text{eau salée}}} - V$$

$$V_{\text{air}} = \frac{92 \text{ kg}}{1,03 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}} - 0,088 \text{ m}^3$$

$$V_{\text{air}} = 0,0013 \text{ m}^3 \text{ ou } V_{\text{air}} = 1,3 \text{ L.}$$

**Remarque :** en toute rigueur, on ne peut conserver qu'un chiffre significatif pour le résultat de  $V_{\text{air}}$ , car dans le cas d'une addition ou d'une soustraction, le résultat d'un calcul doit comporter autant de décimales que la grandeur qui en possède le moins (3 décimales ici).

On devrait donc écrire  $V_{\text{air}} = 0,001 \text{ m}^3$  ou  $V_{\text{air}} = 1 \text{ L}$ .

##### Partie II

1. Comme le fluide est incompressible et s'écoule en régime permanent indépendant du temps, le débit volumique se conserve :

$$D_{v_1} = D_{v_2}$$

$$S_1 \times v_1 = S_2 \times v_2$$

$$\pi \times \frac{d_1^2}{4} \times v_1 = \pi \times \frac{d_2^2}{4} \times v_2$$

$$v_2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \times v_1$$

$$v_2 = \left(\frac{6,0 \text{ m}}{3,0 \text{ m}}\right)^2 \times 0,30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_2 = 1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2. En régime permanent indépendant du temps, la relation de Bernoulli appliquée le long d'une ligne de courant au fluide incompressible s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \rho_{\text{eau salée}} \times v_1^2 + \rho_{\text{eau salée}} \times g \times z_1 + P_1 \\ = \frac{1}{2} \rho_{\text{eau salée}} \times v_2^2 + \rho_{\text{eau salée}} \times g \times z_2 + P_2 \end{aligned}$$

Dans la situation étudiée,  $z_1 = z_2$ .

La relation précédente devient :

$$\frac{1}{2} \rho_{\text{eau salée}} \times v_1^2 + P_1 = \frac{1}{2} \rho_{\text{eau salée}} \times v_2^2 + P_2$$

$$\text{Et donc } \Delta P = P_2 - P_1 = \frac{1}{2} \rho_{\text{eau salée}} \times (v_1^2 - v_2^2)$$

$$\Delta P = \frac{1}{2} \times 1,03 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times \left[ (0,30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2 - (1,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2 \right]$$

$$\Delta P = -7,0 \times 10^2 \text{ Pa}$$

La différence de pression entre les deux passages cylindriques de la cavité est  $7,0 \times 10^2 \text{ Pa}$ .

3. La relation fondamentale de la statique des fluides indique que la pression dans l'eau augmente de 1 bar c'est-à-dire  $1 \times 10^5 \text{ Pa}$  lorsque la profondeur augmente de 10 m.

Pression (Pa)	Augmentation de profondeur (m)
$1 \times 10^5$	10
700	$\Delta z$

$$\Delta z = \frac{700 \text{ Pa} \times 10 \text{ m}}{1 \times 10^5 \text{ Pa}} = 7 \times 10^{-2} \text{ m} = 7 \text{ cm.}$$

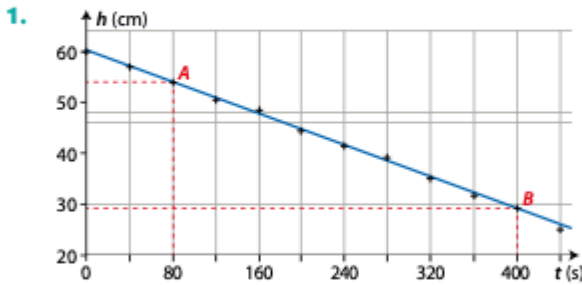
La diminution de la pression de 700 Pa due à la présence d'un courant sous-marin engendre une erreur de mesure de l'ordinateur de plongée de 7 cm de profondeur.



## Préparation à l'ECCE

### La loi de Torricelli

#### Partie I



On remarque que  $h$  est une fonction affine décroissante du temps : c'est bien la preuve que la vidange s'opère à vitesse constante. Le coefficient directeur, en valeur absolue, nous donne la valeur de cette vitesse au point A.

Le coefficient directeur  $p$  a pour expression :  $p = \frac{h_B - h_A}{t_B - t_A}$

$$\text{soit } p = \frac{29 \times 10^{-2} \text{ m} - 54 \times 10^{-2} \text{ m}}{400 \text{ s} - 80 \text{ s}} = -7,8 \times 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Une valeur de vitesse étant par définition positive,  $v_A = -p$ .  
Donc  $v_A = 7,8 \times 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

2.a. Comme la valeur de la vitesse  $v_A$  et le diamètre  $D$  du tuyau sont constants, le débit volumique  $D_v = S \times v_A = \pi \times \frac{D^2}{4} \times v_A$  est constant dans le temps. Comme le fluide est incompressible et s'écoule en régime permanent indépendant du temps, le débit volumique se conserve :  $D_{v_A} = D_{v_C} = D_v$ .

$$D_v = \pi \times \frac{(20 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{4} \times 7,8 \times 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$D_v = 2,5 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}.$$

b. La conservation du débit volumique conduit à :

$$S \times v_A = s \times v_C \text{ soit aussi : } \pi \times \frac{D^2}{4} \times v_A = \pi \times \frac{d^2}{4} \times v_C.$$

On en déduit :

$$v_C = \left(\frac{D}{d}\right)^2 \times v_A.$$

$$v_C = \left(\frac{20 \times 10^{-2} \text{ m}}{4,0 \times 10^{-3} \text{ m}}\right)^2 \times 7,8 \times 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_C = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

c. À l'aide d'une éprouvette graduée, on mesure le volume  $V$  d'eau qui s'écoule du vase de Mariotte. Un chronomètre permet de mesurer la durée  $\Delta t$  mise pour obtenir ce volume  $V$ .

On calcule ainsi le débit volumique sachant que  $D_v = \frac{V}{\Delta t}$ .

**Autre méthode :** on mesure à l'aide d'une balance la masse d'eau qui s'est écoulée du vase de Mariotte pendant la durée  $\Delta t$ . Connaissant la masse volumique de l'eau, on remonte à son volume puis le débit volumique.

3.a. On a  $v_{C\text{Torr}} = \sqrt{2g \times H}$

$$v_{C\text{Torr}} = \sqrt{2 \times 9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1} \times 20 \times 10^{-2} \text{ m}}$$

$$v_{C\text{Torr}} = 2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

b. Pour un résultat donné avec deux chiffres significatifs, il y a un bon accord entre le modèle théorique et la détermination expérimentale.

#### Partie II

On observe sur le nouveau graphique que les points ne sont pas alignés.

La hauteur de chute du fluide décroît de moins en moins vite au fur et à mesure que le récipient se vide. En effet, pour des intervalles de temps égaux, la variation  $\Delta h$  est de plus en plus faible. Cela traduit une diminution de la vitesse d'écoulement et donc un débit volumique de plus en plus faible.

On a une vidange d'un récipient pour lequel le débit volumique n'est pas constant.

## Vers l'oral

p. 296

### Je m'exprime à l'oral sur

#### La modélisation de l'écoulement d'un fluide

• **Quelles sont les caractéristiques de la poussée d'Archimède ?**  
Lorsqu'un corps est immergé dans un fluide de masse volumique  $\rho_{\text{fluide}}$ , ce fluide exerce sur le corps une force appelée poussée d'Archimède. Cette force est opposée au poids du fluide déplacé et a pour caractéristiques :

$\vec{F}_p$

- Direction : verticale.
- Sens : vers le haut.
- Valeur :  $F_p = \rho_{\text{fluide}} \times V_{\text{im}} \times g$   
avec  $V_{\text{im}}$  le volume immergé du corps  
et  $g$  l'intensité de la pesanteur du lieu.

• **Qu'est-ce qu'un régime permanent indépendant du temps ?**  
Un fluide s'écoule en régime permanent indépendant du temps (ou régime permanent stationnaire), si la valeur  $v$  de sa vitesse en chaque position est indépendante du temps.

• **Qu'est-ce que le débit volumique ?**

En régime permanent indépendant du temps, lorsqu'un volume  $V$  de fluide s'écoule au travers d'une section pendant une durée  $\Delta t$ , le débit volumique  $D_v$  est donné par la relation :

$$D_v \text{ en } \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \rightarrow D_v = \frac{V \text{ en } \text{m}^3}{\Delta t \text{ en } \text{s}}$$